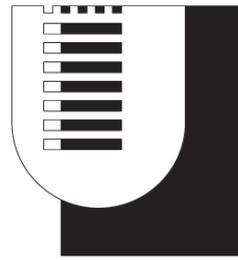


TOR VERGATA



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI ROMA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

TOR VERGATA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea

**Ottimizzazione strutturale di un
cerchione automobilistico**

Relatore:

Prof. Marco Evangelos BIANCOLINI

Correlatore:

Ing. Stefano PORZIANI

Candidato:

Luca CERNIGLIA

0282464

Anno Accademico 2021-2022

Sommario

Con il seguente lavoro si intende realizzare un'analisi strutturale e una successiva ottimizzazione di forma di un cerchione automobilistico. È stata presa come riferimento la certificazione TÜV Rheinland e le relative prove di carico necessarie per l'omologazione di ruote in lega non di primo equipaggiamento. Quanto alla prima parte, attraverso metodologie agli elementi finiti, sono stati confrontati lo stato tensionale destatosi all'interno del corpo con i valori ammissibili delle tensioni. A seguire è stato intrapreso un processo di ottimizzazione di forma tramite il *mesh morphing* e la teoria delle RBF.

Il tutto realizzato nell'ambiente Ansys Workbench tramite i *software* messi a disposizione dal pacchetto Ansys (in particolare Ansys Mechanical, OptiSLang) e l'ACT Extension RBF Morph Structures.

È stata ottenuta una riduzione della massa pari circa al 5.35% facendo sì che il componente finale superasse ugualmente le prove di carico prefissate.

Indice

SOMMARIO	3
ELENCO DELLE FIGURE	7
ELENCO DELLE TABELLE	10
BIBLIOGRAFIA	11
INTRODUZIONE	14
 CAPITOLO 1	
CERTIFICAZIONE TÜV	17
1.1 TÜV Rheinland e normative di riferimento	17
1.2 Prove di carico	20
1.2.1 Prova a flessione rotante	20
1.2.2 Prova di rotolamento	22
1.2.3 Prova di torsione alternata	24
 CAPITOLO 2	
ANALISI STRUTTURALE	27

Indice

2.1 Fondamenti teorici FEM.....	27
2.1.1 Formulazione variazionale e soluzione approssimata	28
2.1.2 Campi di deformazione e tensione.....	34
2.1.3 Matrice di rigidezza.....	35
2.2 Software.....	38
2.2.1 ANSYS Workbench.....	38
2.2.2 ANSYS Mechanical	39
2.2.3 ANSYS SpaceClaim.....	39
2.3 Caso di studio.....	40
2.3.1 Materiale	41
2.3.2 Geometria e semplificazione.....	42
2.3.3 Mesh.....	46
Realizzazione mesh.....	47
Analisi di convergenza della mesh.....	49
2.3.4 Analisi strutturale preliminare	54
2.3.5 Tensioni ammissibili	61
2.3.6 Confronto.....	64

CAPITOLO 3

OTTIMIZZAZIONE DI FORMA66

3.1 Ottimizzazione.....	66
3.1.1 Quadro generale	66
Ottimizzazione non vincolata e vincolata	67
Ottimizzazione multiobiettivo	69
3.2 Ottimizzazione strutturale.....	70
3.2.1 Ottimizzazione di forma.....	71
3.3 Teoria RBF	73
3.4 Software.....	78

Indice

3.4.1 RBF Morph Structures.....	78
Funzionamento.....	79
3.4.2 ANSYS OptiSLang.....	81
3.5 Caso di studio.....	83
3.5.1 Mesh morphing.....	83
Set-up RBF Morph.....	83
Set-up OptiSLang.....	92
3.5.2 Risultati.....	96
3.6 Caso di studio aggiuntivo.....	99
3.6.1 Carichi applicati.....	99
3.6.2 Tensioni ammissibili e risultati.....	100
3.6.3 Ottimizzazione di Forma.....	101
CONCLUSIONI.....	105
RINGRAZIAMENTI.....	108

Elenco delle figure

- 1.1 Logo TÜV Rheinland;
- 1.2 Bollettino certificazione TÜV Rheinland;
- 1.3 Profilo schematizzato di una ruota;
- 1.4 Esempio di attrezzatura per prova a flessione rotante;
- 1.5 Esempio di attrezzatura per prova di rotolamento;
- 2.1 Dominio di partenza;
- 2.2 Tipologie di elementi finiti;
- 2.3 Discretizzazione del dominio;
- 2.4 Spostamento nodale;
- 2.5 Logo Ansys;
- 2.6 Analisi statica preliminare, interfaccia grafica Mechanical;
- 2.7 Aluminium Alloy for wheel;
- 2.8 Geometria di partenza;
- 2.9 Operazione di Mirroring;
- 2.10 Geometria completa;
- 2.11 Condivisione della topologia;
- 2.12 Virtual Topology;
- 2.13 Cerchione, vista frontale;
- 2.14 Cerchione, vista posteriore;
- 2.15 Tipologie di elementi finiti 3D;
- 2.16 Controlli globali della mesh;
- 2.17 Andamento di tensione sul raggio in trazione;
- 2.18 Mesh finale, vista frontale;
- 2.19 Mesh finale, vista posteriore;
- 2.20 Mesh finale, dettaglio frontale;
- 2.21 Mesh finale, dettaglio posteriore;

Elenco delle figure

- 2.22 Analisi statica preliminare, interfaccia grafica Workbench;
- 2.23 Prova a flessione alternata;
- 2.24 Prova di rotolamento;
- 2.25 Prova di torsione alternata;
- 2.26 Campo tensionale BM50%, vista frontale;
- 2.27 Campo tensionale BM50%, vista posteriore;
- 2.28 Campo tensionale BM75%, vista frontale;
- 2.29 Campo tensionale BM75%, vista posteriore;
- 2.30 Campo tensionale CW, vista frontale;
- 2.31 Campo tensionale CW, vista posteriore;
- 2.32 Campo tensionale T, vista frontale;
- 2.33 Campo tensionale T, vista posteriore;
- 3.1 Tipologie di ottimizzazione strutturale;
- 3.2 Workflow di ottimizzazione CAD-based;
- 3.3 Workflow di ottimizzazione mesh-based;
- 3.4 Collocazione di RBF Morph all'interno dell'albero di Mechanical;
- 3.5 RBF Morph tree;
- 3.6 RBF Region;
- 3.7 RBF Region worksheet Named Selection;
- 3.8a e 3.8b RBF Fixed-Edge;
- 3.9a e 3.9b RBF Fixed-Front;
- 3.10a e 3.10b RBF Source-Back;
- 3.11a e 3.11b RBF Source-Side;
- 3.12a e 3.12b RBF Filtering-Back2;
- 3.13a e 3.13b Prima e dopo la rimozione della Virtual Topology;
- 3.14a e 3.14b RBF Source-Back2;
- 3.15 Preview RBF Source-Back2;
- 3.16 Preview RBF Source-Side;
- 3.17 Preview RBF Filtering-Back2;
- 3.18 OptiSLang pannello Parametrize Inputs;
- 3.19 OptiSLang pannello Criteria;
- 3.20 OptiSLang pannello Optimization method;
- 3.21 OptiSLang pannello AMOP;

Elenco delle figure

3.22 Workflow di ottimizzazione, interfaccia grafica Workbench;

3.23a e 3.23b Stato tensionale prova di flessione alternata 75%, prima e dopo il morphing;

3.24 OptiSLang pannello Criteria, caso di studio aggiuntivo;

3.25a, 3.25b e 3.25c Stato tensionale prova di flessione alternata 75%, configurazione base e design point 32 e 33.

Elenco delle tabelle

- 1.1 Prove di carico;
- 2.1 Proprietà meccaniche $AlSi_7Mg$;
- 2.2 Analisi di convergenza della mesh;
- 2.3 Scelta finale parametri mesh;
- 2.4 Tensioni ammissibili, parametri comuni a tutte le prove;
- 2.5 Tensioni ammissibili, parametri variabili con il tipo di prova;
- 2.6 Tensioni ammissibili;
- 2.7 Risultati analisi statica preliminare;
- 3.1 Tipiche radial functions
- 3.2 Best design fornito da OptiSLang;
- 3.3 Parametri di input utilizzati;
- 3.4 Parametri di output ottenuti;
- 3.5 Tensioni ammissibili, caso di studio aggiuntivo;
- 3.6 Risultati analisi statica preliminare, caso di studio aggiuntivo;
- 3.7 Parametri di input utilizzati, design point 32;
- 3.8 Parametri di output ottenuti, design point 32;
- 3.9 Parametri di input utilizzati, design point 33;
- 3.10 Parametri di output ottenuti, design point 33.

Elenco dei grafici

- 2.1 Analisi di convergenza della mesh;
- 2.2 Dimensione mesh in funzione dell'Elementi Size.

Bibliografia

- [1] «www.tuv.com,» [Online].
- [2] R124, UN ECE Regulation, concerning the adoption of uniform technical prescriptions for wheeled vehicles, equipment and parts which can be fitted and/or be used on wheeled vehicles and the conditions for reciprocal recognition of approvals granted on the b.
- [3] E. Toni, «Introduzione elementare al metodo degli elementi finiti».
- [4] P. Seshu, Textbook of Finite Element Analysis.
- [5] M. Bozza, «Formulazione variazionale e residuale,» *Metodo degli elementi finiti: teoria matematica*.
- [6] A. Bacchetto, Introduzione al metodo degli elementi finiti e alla modellazione FEM.
- [7] «www.Enginsoft.com,» [Online].
- [8] S. Porziani, «Analisi statiche lineari: dalla geometria ai risultati,» *Percorso di formazione in Industrial Engineering e Management d'Impresa*.
- [9] «www.ansys.com,» [Online].
- [10] UNI 7670.
- [11] E. Marotta, P. Semproni, «Progetto di un cerchione automobilistico in materiale composito».
- [12] «www.treccani.it,» [Online].
- [13] L. Bergamaschi, M. Venturin, G. Zilli, «Metodi di ottimizzazione».
- [14] E. Boccini, «Sviluppo di tecniche innovative di ottimizzazione strutturale e tecnologie di produzione per componenti meccanici avanzati».

Bibliografia

- [15] G. Briganti, «Scelta e interpretazione del risultato di un'ottimizzazione topologica in funzione della tecnologia di produzione».
- [16] M. E. Biancolini, «Cerchioni più leggeri con il mesh morphing».
- [17] M. E. Biancolini, C. Groth, F. Giorgetti, E. Costa, «Structural optimization of an automotive wheel rim through an RBF mesh morphing technique,» *International CAE Conference 2015*.
- [18] S. Auriemma, M. Banovic, O. Mykhaskiv, H. Legrand, J. D. Muller. T. Verstraete, A. Walther, «Optimization of a u-bend using a cad-based adjoint method with differentiated cad kernel».
- [19] M. E. Biancolini, Fast Radial Basis Functions for Engineering Application.
- [20] C. Groth, M. E. Biancolini, R. Cenni, «Structural Optimisation Using Advanced Radial Basis Functions Mesh Morphing,» *ALAS 2015 - 503*.
- [21] «RBF Morph User Guide».

Bibliografia

Introduzione

Nel settore *Automotive* è prassi che le grandi case automobilistiche esportino le proprie auto in tutto il mondo. Sebbene il processo di progettazione del veicolo porti alla creazione di un prodotto unico, valido per il mercato globale, nello specifico caso dei cerchioni questo non accade. I cerchi di un'automobile, necessari per la trasmissione del moto tra motore e pneumatici, devono assolvere una serie di funzioni specifiche. Dovendo sostenere la vettura, hanno un'evidente funzione strutturale. In aggiunta, non può essere trascurato né l'impatto sulla resistenza aerodinamica del veicolo, né quello relativo al raffreddamento dei freni.

Tuttavia, poiché la componente estetica sta diventando un elemento sempre più centrale, l'aspetto dei cerchioni è uno dei principali fattori ad influenzare il *look* complessivo dell'automobile. Viste le diverse richieste estetiche, dipendenti dal mercato di riferimento, la realizzazione del seguente componente avviene localmente. L'ideazione del *design* delle ruote può essere, ad esempio, diversificata a seconda del continente di produzione; così facendo si riescono a soddisfare le diverse preferenze di mercato.

Grazie all'interazione con Nissan, importante casa automobilistica, è stato possibile apprendere che in alcuni casi le aziende si dedicano unicamente al concepimento dello stile. Sono, infatti, i fornitori ad occuparsi delle necessarie verifiche strutturali e delle opportune modifiche, per poi procedere con la sua realizzazione. Processi del genere comportano tempo ed un elevato onere economico. Visti gli incessanti sforzi da parte delle aziende nel rendere più efficienti ed ottimizzati i processi produttivi, non deve sorprendere la loro intenzione di progettare il componente a trecentosessanta gradi, così da affidare al fornitore la sola fase di realizzazione.

Con lo scopo di soddisfare le necessità indicate e tenendo in considerazione il set di analisi multifisiche (strutturale, *drag* aerodinamico e capacità di raffreddamento freni), alle quali deve essere sottoposto un cerchione per autoveicoli, ci si è concentrati sullo sviluppo di un *workflow* di progettazione strutturale. Fissata la topologia di partenza, è stato intrapreso un processo di ottimizzazione di forma della stessa, con l'intento di ottenere leggerezza e resistenza strutturale.

Capitolo 1

Certificazione TÜV

1.1 TÜV RHEINLAND E NORMATIVE DI RIFERIMENTO

Con l'intento di rendere credibile lo studio effettuato il modello in analisi è stato virtualmente sottoposto alle procedure di omologazione utilizzate dall'organismo di certificazione TÜV Rheinland [1] (*Figura 1.1*).



Figura 1.1: Logo TÜV Rheinland

L'azienda leader nel settore, fondata quasi 150 anni fa, è uno dei principali fornitori di servizi di test al mondo (*Figura 1.2*). Tra le principali attività svolte: prove, valutazioni, collaudi, analisi, certificazioni (di attrezzature, prodotti e sistemi di gestione aziendali) ed erogazione di corsi di formazione e qualifica del personale.



Figura 1.2: Bollettino di certificazione TÜV Rheinland

La “Certificazione per ruote in lega non di primo equipaggiamento”, alla quale si fa riferimento, nasce dall’esigenza degli automobilisti di poter conformare cerchioni *aftermarket* alle normative nazionali e internazionali. La stessa TÜV Rheinland, per lo specifico test su cerchioni, adotta il Regolamento No.124 della Commissione economica per l’Europa delle Nazioni Unite (UN/ECE) [2].

Prima di procedere elencando le diverse prove di carico previste dal quadro normativo sopracitato, è d’obbligo fare chiarezza sulla terminologia utilizzata.

- Ruota: un elemento rotante di sostegno del carico posto tra lo pneumatico e l’asse, normalmente costituito da due parti (cerchio e disco della ruota) che possono essere unite in modo permanente o essere separabili.
- Ruota a disco: una combinazione permanente di un cerchio e di un disco;
- Ruota con cerchio smontabile: una ruota in cui il cerchio, smontabile, è fissato al disco della ruota.
- Cerchio: la parte della ruota su cui è montato lo pneumatico che lo sostiene.
- Disco della ruota: la parte della ruota che funge da supporto tra l’asse e il cerchio.
- Offset: la distanza tra il piano di appoggio del disco sul mozzo e il piano di simmetria del cerchio (può essere positivo o negativo).
- Raggio dinamico: definito come il rapporto tra la circonferenza di rotolamento teorica e 2π dello pneumatico più grande da utilizzare sulla ruota come specificato dal fabbricante della ruota.

Nella *Figura 1.3*, adatta per visualizzare i concetti esposti, è rappresentata la sezione di una ruota in modo schematizzato.

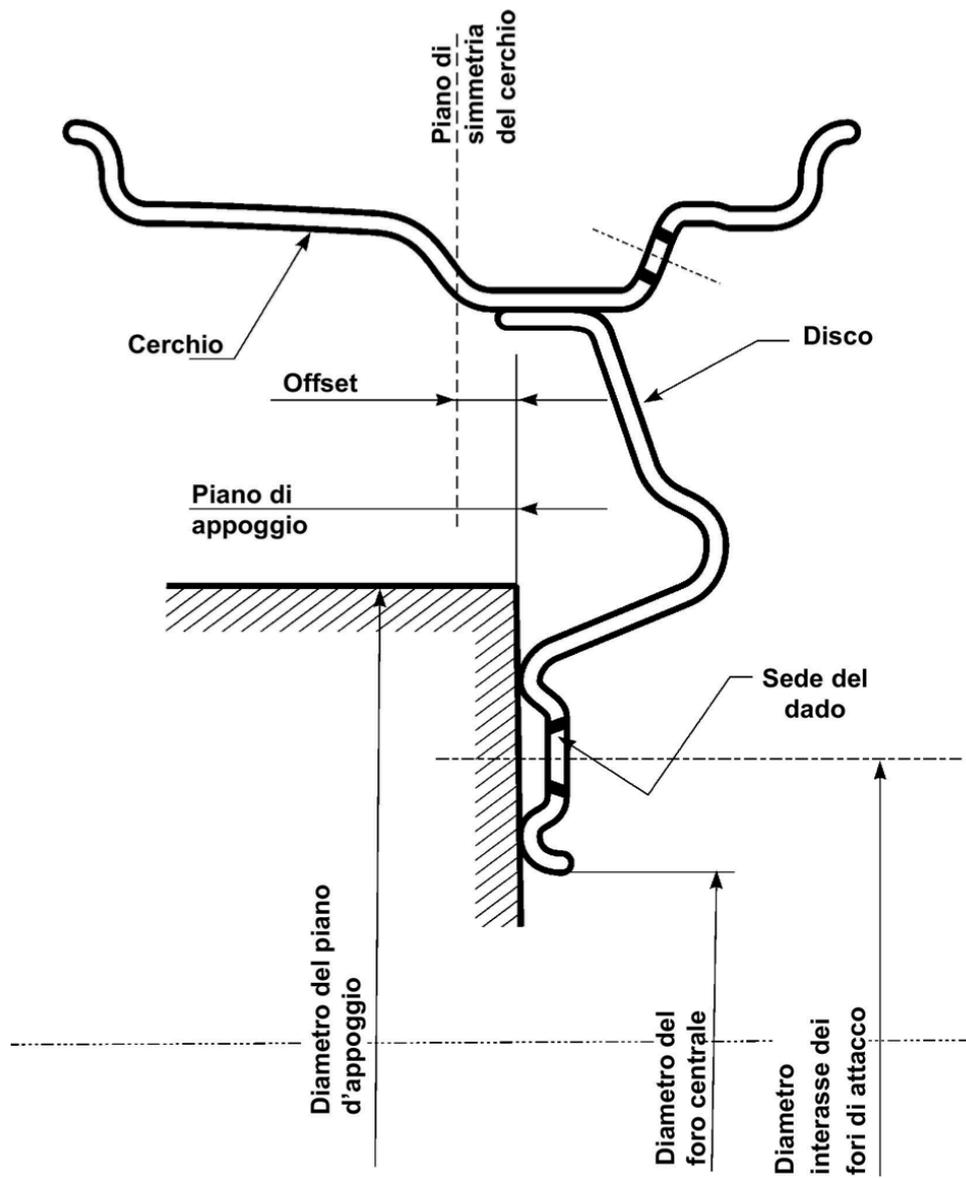


Figura 1.3: Profilo schematizzato di una ruota

Secondo il Regolamento No.124 UN/ECE per ruote in lega di alluminio monopezzo sono previste le seguenti prove:

1. Prova di corrosione;
2. Prova a flessione rotante;
3. Prova di rotolamento;
4. Prova di resilienza.

Nel presente documento verranno omesse la prova di corrosione e la prova di resilienza, non adatte ad essere simulate con uno strumento quale Ansys Mechanical. Tuttavia, in aggiunta verrà trattata la prova di torsione alternata prevista per ruote in lega di alluminio con cerchio smontabile.

1.2 PROVE DI CARICO

1.2.1 PROVA A FLESSIONE ROTANTE

Durante la prova a flessione rotante sono simulate le forze laterali che agiscono sulla ruota in curva (*Figura 1.4*). Vengono considerate due diverse condizioni di carico: una al 50% e l'altra al 75% della forza massima laterale. Il cerchio della ruota è fissato rigidamente al banco di prova e sulla zona di montaggio sul mozzo è applicato un momento flettente.

Le ruote in lega leggera sono fissate utilizzando le balconate del cerchio attraverso flange semicircolari, fissate con viti o dadi serrati con un'opportuna coppia di serraggio. Questi vengono nuovamente serrati dopo circa 10.000 *cicli*. Nel caso in cui fossero utilizzati altri dispositivi di fissaggio è necessario dimostrarne l'equivalenza [2].

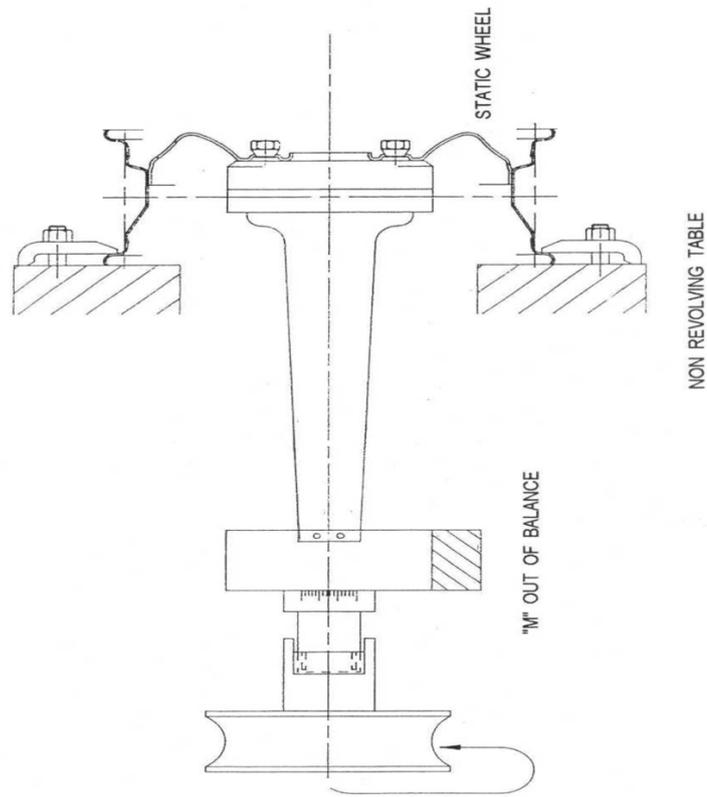


Figura 1.4: Esempio di attrezzatura per prova a flessione rotante

La seguente formula permette il calcolo del massimo momento flettente di riferimento:

$$M_{bm} = S_{bm} \cdot F_V \cdot (\mu \cdot r_{dyn} + d)$$

Dove

- S_{bm} : coefficiente di sicurezza;
- F_V : portata massima della ruota;
- μ : coefficiente di attrito;
- r_{dyn} : raggio esterno dello pneumatico più grande previsto per la ruota;
- d : offset.

La ruota deve resistere a due prove, condotte con le seguenti condizioni di carico: il 50% e il 75% de momento massimo, rispettivamente applicati per una durata di $1.8 \cdot 10^6$ cicli e $2.0 \cdot 10^5$ cicli.

Sostituendo i seguenti valori, che sono corrispondenti alla geometria caso di studio:

- $S_{bm} = 2$, da normativa;
- $F_V = 4905 \text{ N}$ (500 kg);
- $\mu = 0.9$, da normativa;
- $r_{dyn} = 0.24 \text{ m}$;
- $d = 0.014 \text{ m}$.

I carichi applicati sono:

$$M_{bm} = 2254 \text{ Nm}$$

$$M_{bm50\%} = 1127 \text{ Nm}$$

$$M_{bm75\%} = 1691 \text{ Nm}$$

Criterio di accettazione: non sono ammesse cricche tecniche¹.

1.2.2 PROVA DI ROTOLAMENTO

In una prova di rotolamento vengono simulate le sollecitazioni cui è sottoposta una ruota in marcia rettilinea (*Figura 1.5*). La ruota viene fatta rotolare su un rullo avente un diametro esterno minimo di 1.7 m , nel caso di una prova di rotolamento esterno, o un diametro interno minimo pari al raggio dinamico dello pneumatico diviso per 0.4, nel caso di una prova di rotolamento interno [2].

¹ *Cricca tecnica:* separazione del materiale con una propagazione di più di 1 mm che si verifica durante la prova dinamica.

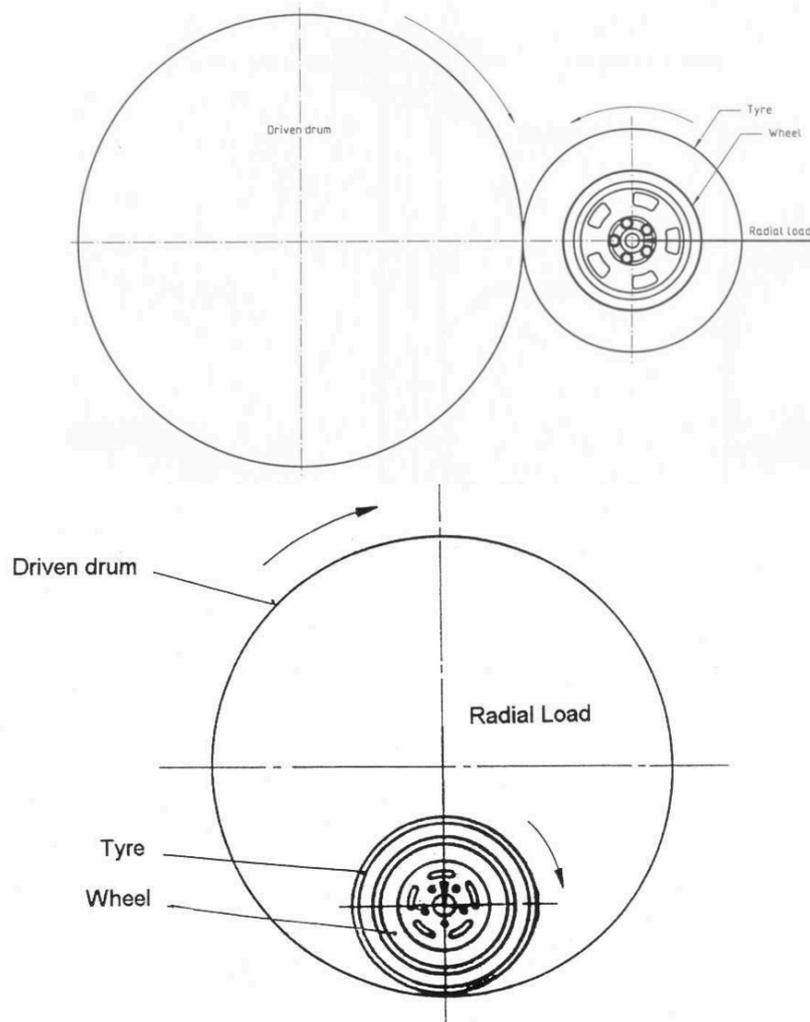


Figura 1.5: Esempi di attrezzature per prova di rotolamento

Nella pratica reale la prova viene effettuata facendo rotolare l'intera ruota (comprensiva di pneumatico) ad una velocità compresa tra $60 \div 100 \text{ km/h}$ per una distanza pari a 2000 km gonfiata ad una pressione di 280 KPa . Durante il rotolamento alla ruota viene applicato un carico verticale verso il basso così calcolato:

$$F_{cw} = S_{cw} \cdot F_V$$

Sostituendo i seguenti valori:

- $S_{cw} = 2.5$, da normativa;
- $F_V = 4905 \text{ N}$ (500 kg).

Il carico applicato è:

$$F_{cw} = 12259 \text{ N}$$

Per la ruota in esame la distanza totale percorsa equivale circa a $1.33 \cdot 10^6$ cicli.

Criterio di accettazione: non sono ammesse cricche tecniche.

1.2.3 PROVA DI TORSIONE ALTERNATA

In una prova di torsione alternata vengono simulate le sollecitazioni cui è sottoposta una ruota durante la frenata e l'accelerazione. Il componente deve resistere al momento alternosimmetrico massimo per 10^6 cicli. Ciascuna balconata del cerchio è fissata rigidamente al banco di prova, mentre la coppia alternata viene applicata al mozzo della ruota [2].

Il momento torcente massimo è calcolato come indicato:

$$M_t = S \cdot F_V \cdot r_{dyn}$$

Sostituendo i seguenti valori:

- $S_t = 1$, da normativa;
- $F_V = 4905 \text{ N}$ (500 kg);
- $r_{dyn} = 0.24 \text{ m}$.

Il carico applicato è:

$$M_t = 1176 \text{ Nm}$$

Criterio di accettazione: non sono ammesse cricche tecniche.

Nella *Tabella 1.1* sono riassunti i carichi impiegati nei vari scenari di carico.

Prove di carico	Simbolo	Valore
BM 50%	$M_{bm50\%}$	1127 Nm
BM 75%	$M_{bm75\%}$	1691 Nm
CW	F_{cw}	12259 N
T	M_t	1176 Nm

Tabella 1.1: Prove di carico

Capitolo 1

Certificazione TÜV

Capitolo 2

Analisi strutturale

Sebbene il documento prenderà in esame un'analisi statica strutturale di tipo lineare, si intende prima affrontare in modo generale la teoria semplificata dietro il Metodo degli Elementi Finiti.

2.1 FONDAMENTI TEORICI FEM

Gli acronimi FEM e FEA stanno rispettivamente ad indicare “*Finite Element Method*” e “*Finite Element Analysis*”. Con l'espressione “Metodo degli Elementi Finiti” si fa riferimento ad un metodo per la risoluzione numerica di equazioni differenziali alle derivate totali o parziali. Più precisamente, è possibile definirlo come una tecnica per approssimare equazioni differenziali con sistemi di equazioni algebriche [3].

Nonostante sia stato sviluppato per lo studio dei campi tensionali in strutture aeronautiche, è stato successivamente esteso ed applicato al campo della meccanica del continuo. Il FEM è ormai affermato come uno tra i migliori strumenti per indagare sistemi complessi, per i quali sperimentazioni in laboratorio comporterebbero spese onerose, complicazioni di tipo logistico e legate alle diverse misurazioni fisiche [4].

A seguire, alcune delle numerose problematiche affrontabili:

- Analisi statiche: si descrivere una struttura mediante una sua proprietà caratteristica (matrice di rigidezza) che pone in relazione i gradi di libertà

dell'elemento (spostamenti generalizzati) e le forze generalizzate agenti su di esso. Si dividono in analisi lineari, in cui viene esclusa la possibilità di avere grandi spostamenti e comportamento plastico del materiale, e non lineari, in cui si possono avere comportamenti non lineari da parte del materiale o della geometria.

Assunto il comportamento del materiale di tipo elastico-lineare, la Legge di Hooke rappresenta con buona approssimazione la realtà. L'equazione che governerebbe il problema, in questo caso, è:

$$F = Kx$$

- Analisi dinamiche: impiegate quando si riscontra la presenza di forze di inerzia paragonabili a quelle elasto-plastiche. Anch'esse si dividono in analisi lineari e non lineari. È inoltre possibile distinguere diverse tipologie: modale, stazionaria, armonica, spettrale, transitoria.
- Analisi di collasso: consente di indagare il collasso di strutture elastiche sotto carico. Si utilizza in problemi di instabilità.

È possibile eseguire molte altre tipologie di analisi; volendo citare le principali: analisi termiche di trasmissione del calore, analisi transitorie e problemi accoppiati come le interazioni fluido-struttura.

2.1.1 FORMULAZIONE VARIAZIONALE E SOLUZIONE APPROSSIMATA

Per affrontare problemi di meccanica non lineare complessi si può procedere con una formulazione del problema in forma forte, ovvero tramite un set di equazioni differenziali alle derivate parziali, o una formulazione in forma debole. In questo

secondo caso le equazioni differenziali descrittive del sistema vengono integrate sull'intero dominio di interesse delle stesse.

Introdotta il concetto di *formulazione variazionale* come la trasformazione in forma integrale delle equazioni differenziali che regolano un determinato problema fisico, appare evidente che un problema di discretizzazione agli elementi finiti è strettamente correlato al concetto stesso.

In primis, è doveroso introdurre la nozione di *funzionale*, termine con cui si indica l'espressione matematica di un principio variazionale, ovvero la sua espressione integrale come funzione di funzioni. Individuato il funzionale, questo è descritto da una variabile, a sua volta funzione di una o più variabili definite nel loro dominio di appartenenza, e dalle sue derivate.

$$\Phi(u) = \int \int_{\Omega} F \left(x, y, u(x, y), \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \dots, \frac{\partial^n u}{\partial x^n}, \frac{\partial^n u}{\partial y^n}, \frac{\partial^n u}{\partial x^p \partial y^q} \right) dx dy$$

Con

- F : funzionale della variabile indipendente $u(x, y)$.

Il calcolo variazionale mira a studiare la condizione di stazionarietà del funzionale (minimo, massimo, flesso), ovvero di determinare, fra tutte le funzioni ammissibili, quella particolare funzione che lo estremizza, ossia lo minimizza o lo massimizza [5].

Nel calcolo agli elementi finiti la formulazione variazionale viene ottenuta a partire dal Principio dei Lavori Virtuali.

Principio dei lavori virtuali: condizione necessaria e sufficiente affinché una struttura permanga nel suo stato di equilibrio è che per ogni spostamento virtuale² compatibile con i vincoli, il lavoro delle forze esterne sia uguale a quello delle forze interne.

² *Spostamento virtuale*: qualsiasi spostamento infinitesimo e compatibile con il vincolo.

$$\mathcal{L}_{int} - \mathcal{L}_{est}$$

$$\delta\Pi = \mathcal{L}_{int} - \mathcal{L}_{est} = 0$$

Con la formattazione in “grassetto” verranno indicati i vettori.

$$\delta\Pi = \int_{\Omega} \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \left(\int_{\Omega} \delta\mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \delta\mathbf{u}^T \hat{\mathbf{t}} d\Gamma \right) + \int_{\Omega} \delta\mathbf{u}^T \rho \dot{\mathbf{u}} d\Omega = 0$$

Dove

- \mathcal{L}_{est} : lavoro compiuto dalle forze attive (concentrate e distribuite) quando si applica un campo di spostamenti virtuali;
- \mathcal{L}_{int} : energia immagazzinata dal campo di tensioni interno, per il tramite delle deformazioni virtuali;
- δ : indica spostamenti e deformazioni virtuali;
- \mathbf{u} : vettore del campo di spostamenti;
- ρ : densità;
- $\boldsymbol{\varepsilon}$: vettore delle deformazioni;
- $\boldsymbol{\sigma}$: vettore delle tensioni;
- \mathbf{b} : vettore delle forze di volume;
- $\hat{\mathbf{t}}$: vettore delle forze di superficie;
- Ω : volume (*Figura 2.1*);
- Γ_t : superficie con carichi esterni.

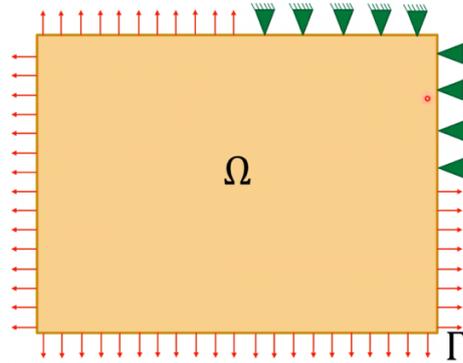


Figura 2.1: Dominio di partenza

I termini presenti nell'espressione del lavoro virtuale, rispettivamente nell'ordine con cui sono riportati, rappresentano l'energia potenziale immagazzinata, il lavoro virtuale delle forze esterne e il lavoro virtuale della risultante delle forze di inerzia. Volendo trascurare il contributo delle forze di inerzia, è possibile elidere l'ultimo termine.

$$\delta\Pi = \int_{\Omega} \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \left(\int_{\Omega} \delta\mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \delta\mathbf{u}^T \hat{\mathbf{t}} d\Gamma \right) = 0$$

In un problema al continuo (come questo, ad esempio) una variabile di campo, come lo spostamento, è funzione di ciascun generico punto del dominio di definizione. Di conseguenza, sono presenti un numero infinito di incognite che rendono impossibile la sua risoluzione.

Tuttavia, è possibile ottenere una soluzione approssimata discretizzando il dominio e lasciando inalterate le equazioni differenziali (relative a ciascun elemento finito). La procedura di discretizzazione agli elementi finiti riduce il problema ad un numero finito di incognite, suddividendo il dominio in elementi finiti ed esprimendo il campo incognito in termini di funzioni approssimanti, definite all'interno di ogni elemento [6].

In gergo viene definita *mesh* la somma comprensiva di tutti i sottodomini o elementi. Un generico elemento finito è caratterizzato da punti estremali, detti nodi, e da linee dritte che ne delimitano il contorno e può estendersi in un campo unidimensionale, bidimensionale o tridimensionale (Figura 2.2).

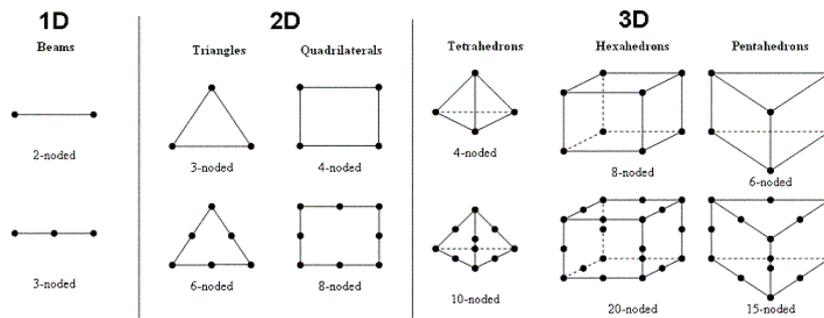


Figura 2.2: Tipologie di elementi finiti

Il dominio Ω e il confine del dominio Γ vengono così approssimati e suddivisi (Figura 2.3):

$$\Omega \approx \hat{\Omega} = \sum_e \Omega_e$$

$$\Gamma \approx \hat{\Gamma} = \sum_e \Gamma_e = \sum_{te} \Gamma_{te} + \sum_{ue} \Gamma_{ue}$$

Dove

- $\hat{\Omega}$ e $\hat{\Gamma}$: indicano un'approssimazione del vero dominio;
- Γ_{te} : indica la porzione di confine su cui sono definiti dei carichi;
- Γ_{ue} : indica la porzione di confine su cui sono definiti degli spostamenti.

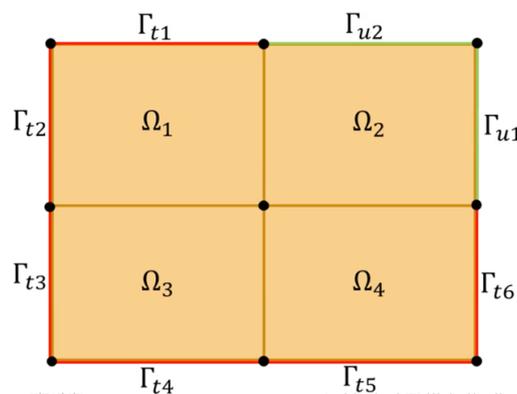


Figura 2.3: Discretizzazione del dominio

In seguito all'approssimazione introdotta, quanto precedentemente enunciato diventa:

$$\delta\Pi \approx \sum_e \left[\int_{\Omega_e} \delta\mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\Omega_e} \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega_e} \delta\mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega \right] - \sum_{et} \left[\int_{\Gamma_{te}} \delta\mathbf{u}^T \hat{\mathbf{t}} d\Gamma \right] = 0$$

Il *metodo di Galerkin* permette di giungere ad una soluzione non esatta del problema tramite l'approssimazione del campo di spostamenti. Mediante i valori che gli spostamenti devono assumere nelle posizioni nodali (*Figura 2.4*), viene individuato un insieme appropriato di funzioni, dette *funzioni di forma*, per descrivere il campo di spostamenti in seno al singolo elemento. L'idea di base è quella di approssimare il vero andamento della funzione incognita con quello di alcune funzioni particolari ad andamento noto: generalmente polinomiali, ma anche trigonometriche ed esponenziali.

Indicando con pedice $i, j, m, \text{etc.}$ i nodi di un generico elemento finito, il campo di spostamenti risulta così definito:

$$\mathbf{u} \approx \hat{\mathbf{u}} = \sum_k N_k \mathbf{a}_k^e = [N_i, N_j, \dots] \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_i \\ \mathbf{a}_j \\ \vdots \end{Bmatrix}^e = [N] \mathbf{a}^e$$

Dove

- $[N]$: indica le funzioni di forma, le quali assumono valore unitario in corrispondenza dei nodi e si annullano al di fuori dell'elemento;
- \mathbf{a}^e : indica il vettore degli spostamenti nodali di un generico elemento e .

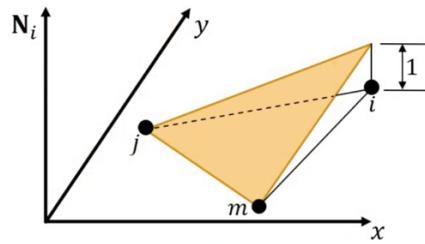


Figura 2.4: Spostamento nodale

Così facendo le soluzioni sui nodi risultano esatte, mentre all'interno dei volumi discretizzati sono approssimate (Figura 2.4). Chiaro è che la precisione dell'approssimazione, oltre che dipendere dal grado del polinomio utilizzato, è direttamente proporzionale alla dimensione dell'intervallo di suddivisione. Chiarendo il concetto con un esempio, nel caso di polinomi di tipo lineare, l'errore si ridurrà nella misura in cui vengono ravvicinati i nodi e ridotti gli intervalli [6].

2.1.2 CAMPI DI DEFORMAZIONE E TENSIONE

A partire dal campo di spostamenti ottenuto è possibile esprimere il campo di deformazione, sempre dell'elemento in analisi. Deformazioni e spostamenti risultano legati da un operatore lineare:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [S]\mathbf{u}$$

Tenendo a mente le soluzioni approssimate ottenute (si ricorre all'apice “^” per indicare le grandezze frutto di approssimazioni):

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = [S]\hat{\mathbf{u}} = [S][N]\mathbf{a} = [B]\mathbf{a}$$

dove la matrice $[B] = [S][N]$ lega spostamenti nodali e deformazioni.

Ipotizzando un comportamento elastico lineare per il materiale del corpo in analisi, noto il campo di deformazione, si risale al campo di tensione tramite il legame costitutivo e tenuto conto anche di eventuali deformazioni iniziali e tensioni residue.

$$\boldsymbol{\sigma} = [D](\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0$$

Dove

- $[D]$: indica la matrice di elasticità contenente le proprietà del materiale;
- $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ e $\boldsymbol{\sigma}_0$: indicano rispettivamente il vettore delle deformazioni e delle tensioni iniziali.

2.1.3 MATRICE DI RIGIDEZZA

Come detto in precedenza, per risolvere le equazioni differenziali che governano il problema strutturale, grazie alla discretizzazione del dominio, si ricorre ad una serie di equazioni algebriche. Tali equazioni, opportunamente ordinate in un sistema lineare, possono assumere la forma seguente:

$$\mathbf{F} = [K]\mathbf{u}$$

Dove

- $[K]$: matrice di rigidezza globale del sistema;
- \mathbf{u} : vettore degli spostamenti (incognita);
- \mathbf{F} : vettore delle forze applicate (noto).

La funzione che svolge la matrice di rigidezza è quella di porre in relazione i gradi di libertà (spostamenti generalizzati) di ogni nodo dell'elemento con le forze generalizzate agenti su di essi. Nel calcolo FEM ogni elemento del dominio discretizzato è definito da una sua caratteristica peculiare, $[K]^e$, che rappresenta il punto di partenza per l'assemblaggio della matrice globale.

Preso in considerazione un elemento del continuo, con l'obiettivo di calcolare $[K]^e$ ed affinché sia rispettata la condizione di equilibrio, si introduce un sistema di forze concentrate agenti sui nodi tale da equilibrare le tensioni sul contorno e i carichi

distribuiti nell'elemento. Concentrando le forze ai nodi la condizione di equilibrio statico è verificata soltanto globalmente.

Ricorrendo nuovamente al Principio dei Lavori Virtuali è possibile giungere ad un'espressione della matrice di nostro interesse.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int} &= \mathcal{L}_{est} \\ \delta\Pi &= \mathcal{L}_{int} - \mathcal{L}_{est} = 0\end{aligned}$$

Si procede esprimendo il lavoro delle forze esterne e interne del singolo elemento, per poi uguagliarli:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{est}^e &= \delta\mathbf{a}^{eT} \mathbf{F}^e \\ \delta\mathcal{L}_{int} &= \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \rightarrow \mathcal{L}_{int}^e = \int_{\Omega_e} \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega_e} \delta\mathbf{a}^{eT} [B]^T [D] [B] d\Omega \\ &= \delta\mathbf{a}^{eT} \left(\int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega \right) \mathbf{a}^e \\ \delta\mathbf{a}^{eT} \mathbf{F}^e &= \delta\mathbf{a}^{eT} \left(\int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega \right) \mathbf{a}^e\end{aligned}$$

Poiché il PLV deve valere per qualsiasi campo di spostamenti virtuale compatibile con i vincoli, è possibile semplificare il termine $\delta\mathbf{a}^{eT}$.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}^e &= \left(\int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega \right) \mathbf{a}^e \\ [K]^e &= \int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega\end{aligned}$$

Per una struttura definita da N elementi finiti opportunamente connessi, ogni elemento viene caratterizzato da una matrice di rigidezza calcolata nel proprio riferimento locale.

Dovendo assemblare una matrice globale, somma di tutte le matrici degli elementi, è necessario definire un sistema di riferimento globale, in funzione del quale vengono rielaborate tutte le matrici.

$$[\bar{K}]_g^e = [T]^{eT} [K]^e [T]^e \text{ con } e = 1, \dots, N$$

$$[\bar{K}]_g = \sum_{e=1}^N [\bar{K}]_g^e$$

Dove

- $[\bar{K}]_g^e$: indica la matrice di rigidezza dell'elemento nel sistema di riferimento globale;
- $[T]^e$: indica la matrice di rotazione per un generico elemento e ;
- $[\bar{K}]_g$: indica la matrice di rigidezza globale.

Una volta in possesso della matrice di rigidezza globale è possibile ricavare gli spostamenti generalizzati a partire dal vettore noto delle forze applicate.

2.2 SOFTWARE

Ansys è una società statunitense che sviluppa e commercializza *software* di simulazione ingegneristica. L'azienda offre una vasta gamma di soluzioni *software* agli elementi finiti utilizzabili nei più diversi ambiti dell'ingegneria.

I prodotti CAE forniti si estendono dalla meccanica strutturale alla fluidodinamica, dall'elettromagnetismo all'elettromeccanica. Per ognuno di questi settori sono, inoltre, disponibili verticalizzazioni specifiche a seconda del diverso ambito industriale di interesse [7].



Figura 2.5: Logo Ansys

2.2.1 ANSYS WORKBENCH

La piattaforma Ansys Workbench, studiata per risolvere problemi ingegneristici, è in grado di impostare simulazioni numeriche coinvolgendo diverse fisiche, anche contemporaneamente. Inclusa in tutti i pacchetti software Ansys, collega i diversi sistemi automaticamente, in modo che i dati comunichino senza problemi.

La capacità di Workbench di connettere tutti gli strumenti dei principali settori (Ansys Structures, Ansys Fluids, Ansys Electronics) esalta l'approccio multifisico e parametrico. Ciò permette di realizzare simulazioni multidisciplinari mediante la costruzione del proprio "tavolo di lavoro", come suggerisce il nome, caratterizzato da schemi a blocchi e link [7].

L'analisi viene costruita con dei blocchi, rappresentativi dei sistemi, all'interno dello spazio di lavoro. Ogni sistema è poi costituito da celle rappresentative dei passaggi sequenziali della specifica analisi. Le diverse celle corrispondono ad

operazioni effettuate con un'applicazione specifica, alla quale si può accedere in una finestra indipendente o in *tabs* dell'interfaccia [8].

Un'ulteriore *features*, introdotta recentemente nel mondo Ansys, è l'*Application Customization Toolkit* (ACT), ovvero uno strumento che consente la customizzazione di tutte le applicazioni Ansys e degli ambienti di simulazione. È ora possibile creare app in grado di introdurre nuove funzionalità, integrare *workflow* di simulazione e molto altro [9].

Grazie a questa nuova tecnologia Ansys Workbench diventa le fondamenta dell'aggiornato ecosistema Ansys, in espansione verso nuovi utenti [7].

2.2.2 ANSYS MECHANICAL

In ambito strutturale Ansys Mechanical è il principale ambiente di lavoro messo a disposizione dalla società statunitense. Ampiamente utilizzato dagli ingegneri strutturisti nei principali settori industriali, rappresenta uno standard di riferimento.

La grande varietà di strumenti di analisi messi a disposizione permette svariate operazioni, tra cui: la creazione e preparazione di una geometria da analizzare, l'implementazione di diverse forme di non linearità (gestione dei contatti, ampie deformazioni e modelli materiale avanzati) e la valutazione di modelli dal punto di vista statico e dinamico [7].

Se a ciò si aggiungono i vantaggi offerti dalla piattaforma Workbench, le possibilità aumentano in maniera considerevole. Come detto nel paragrafo precedente, grazie agli strumenti presenti in Workbench, il programma può essere accoppiato alle tecnologie di simulazione fluidodinamica ed elettromagnetica ad esso connesse, per studiare in modo completo le prestazioni multifisiche del proprio modello [9].

2.2.3 ANSYS SPACECLAIM

Ansys SpaceClaim è un'applicazione multiuso per la modellazione CAD diretta. Questa tecnologia mette a disposizione funzionalità dedicate alle più comuni attività di modellazione, sia a livello base, che per un approccio più avanzato.

Tra gli strumenti integrati all'interno di SpaceClaim risultano fondamentali i *tools*, dedicati per la riparazione dei file importati da altri ambienti CAD, ed il set di funzioni finalizzate alla preparazione di modelli FEM e CFD [7].

La sua facilità d'uso e semplicità lo rendono uno strumento perfetto per chi si trova a gestire grandi modelli ma non ha sufficienti conoscenze per sfruttare strumenti più complessi [9].

2.3 CASO DI STUDIO

Per poter procedere con l'ottimizzazione strutturale del componente è stato necessario svolgere una serie di operazioni preliminari, nonché una prima analisi strutturale, per verificare che la geometria di partenza superasse le diverse prove di carico previste. L'albero di Mechanical dell'analisi viene mostrato nella *Figura 2.6*.

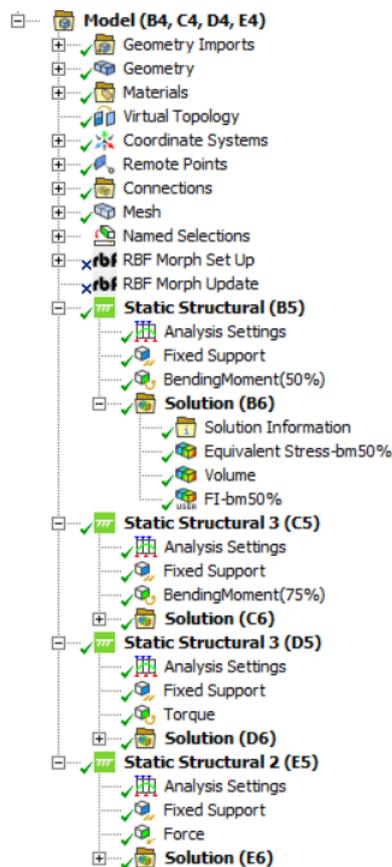


Figura 2.6: Analisi statica preliminare, interfaccia grafica Mechanical

2.3.1 MATERIALE

È stata impiegata una lega di alluminio per getti, in particolare l'*AlSi₇Mg*, che risulta essere una tra le più utilizzate per applicazioni strutturali di carattere generale. Tra le principali peculiarità del materiale notiamo: l'elevata fluidità (dovuta al silicio presente), le buone caratteristiche strutturali (dovute alle precipitazioni di magnesio in seguito al trattamento termico) e la leggerezza.

Nella *Tabella 2.1* sono riportate le proprietà meccaniche di maggiore interesse.

Proprietà meccanica	Simbolo	Valore
Densità	ρ	2680 kg/m ³
Modulo di Young	E	72.4 GPa
Modulo di Poisson	ν	0.33
Resistenza di snervamento a trazione	S_Y	152 MPa
Resistenza di rottura a trazione	S_U	228 MPa
Resistenza a fatica	S_F	89 MPa per 10 ⁸ cicli

Tabella 2.1: Proprietà meccaniche AlSi₇Mg

Nonostante in Ansys Workbench vengano messe a disposizione una vasta gamma di librerie contenenti diversi materiali, viene offerta anche la possibilità di crearne di nuovi. Difatti è stato aggiunto un materiale, denominato *Aluminium Alloy for wheel*, con le caratteristiche meccaniche sopraelencate (*Figura 2.7*).

The screenshot shows the 'Properties of Outline Row 3: Aluminium Alloy for wheel' panel. It contains a table with 11 rows and 5 columns (A, B, C, D, E). The columns are labeled 'Property', 'Value', 'Unit', and have icons for help, delete, and refresh. The data is as follows:

1	Property	Value	Unit	D	E
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	2680	kg m ⁻³		
4	Isotropic Elasticity				
5	Derive from	Young's Modulus an...			
6	Young's Modulus	7,24E+10	Pa		
7	Poisson's Ratio	0,33			
8	Bulk Modulus	7,098E+10	Pa		
9	Shear Modulus	2,7218E+10	Pa		
10	Tensile Yield Strength	1,52E+08	Pa		
11	Tensile Ultimate Strength	2,28E+08	Pa		

Figura 2.7: Aluminium Alloy for wheel

2.3.2 GEOMETRIA E SEMPLIFICAZIONE

Il cerchione completo è stato riprodotto a partire dalla geometria iniziale; questa era costituita da un singolo settore circolare contenente un raggio (Figura 2.8).

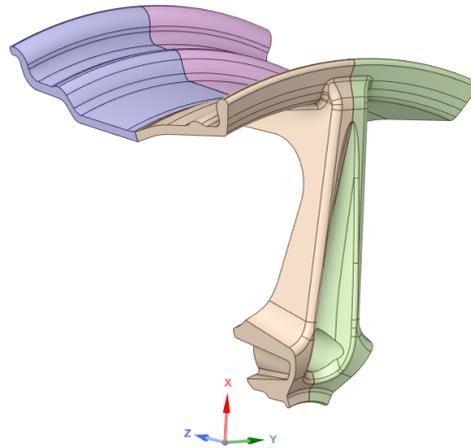


Figura 2.8: Geometria di partenza

È stato necessario ricorrere alla funzione *Mirror* in SpaceClaim per realizzare il cerchione completo. L'utilizzo della funzione è estremamente intuitivo: è sufficiente selezionare un piano di simmetria e il corpo che si vuole specchiare, come riportato nella Figura 2.8.

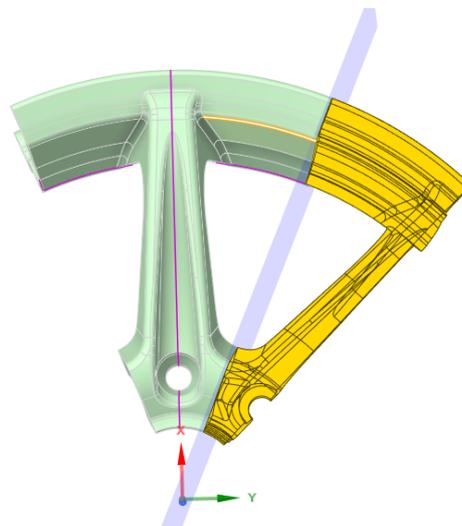


Figura 2.9: Operazione di Mirroring

Scegliendo adeguatamente l'ordine con il quale si specchia, è possibile realizzare un corpo caratterizzato da due sole sottoparti, una anteriore e una posteriore (Figura 2.10).

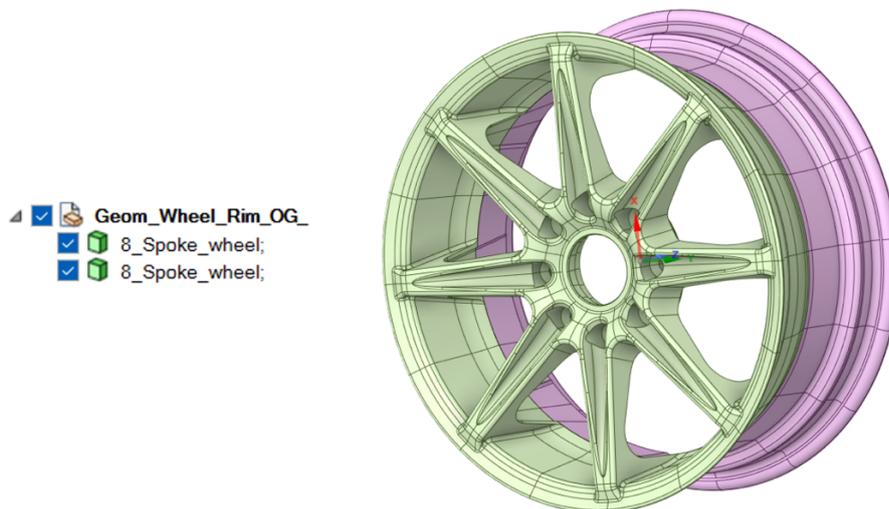


Figura 2.10: Geometria completa

La geometria presentava corpi con topologie separate. SpaceClaim offre la possibilità di condividere la topologia tra corpi e facce che intersecano tramite la funzione *Share*, la quale individua le superfici che necessitano di essere condivise [9]. Nella Figura 2.10 in rosso è riportata la superficie di separazione tra le due topologie previa correzione.

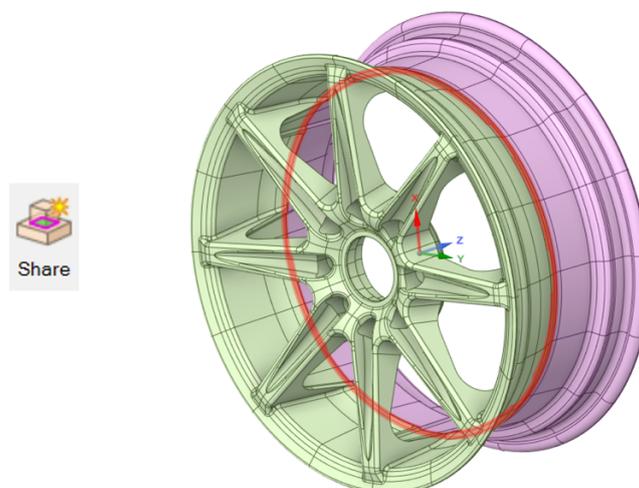


Figura 2.11: Condivisione della topologia

Successivamente, è stato semplificato il modello geometrico all'interno di Ansys Mechanical. Com'è possibile notare dalle immagini precedenti, il componente inizialmente era caratterizzato da un gran numero di superfici. Poiché durante la fase di *meshing* il programma procede inserendo dei nodi lungo gli spigoli delle facce, la presenza di molte superfici di piccole dimensioni inficia la qualità della *mesh*, aumentando inoltre il numero di nodi presenti.

Con l'obiettivo di ottenere una griglia più snella e qualitativa sono state utilizzate le *virtual topology* per unire più superfici o spigoli (Figura 2.12). Il risultato finale ottenuto è mostrato nelle Figure 2.13 e 2.14.

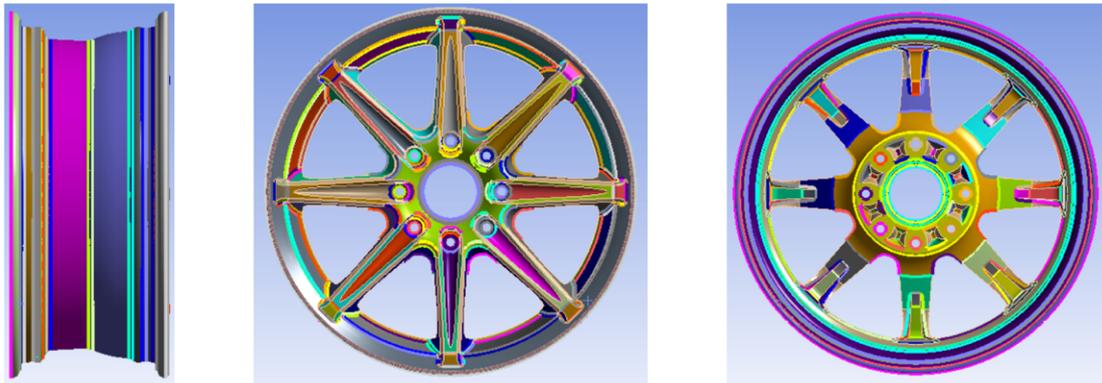


Figura 2.12: Virtual Topology

In prima battuta, per verificare che la *mesh* fosse di qualità, è stato utilizzato uno dei criteri messi a disposizione dal *software*. Generalizzando, i diversi criteri di qualità valutano di quanto la forma dei singoli elementi si discosta da quella ideale. In particolare, l'indice utilizzato è stato l'*Element Quality*. Si tratta di un indice composto che assume valore unitario, qualora si abbia un cubo o quadrato perfetto, e zero per elementi con volume nullo o negativo. Il parametro viene calcolato nel seguente modo:

$$Quality = C \left(\frac{Area}{\sum(EdgeLength)^2} \right)$$

$$Quality = C \left(\frac{Volume}{\sqrt{[\sum(EdgeLength)^2]^3}} \right)$$

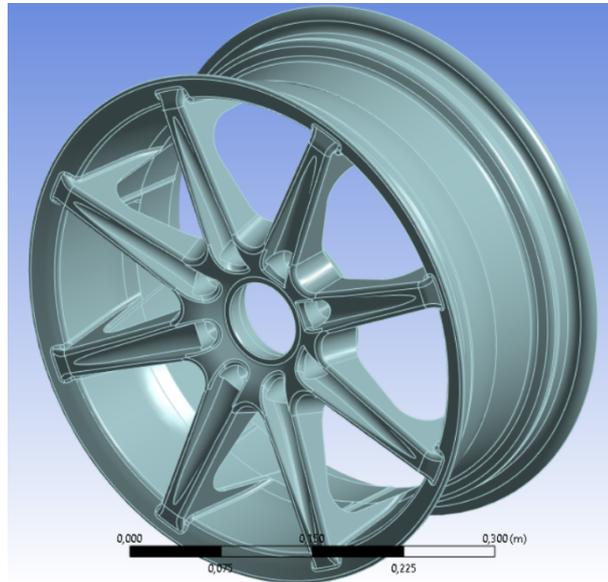


Figura 2.13: Cerchione, vista frontale

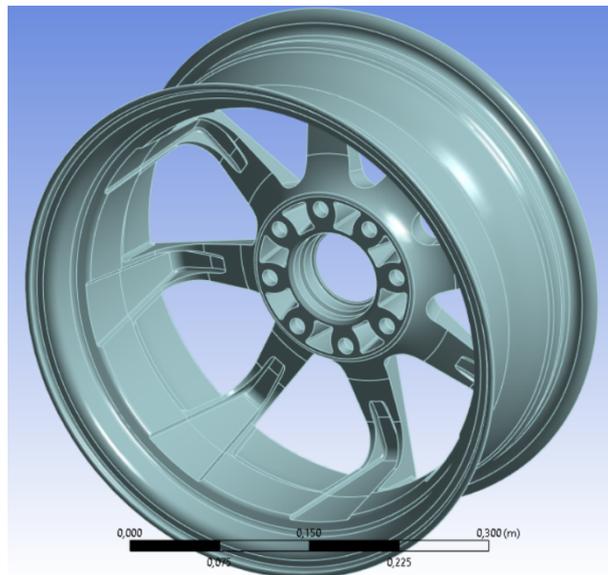


Figura 2.14: Cerchione vista posteriore

2.3.3 MESH

Come detto in precedenza, lo scopo della *mesh* è quello di dividere il dominio in celle discrete, così da poter risolvere le equazioni sui nodi. Una buona *mesh* deve rispettare alcuni requisiti fondamentali, quali: efficienza, accuratezza e qualità. Per garantire le prime due è necessario avere un infittimento nelle zone con gradiente della soluzione o dettagli geometrici [8]. La qualità, come detto, dipende dallo scostamento della forma degli elementi da quella ideale.

L'operazione di realizzazione del reticolo è uno degli aspetti più delicati quando si ha a che fare con il Metodo degli Elementi Finiti. La complessità è data dall'elevato numero di parametri sui quali è possibile intervenire.

Sicuramente aiuta conoscere i principali metodi di *meshing*, che sono in funzione del tipo di elemento maggiormente utilizzato:

- *Tetrahedrons*: utilizza solo tetraedri.
- *Sweep*: utilizza prismi (*wedge*) ed esaedri.
- *Multizone*: genera automaticamente una mesh esaedrica pura, dove possibile, per poi riempire con *mesh* non strutturate le regioni più difficili da catturare.
- *Hex dominant*: utilizza esaedri, prismi, piramidi e tetraedri, con l'obiettivo di avere maggiormente elementi esaedrici, sia in numero che in volume.
- *Patch Conforming Tetrahedrons*: il processo di *meshing* inizia dai bordi e dalle facce fino a completare l'intero volume (tutte le superfici con caratteristiche di design sono rispettate).
- *Automatic*: combina *sweep* e *Patch Conforming Tetrahedrons* oppure solo *Patch Conforming Tetrahedrons*.

Utilizzando il metodo automatico il programma è sempre in grado di ottenere una *mesh*, che l'utente può successivamente migliorare o cambiare aggiungendo controlli. Nella *Figura 2.15* vengono mostrate le principali tipologie di elementi 3D.

la geometria presenta delle serigrafie o delle imperfezioni nella giunzione tra più superfici.

- *Capture Curvature*: consente di infittire la *mesh* dove la geometria si complica, anche se di *default* è disattivato. Se attivo esamina la curvatura su spigoli e facce e modifica le dimensioni degli elementi su queste entità, in modo che il *Curvature Normal Angle* non venga violato. L'angolo normale di curvatura rappresenta l'angolo massimo accettabile tra le normali alla superficie lungo il bordo di un elemento (bassi valori portano a *mesh* più fitte) [9]. È necessario impostare anche il *Curvature Min Size*.
- *Capture Proximity*: se attivo consente di specificare il numero di elementi della *mesh* utilizzati negli spazi tra due facce opposte o tra due spigoli limite opposti di una faccia [9]. È necessario impostare *Proximity Min Size* e *Proximity Gap Factor*, anche se di *default* è disattivato.

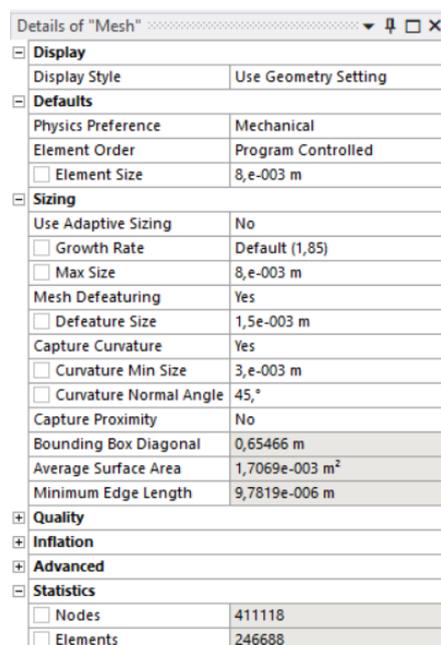


Figura 2.16: Controlli globali della mesh

Analisi di convergenza della mesh

Con l'intenzione di migliorare la *mesh* è stata condotta un'analisi di convergenza. Sono state eseguite diverse prove variando una serie di parametri selezionati, ovvero *Element Size*, *Max Size* e *Curvature Min Size*. I valori di *Defeature Size* e *Curvature Normal Angle* sono stati fissati rispettivamente a 1.5 mm e 45°, mentre *Growth Rate* e *Capture Proximity* non sono stati cambiati.

La condizione di carico utilizzata per l'analisi di convergenza è la forza verticale della prova di rotolamento. Riguardo ai valori massimi di tensione, questi sono stati attinti unicamente dal settore circolare messo in trazione dalla forza (Figura 2.17).

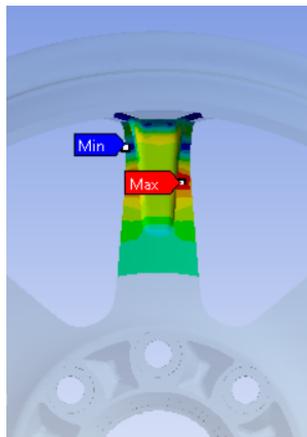


Figura 2.17: Andamento di tensione sul raggio in trazione

Partendo dal minimo valore di *Element Size* che permettesse al programma di calcolare la soluzione, sono stati incrementati gradualmente i valori delle variabili. L'impossibilità di Mechanical di ottenere una soluzione con *mesh* eccessivamente fitte è data da un limite *hardware* della macchina utilizzata (RAM insufficiente).

L'analisi di convergenza è stata condotta considerando il tempo necessario al programma per calcolare la soluzione e l'errore percentuale commesso rispetto al caso considerato più preciso, vale a dire quello con il minor valore di *Element Size*.

La Tabella 2.2 contiene i risultati dell'analisi di convergenza, mentre i Grafici 2.1 e 2.2 riportano rispettivamente l'analisi di convergenza e l'andamento del numero di nodi della *mesh* in funzione dell'*Element Size*. Appare chiaro che aumentare

eccessivamente la dimensione degli elementi non porta benefici in termini di riduzione di nodi, né tanto meno in termini di tempi di calcolo. In aggiunta, per dimensioni maggiori degli elementi sono stati riscontrati valori di *Element Quality* peggiori.

Element Size [m]	Max Size [m]	Curvature Size [m]	Nodes	Time [s]	Max Stress [MPa]	Error [%]
0.002	0.008	0.0015	3441449	<i>error</i>	<i>error</i>	<i>X</i>
0.003	0.008	0.0015	1569140	81	24.2	0.00%
0.004	0.008	0.0015	1029701	64	23.9	1.07%
0.005	0.008	0.0015	835624	49	24.1	0.59%
0.006	0.008	0.002	626935	39	24.2	0.05%
0.007	0.008	0.0025	518397	37	24.0	0.69%
0.008	0.008	0.003	411118	32	24.2	0.18%
0.009	0.009	0.003	403256	34	24.2	0.73%
0.010	0.010	0.003	397431	32	24.1	0.45%
0.011	0.011	0.003	394505	33	24.1	0.21%
0.012	0.012	0.003	392057	32	24.3	0.48%
0.016	0.013	0.003	390481	33	24.2	0.02%

Tabella 2.2: Analisi di convergenza della mesh

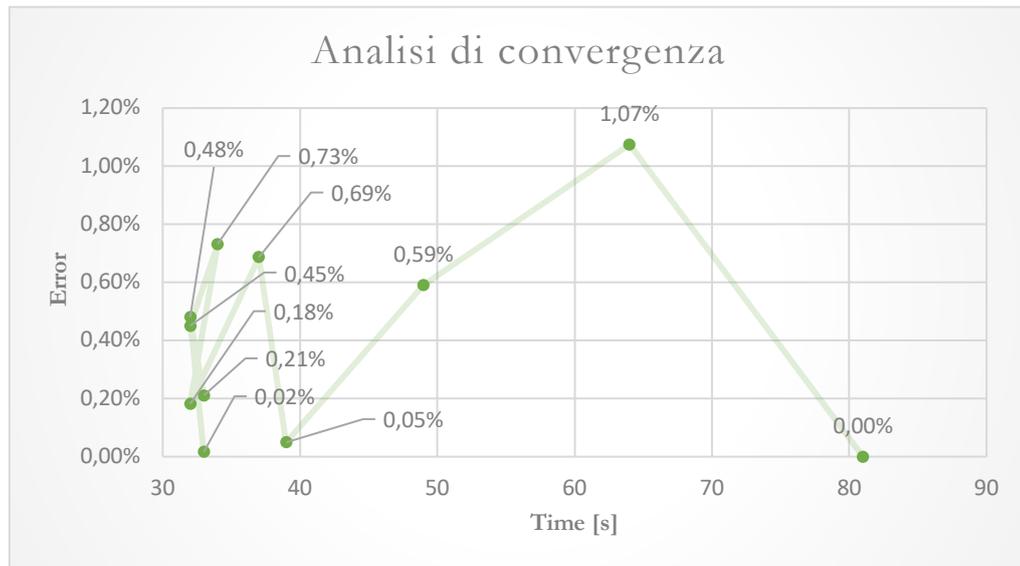


Grafico 2.1: Analisi di convergenza della mesh

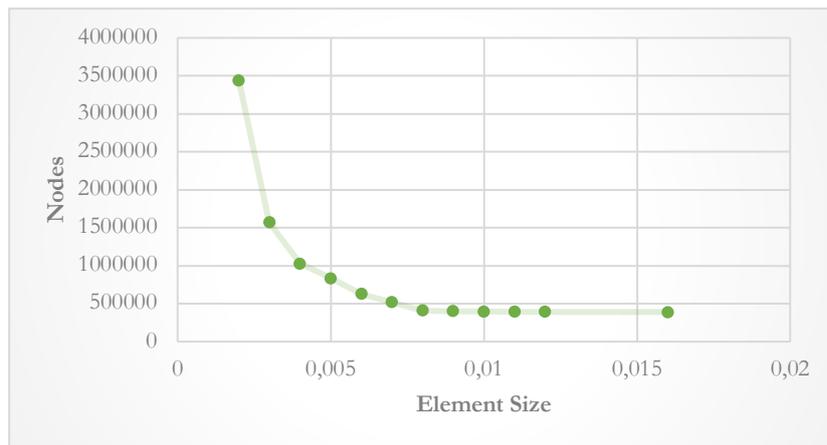


Grafico 2.2: Dimensione mesh in funzione dell'Element Size

È stata scelta la configurazione relativa all'Element Size di 0,008 m, come riportato nella Tabella 2.3. La mesh ottenuta è sufficientemente snella e porta ad un errore relativo del 0,18%, del tutto accettabile.

Element Size [m]	Max Size [m]	Curvature Size [m]	Nodes	Time [s]	Max Stress [MPa]	Error [%]
0,008	0,008	0,003	411118	32	24,2	0,18%

Tabella 2.3: Scelta finale parametri mesh

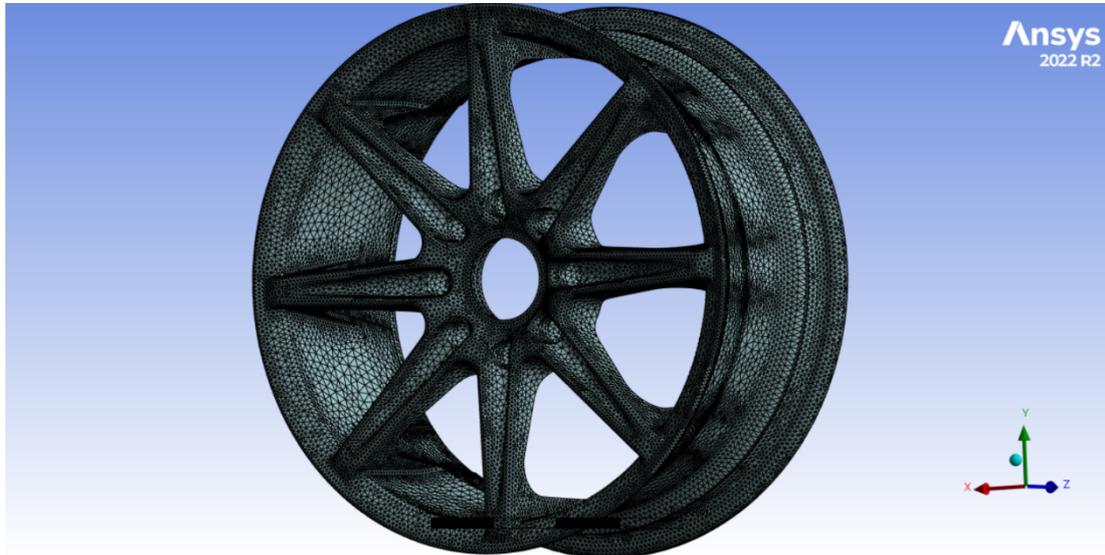


Figura 2.18: Mesh finale, vista frontale



Figura 2.19: Mesh finale, vista posteriore

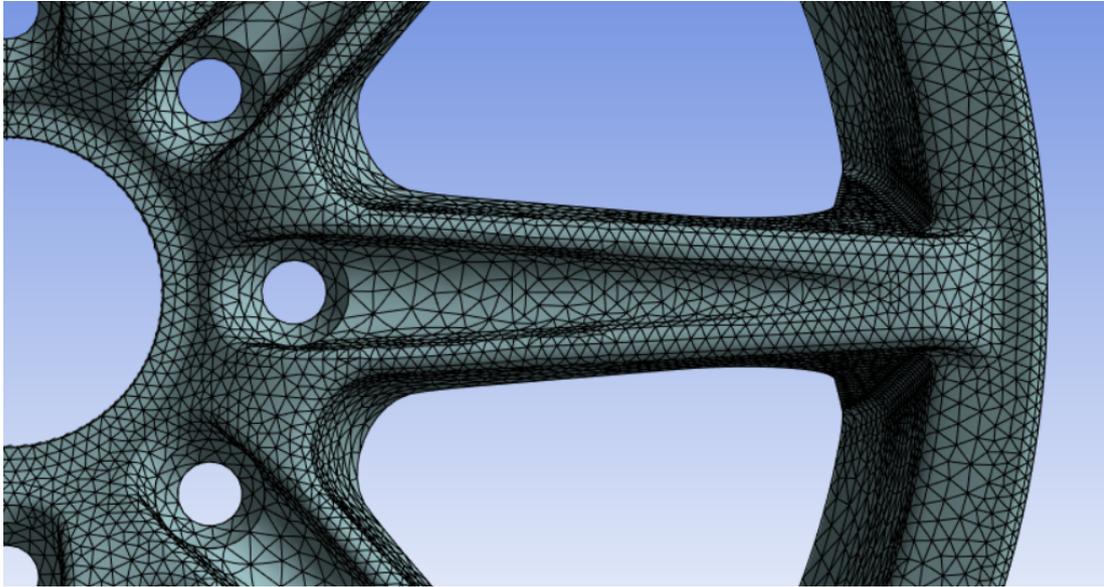


Figura 2.20: Mesh finale, dettaglio frontale

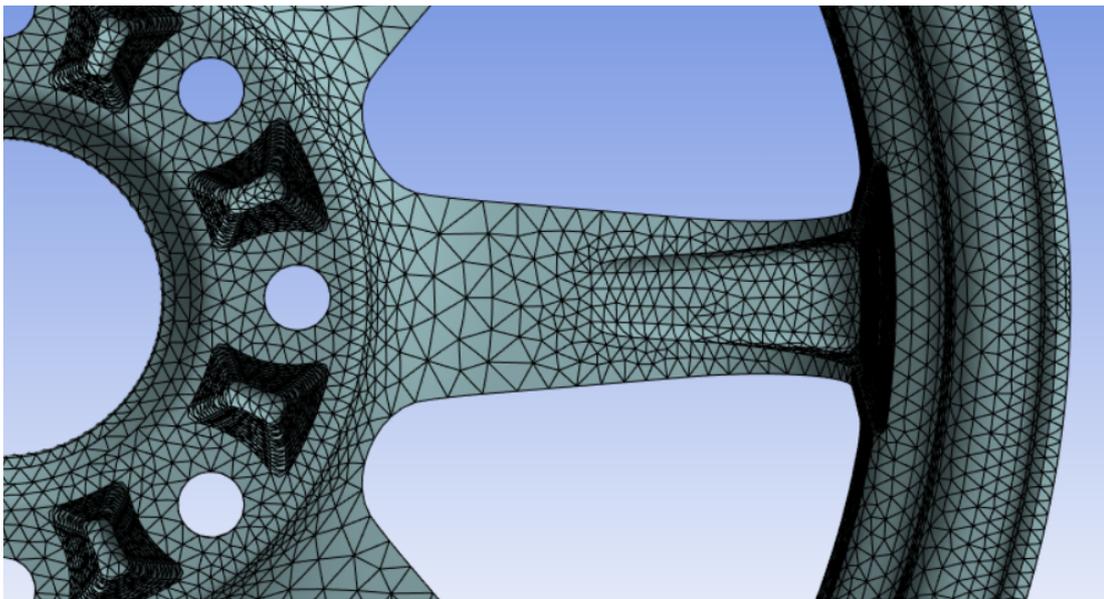


Figura 2.21: Mesh finale, dettaglio posteriore

2.3.4 ANALISI STRUTTURALE PRELIMINARE

L'analisi strutturale preliminare è stata suddivisa in quattro blocchi (*B, C, D, E*), come mostrato nella *Figura 2.22*, ognuno dei quali relativo ad uno scenario di carico.

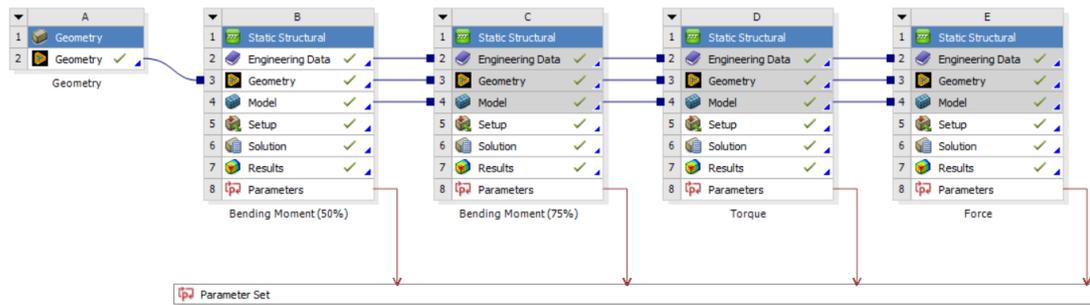


Figura 2.22: Analisi statica preliminare, interfaccia grafica Workbench

Indipendentemente dal tipo di prova, la regione di applicazione del carico e quella di ancoraggio sono rimaste invariate. In particolare, il carico è stato applicato sulla zona di collegamento al mozzo, sulle sedi coniche delle viti (non visibili in figura) e sul piano di appoggio del cerchione (*Figura 1.3*). Rispettando le modalità esecutive utilizzate per i test su cerchioni reali, le zone di fissaggio utilizzate sono state le balconate del cerchio.

Nelle *Figure 2.23, 2.24, 2.25* sono riportate le condizioni di carico dei relativi test. Le due prove a flessione alternata differiscono unicamente per il valore del momento applicato, di conseguenza fa fede per entrambe la prima immagine.

A seguire nelle *Figure 2.26, 2.27, 2.28, 2.29, 2.30, 2.31, 2.32 e 2.33* sono riportate le immagini del campo tensionale per i diversi scenari di carico. Ogni prova è stata documentata frontalmente e posteriormente, così da avere un quadro completo delle sollecitazioni destatesi.

Poiché in presenza di sollecitazioni pluridimensionali, è necessario individuare un valore di tensione equivalente monodimensionale da confrontare con i valori

ammissibili. È stato utilizzato il *Criterio di Von Mises*³ (o della Massima Energia di Distorsione).

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{yz}^2)]}{2}}$$

Si può notare come, indipendentemente dal carico applicato, i valori massimi di tensione sono collocati nelle zone estremali dei raggi dove si hanno forti concentrazioni di tensione. Le sollecitazioni massime assumono i seguenti valori:

1. Prova di flessione alternata 50%:

$$\sigma_{BM50\%max} = 61.3 \text{ MPa}$$

2. Prova di flessione alternata 75%:

$$\sigma_{BM75\%max} = 92.0 \text{ MPa}$$

3. Prova di rotolamento:

$$\sigma_{CWmax} = 18.6 \text{ MPa}$$

4. Prova di torsione alternata:

$$\sigma_{Tmax} = 18.8 \text{ MPa}$$

³ *Criterio di Von Misse*: asserisce che si ha rottura se la sola energia associata alla distorsione (variazione di forma e non di volume) raggiunge un valore critico.

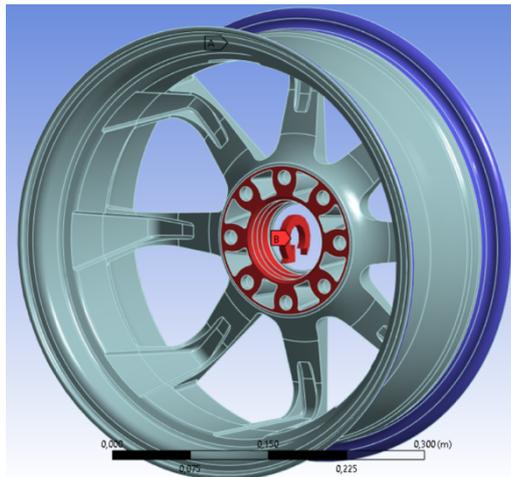


Figura 2.23: Prova a flessione alternata

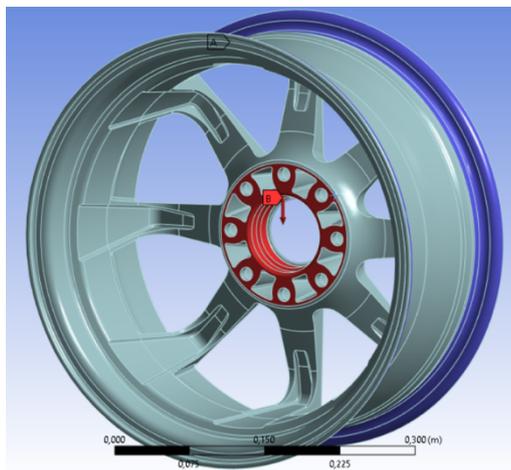


Figura 2.24: Prova di rotolamento

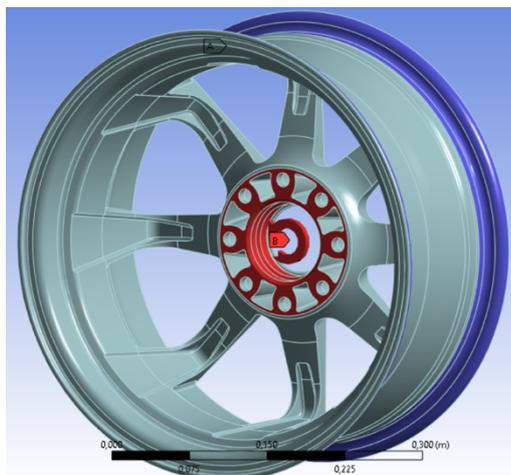


Figura 2.25: Prova di torsione alternata

Capitolo 2

Analisi strutturale

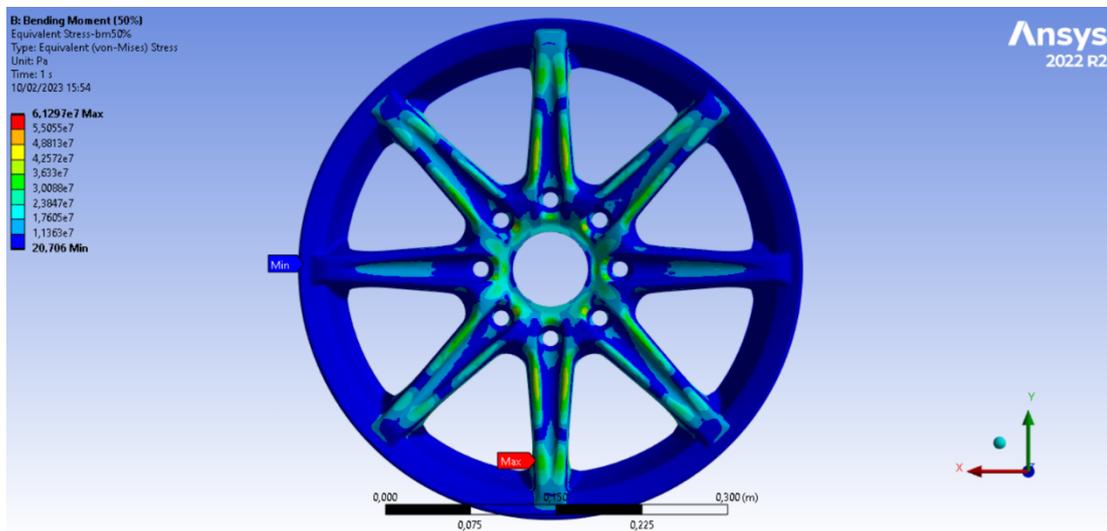


Figura 2.26: Campo tensionale BM50%, vista frontale

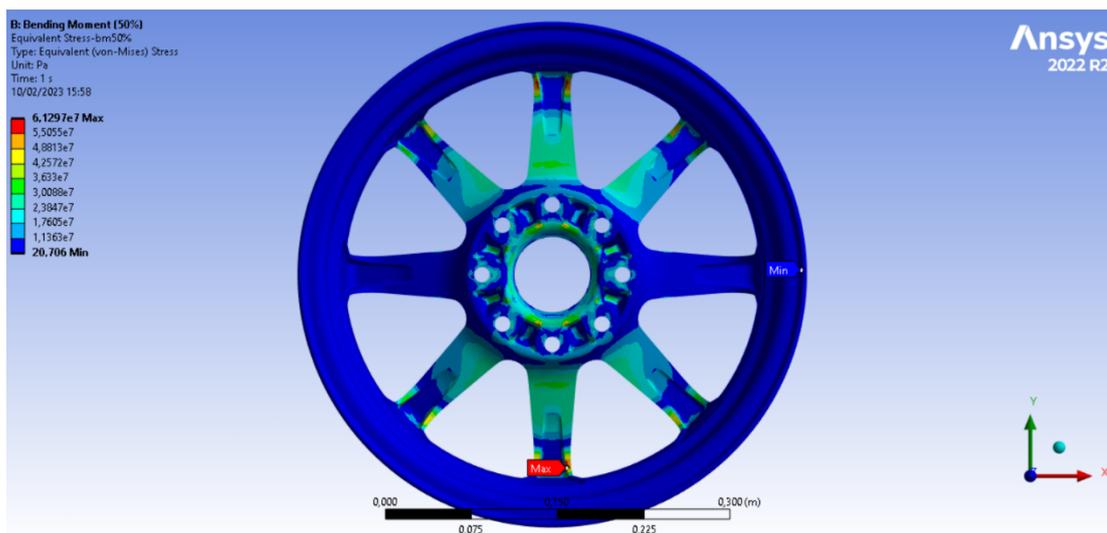


Figura 2.27: Campo tensionale BM50%, vista posteriore

Capitolo 2

Analisi strutturale

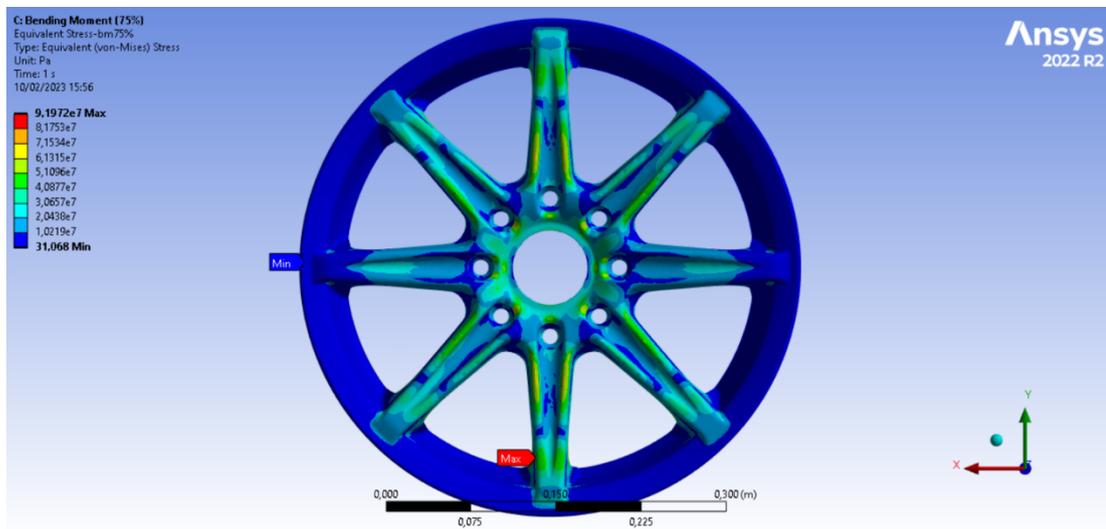


Figura 2.28: Campo tensionale BM75%, vista frontale

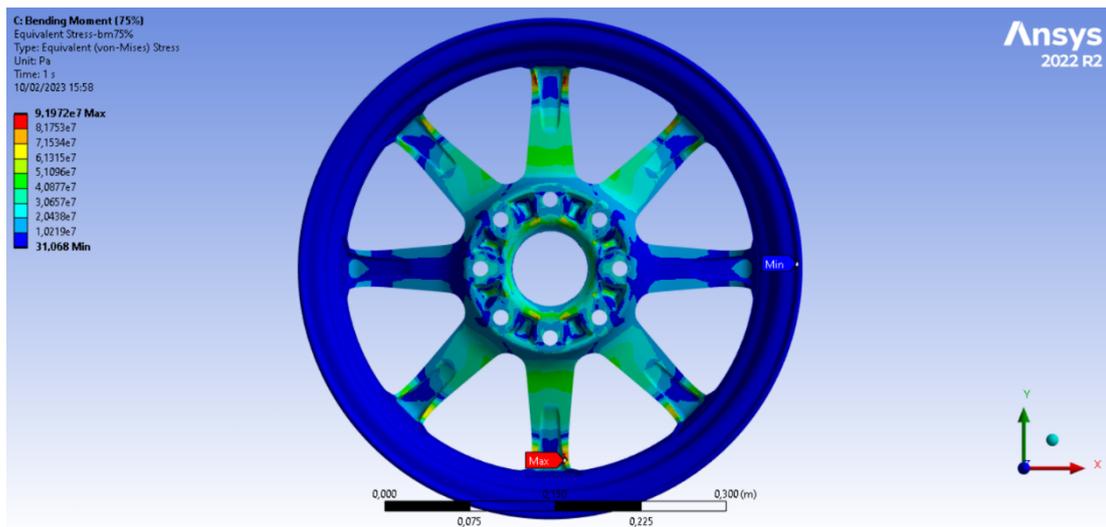


Figura 2.29: Campo tensionale BM75%, vista posteriore

Capitolo 2

Analisi strutturale

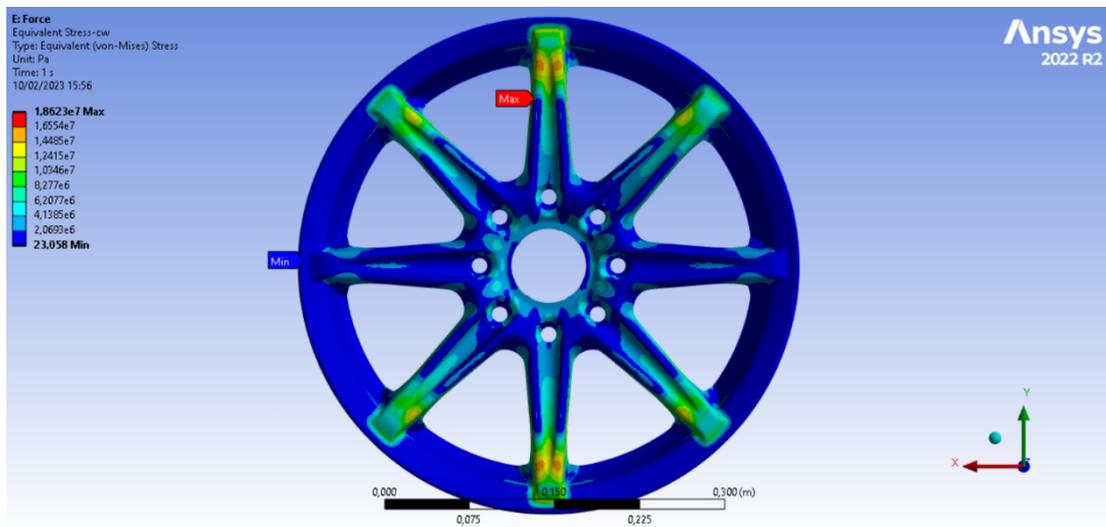


Figura 2.30: Campo tensionale CW, vista frontale

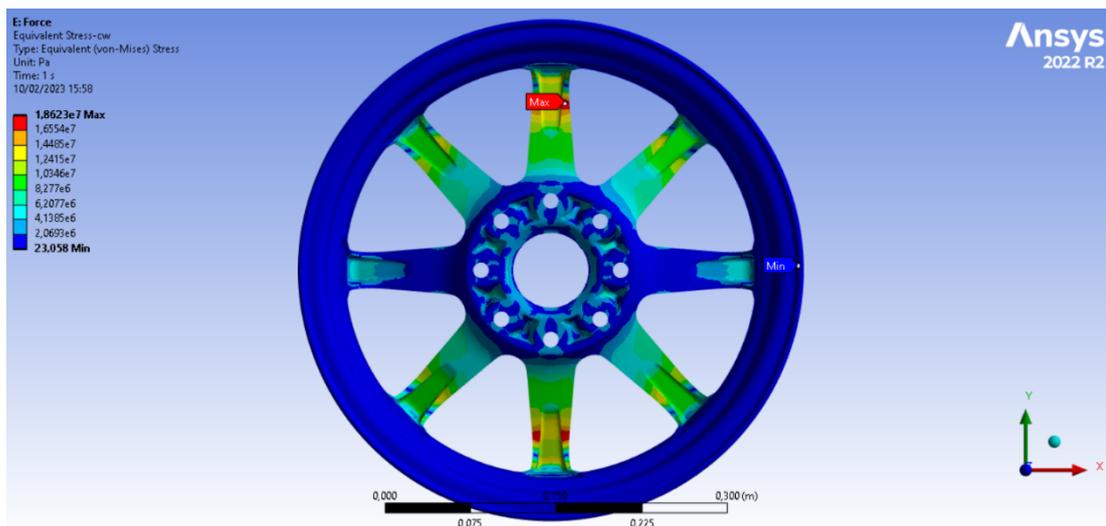


Figura 2.31: Campo tensionale CW, vista posteriore

Capitolo 2

Analisi strutturale

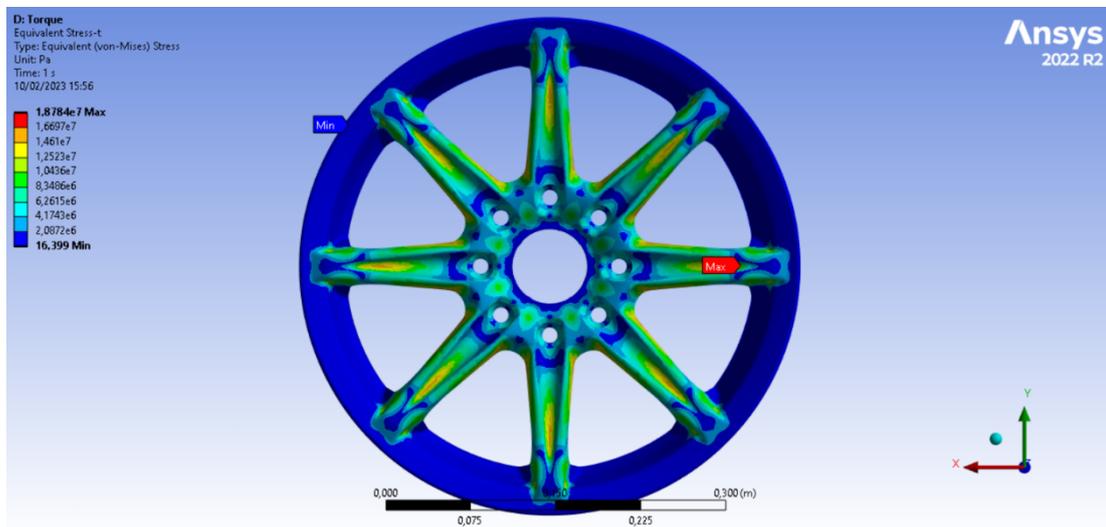


Figura 2.32: Campo tensionale T , vista frontale

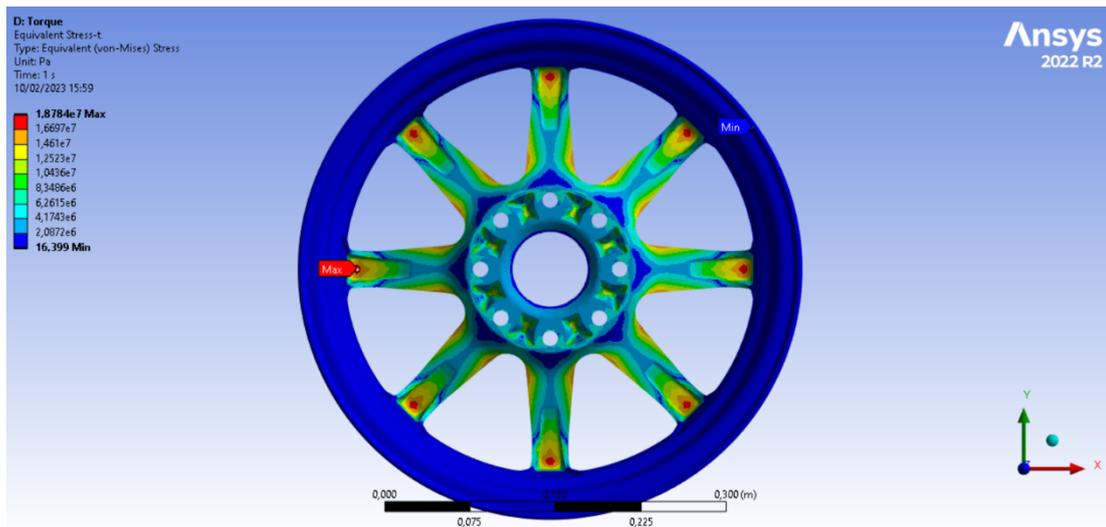


Figura 2.33: Campo tensionale T , vista posteriore

2.3.5 TENSIONI AMMISSIBILI

Noti i carichi da utilizzare ed il numero di cicli per i quali applicarli, sono stati calcolati i valori di tensione ammissibili. Questi rappresentano delle soglie di tensione che il materiale non deve mai raggiungere. La loro determinazione richiede la conoscenza delle caratteristiche meccaniche del materiale, delle condizioni di carico, dalla conformazione geometrica, dalla finitura superficiale e delle condizioni operative a cui è sottoposto il manufatto.

Per il calcolo delle tensioni ammissibili ci si è serviti della normativa UNI 7670 [10] che, sebbene sia prescritta nei casi in cui il materiale utilizzato sia acciaio, definisce un modello di calcolo a fatica molto utilizzato in ambito progettuale [11].

Le tensioni ammissibili sono state calcolate con la seguente relazione:

$$\sigma_{allowable} = \frac{1 \cdot S_F \cdot K_n \cdot K_k \cdot K_t}{\gamma_k \cdot K_f \cdot K_d \cdot K_i \cdot K_c}$$

Dove

- γ_k : fattore di sicurezza;
- S_F : limite di fatica a flessione alternata;
- K_k : coefficiente che tiene conto del rapporto tra il valore massimo e minimo di tensione nei vari cicli;
- K_n : coefficiente che tiene conto del numero di cicli equivalente al quale l'elemento sarà sottoposto.
- K_t : coefficiente di adeguamento al tipo di tensione considerato;
- K_f : coefficiente che tiene conto della forma dell'elemento e di altri fattori che provocano concentrazioni di tensione;
- K_d : coefficiente che tiene conto delle dimensioni dell'elemento;

- K_i : coefficiente che tiene conto dello stato superficiale dell'elemento;
- K_c : coefficiente che tiene conto dell'eventuale stato di corrosione dell'elemento.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_k = \frac{5}{3 - 2k} \text{ per } -1 \leq k < 0 \\ K_k = \frac{\frac{5}{3}}{1 - \left(1 - \frac{5}{3} \frac{\sigma_f}{R}\right)k} \text{ per } 0 \leq k \leq 1 \end{array} \right.$$

Nel caso di cicli alternosimmetrici $k = -1$ e di conseguenza $K_k = 1$.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_n = \left(\frac{10^8}{n}\right)^{\frac{1}{c}} \text{ per } 8 \cdot 10^3 \text{ cicli} < n \leq 10^8 \text{ cicli} \\ K_n = \left(\frac{10^8}{n}\right)^{\frac{1}{c'}} \text{ per } n > 10^8 \text{ cicli} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_t = 1 \text{ per flessione} \\ K_t = 0.8 \text{ per trazione o compressione} \\ K_t = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ per tensione tangenziale} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_k = 3.2^{\frac{1}{c}} \text{ per } n \leq 10^8 \\ \gamma_k = 3.2^{\frac{1}{c'}} \text{ per } n > 10^8 \end{array} \right.$$

Per la determinazione dei coefficienti c e c' è stata costruita una *Curva di Wöhler* (o Diagramma $S - N$) approssimata sui seguenti punti:

- $n = 8 \cdot 10^3$ cicli per $\sigma = S_U = 228 \text{ MPa}$;
- $n = 10^8$ cicli per $\sigma = S_F = 89 \text{ MPa}$;

La pendenza nel primo tratto è pari a $c = \tan \varphi = \frac{\ln(10^8) - \ln(8 \cdot 10^3)}{\ln(S_U) - \ln(S_F)} = 10.03$,
 mentre quella del secondo $c' = \tan \varphi' = c + \sqrt{c^2 + 1} = 20.11$.

Nella *Tabella 2.4* sono riportati i valori dei coefficienti indipendenti dalla specifica condizione di carico e nella *Tabella 2.5* i restanti. Il valore utilizzato per il parametro relativo alla finitura superficiale del componente, K_i , fa riferimento a getti di fonderia lucidati.

Sostituendo poi i diversi valori nell'espressione precedentemente indicata sono stati calcolati i valori delle tensioni ammissibili (*Tabella 2.6*).

S_F [MPa]	K_k	K_f	K_d	K_i	K_c	γ_k
89	1	1	1	1.25	1	1.12

Tabella 2.4: Tensioni ammissibili, parametri comuni a tutte le prove

	BM 50%	BM 75%	CW	T
K_n	1.49	1.86	1.54	1.58
K_t	1	1	0.8	1

Tabella 2.5: Tensioni ammissibili, parametri variabili con il tipo di prova

Prove di carico	$\sigma_{allowable}$ [MPa]
BM 50%	95
BM 75%	118
CW	78
T	100

Tabella 2.6: Tensioni ammissibili

2.3.6 CONFRONTO

Confrontando i valori di tensione ammissibili con quelli massimi ottenuti nelle diverse prove è possibile verificare come nessun *Failure Index* sia stato violato. I risultati ottenuti sono riportati nella *Tabella 2.7*.

Assunte valide le diverse ipotesi fatte per i calcoli a fatica, si può desumere che la geometria di partenza del cerchione, avendo superato i test previsti, risulterebbe conforme per un eventuale Certificazione TÜV.

$$FI = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{allowable}}$$

Prove di carico	$\sigma_{VM_{max}}$ [MPa]	FI
BM 50%	61.3	0.645
BM 75%	92	0.779
CW	18.6	0.239
T	18.8	0.188

Tabella 2.7: Risultati analisi statica preliminare

Capitolo 2

Analisi strutturale

Capitolo 3

Ottimizzazione di forma

3.1 OTTIMIZZAZIONE

Premesso che nel documento verrà affrontato un problema di ottimizzazione di forma, singolo obiettivo vincolata, è doveroso anteporre al caso di studio una breve introduzione teorica riguardo l'ottimizzazione.

3.1.1 QUADRO GENERALE

Con il termine ottimizzazione si intende, in senso lato, il raggiungimento di una condizione di ottimo, ossia del massimo risultato possibile con i termini dati o in relazione a un determinato fine. In matematica vengono definiti problemi di ottimizzazione le questioni attinenti alla ricerca dei criteri di scelta tra diverse opzioni o di determinazione del valore di particolari parametri [12]. Solitamente è un problema riconducibile alla ricerca del massimo o del minimo di funzioni che costituiscono la rappresentazione matematica del problema.

In un tipico problema di ottimizzazione sono ricorrenti i seguenti elementi:

- Parametri: rappresentano le variabili su cui è possibile agire.
- Obiettivi: rappresentano il fine del processo, il punto di arrivo (ad esempio la ricerca del massimo o del minimo di una funzione).

- Vincoli: rappresentano le regole, delle relazioni necessarie che devono assumere le variabili (il vincolo può essere applicato al dominio di una funzione, oggetto di ottimizzazione).

A seguire si intende presentare alcune tipologie di problemi di ottimizzazione.

Ottimizzazione non vincolata e vincolata

Il problema di Ottimizzazione non vincolata, o libera, può essere così formulato:

$$\text{sia } f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$$

Determinare un punto di minimo (minimizzatore) \bar{x} tale che:

$$f(\bar{x}) = \min\{f(x); x \in \mathcal{R}^n\}$$

Poiché $\min f = -\max(-f)$, prendendo $(-f)$ in luogo di f , si ha un problema di massimo. Il problema di ottimizzazione così presentato diventa la semplice ricerca del punto di massimo o del punto di minimo della funzione [13].

Pur trattandosi di un caso molto generale e semplice, quanto detto dovrebbe essere sufficiente per la comprensione. La generica funzione f , per semplicità scalare, è detta funzione obiettivo e costituisce la rappresentazione matematica del problema. Le componenti del vettore x , invece, rappresentano i parametri sui quali agire per raggiungere l'ottimo.

Il problema di Ottimizzazione vincolata con vincoli di uguaglianza può essere così formulato:

$$\text{sia } f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$$

$$\text{sia } g = (g_1(x), \dots, g_m(x))^T: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m, m < n$$

Determinare un punto di minimo \bar{x} tale che:

$$f(\bar{x}) = \min\{f(x); x \in \Omega \subset \mathcal{R}^n, \Omega = \{x \in \mathcal{R}^n; g(x) = 0\}\}$$

Sotto l'ipotesi di differenziabilità della funzione f e dei vincoli g_i , il problema si risolve tramite la regola dei moltiplicatori di Lagrange che trasforma il problema vincolato in uno non vincolato (libero) [13].

Si definisce la funzione Lagrangiana come:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x)$$

Questa viene massimizzata per la coppia $(\bar{x}, \bar{\lambda})$ che soddisfa il sistema di $n + m$ equazioni nelle n incognite x_i e nelle m incognite λ_i :

$$\begin{cases} \nabla_x L(x, \lambda) = \nabla f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x) = 0 \\ \nabla_\lambda L(x, \lambda) = g(x) = 0 \end{cases}$$

Il problema di Ottimizzazione vincolata con vincoli di disuguaglianza può essere così formulato:

$$\text{sia } f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$$

$$\text{sia } g = (g_1(x), \dots, g_m(x))^T: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m$$

Determinare un punto di minimo \bar{x} tale che:

$$f(\bar{x}) = \min\{f(x); x \in \Omega \subset \mathcal{R}^n\}, \Omega = \{x \in \mathcal{R}^n; g(x) \leq 0\}$$

I vincoli possono essere espressi anche nella forma $\Omega = \{x \in \mathcal{R}^n; g(x) \geq 0\}$. In questo caso, senza cambiare notazione, basta porre ovunque $[-g(x)]$ al posto di $g(x)$.

Per problemi di ottimizzazione con vincoli di disuguaglianza non è possibile fornire un metodo di risoluzione generale come nel caso precedente. Qualora si voglia approfondire la questione si rimanda ad appositi testi matematici.

Quanto detto per il problema di Ottimizzazione non vincolata, riguardo la funzione obiettivo e le componenti del vettore x , rimane valido per i problemi di Ottimizzazione vincolata. In aggiunta, viene introdotta la funzione g , detta funzione

vincolare, la quale introduce una restrizione, appunto un vincolo, sul dominio Ω delle possibili soluzioni.

Ottimizzazione multiobiettivo

Il problema di Ottimizzazione vincolata multiobiettivo può essere così formulato:

$$\text{sia } f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))^T : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^k, m \geq 2$$

Determinare un punto di minimo \bar{x} tale che:

$$\min f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))^T \text{ e } x \in \mathcal{F} \subset \mathcal{R}^n$$

Definiremo \mathcal{R}^n spazio delle variabili di decisione, \mathcal{R}^k spazio degli obiettivi e $\mathcal{F} \subset \mathcal{R}^n$ regione ammissibile di cui $\mathcal{Z} = f(\mathcal{F}) \in \mathcal{R}^k$ ne è l'immagine.

$$\mathcal{Z} = f(\mathcal{F}) = \{z \in \mathcal{R}^k; \exists x \in \mathcal{F}, z = f(x)\}$$

Un vettore $z \in \mathcal{R}^k$ viene definito vettore degli obiettivi se e solo se $z \in \mathcal{Z} \subset \mathcal{R}^k$. Nei problemi multiobiettivo la regione ammissibile \mathcal{F} potrebbe anche essere definita da vincoli di disuguaglianza.

Viene definito vettore ideale degli obiettivi z^{id} il vettore di componenti:

$$z_i^{id} = \min f_i(x), 1 \leq i \leq k \text{ e } x \in \mathcal{F}$$

Se non ci fossero conflitti tra le k funzioni obiettivo f_i , una soluzione sarebbe quella ottenibile minimizzando separatamente tutte le funzioni, ottenendo proprio il vettore z^{id} (soluzione banale). In realtà, poiché le funzioni obiettivo sono, almeno in parte, in conflitto tra loro, si suppone che $z^{id} \notin \mathcal{Z}$ ed esiste un numero infinito di soluzioni ottime. Una soluzione è chiamata non dominata, o Pareto ottimale, se nessuna delle funzioni obiettivo può essere migliorata di valore senza degradare l'altra. Pertanto, tutte le soluzioni ottimali di Pareto sono considerate ugualmente buone. Nello specifico, con il termine frontiera di Pareto si intende quell'insieme di soluzioni

ottime, costituito da tutti quei punti che non sono dominati, ovvero per i quali non esiste alcun punto che sia migliore contemporaneamente per tutti gli obiettivi.

La sostanziale differenza tra i problemi monobiettivo e multiobiettivo risiede nella natura della funzione f , descrittiva del problema. Nel primo caso si tratta di funzioni scalari, mentre nel secondo di funzioni vettoriali.

I diversi metodi di soluzione per problemi di questo tipo si basano, infatti, sull'idea di trasformare il problema originario in uno con una sola funzione obiettivo (scalarizzazione del problema vettoriale). Fatto ciò, è possibile applicare i metodi validi per l'ottimizzazione monobiettivo.

3.2 OTTIMIZZAZIONE STRUTTURALE

Con l'obiettivo di creare prodotti che siano competitivi rispetto alla concorrenza, nel minor tempo possibile, in ambito progettuale è consuetudine ricorrere a processi di ottimizzazione strutturale. Riportando in ambito ingegneristico le nozioni appena introdotte, a seconda delle caratteristiche geometriche scelte come parametri di progetto, l'ottimizzazione strutturale può essere partizionata nelle seguenti categorie (*Figura 3.1*):

- Ottimizzazione dimensionale (*sizing optimization*): la topologia risulta fissata e si procede variando le dimensioni del componente;
- Ottimizzazione di forma (*shape optimization*): il punto di partenza è una topologia fissata e si agisce sulla frontiera del dominio di progetto, ricercando una forma ottimale per la parte (esempi comuni di variabili di progetto sono la distribuzione di spessore lungo un elemento o la dimensione/forma di un foro) [14];
- Ottimizzazione topologica (*topology optimization*): consiste nel determinare il numero, il posizionamento e l'interconnessione dei vuoti e dei pieni all'interno del dominio di progetto [15]. Banalizzando, una volta noti i carichi, i vincoli e

gli ingombri, si interviene sul grado di connessione del corpo tramite la creazione di fori di alleggerimento.

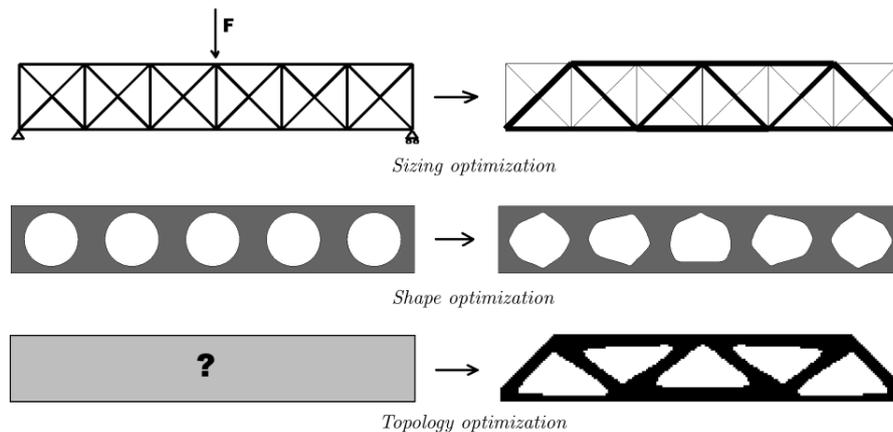


Figura 3.1: Tipologie di ottimizzazione strutturale

A rendere possibile la realizzazione di geometrie con complessità via via crescenti è stato l'inarrestabile progresso delle risorse tecnologiche di cui siamo stati spettatori negli ultimi anni. Ciò che in passato costituiva un aspetto critico, in primis le risorse di calcolo e i processi costruttivi, al giorno d'oggi rappresenta un punto di forza del settore industriale. Oltre a poter disporre di elevate potenze di calcolo con costi contenuti, tramite i nuovi processi produttivi basati sull'*additive manufacturing*⁴, i metodi di ottimizzazione strutturale hanno iniziato ad affermarsi come standard del processo di definizione di un nuovo componente [16].

3.2.1 OTTIMIZZAZIONE DI FORMA

Approfondendo la tematica di studio, l'ottimizzazione di forma può essere *mesh-based* o *CAD-based*.

I metodi basati sul CAD fanno ricorso a geometrie di tipo parametrico. Le variabili di progettazione, o parametri, sulle quali si interviene per ottimizzare la

⁴ *Additive manufacturing*: processo industriale che, grazie a diverse tecnologie, fabbrica semilavorati o prodotti finiti attraverso la sovrapposizione di strati di materiale (ne è un esempio la Stampa 3D).

funzione obiettivo, sono di tipo geometrico, ad esempio, un raggio di raccordo o la distanza di una sezione geometrica da un'altra. Il vantaggio risiede nel fatto che la geometria CAD viene presa sia come *input* che successivamente prodotta come *output* del processo. Ciononostante, approcci di questo tipo non sono sempre utilizzabili; nel caso di forme complesse, infatti, non tutte le caratteristiche geometriche possono essere parametrizzate in modo efficace.

Analizzando il *workflow* di ottimizzazione, un grande svantaggio risiede nel fatto che la *mesh* deve essere aggiornata ad ogni iterazione aggravando di conseguenza i tempi di calcolo (Figura 3.2). La ricostruzione del CAD porta, inoltre, ad inevitabili problemi di *re-meshing noise*, i quali influenzano i risultati dell'Analisi agli Elementi Finiti [17].

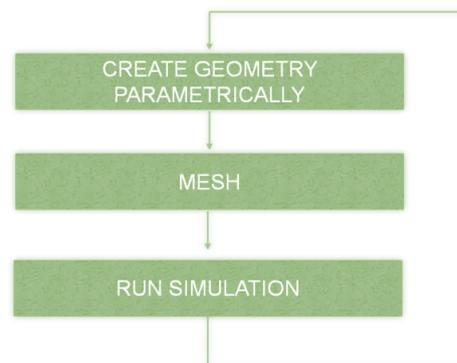


Figura 3.2: Workflow di ottimizzazione CAD-based

Al contrario, i metodi non parametrici, o basati sulla *mesh*, utilizzano parametri impliciti definiti da un insieme di nodi di superficie della *mesh*, ai quali viene applicato un campo di distorsione, interpolato a livello globale dalle *Radial Basis Function*. Pregi e difetti del metodo derivano entrambi dalla sua caratteristica peculiare. Il fatto di modificare la forma variando la posizione dei nodi di superficie della *mesh* consente, infatti, di evitare i difetti che affliggono i metodi *CAD-based* e di snellire il *workflow* grazie all'assenza della fase di ricostruzione della geometria (Figura 3.3).

Allo stesso tempo, fa sì che la forma ottimizzata esista solo come *mesh*. A causa della successiva fase di ricostruzione del CAD, durante la quale vengono effettuate significative approssimazioni, il metodo presenta dei limiti [18].

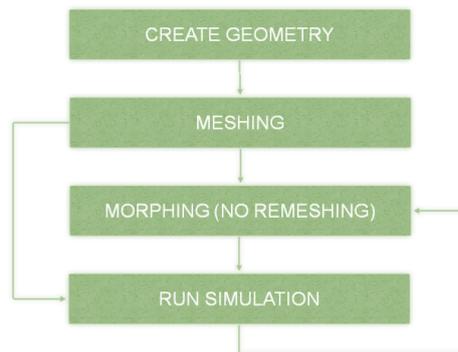


Figura 3.3: Workflow di ottimizzazione mesh-based

Per il caso di studio riportato a seguire è stato utilizzato un metodo di ottimizzazione di forma *mesh-based* attraverso l'ACT Extension RBF Morph Structures.

3.3 TEORIA RBF

Le Radial Basis Function (RBF) sono uno strumento di interpolazione per dati sparsi. Permettono l'interpolazione di funzioni di punti discreti nello spazio, mantenendo il valore esatto della funzione stessa nei punti sorgente [19]. Il comportamento che la funzione assume tra i punti noti dipende dal tipo di base adottata.

A seconda del dominio in cui una data RBF non ha valore nullo, si dice che questa può avere un supporto locale o globale.

Poiché le funzioni RBF sono scalari, con r variabile scalare, nel caso del mesh morphing, quest'ultima viene assunta come la norma euclidea della distanza tra due punti definiti in uno spazio tridimensionale:

$$r = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|, 1 \leq i, j \leq N, i \neq j$$

In particolar modo, la base radiale è funzione della distanza tra un punto generico e un punto sorgente:

$$r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{s_i}\|, i = 1, \dots, N$$

In ciascun caso, alla base radiale viene aggiunto un correttore polinomiale per garantire la risolubilità e l'unicità dell'interpolazione.

Dal punto di vista operativo, con la seguente teoria è possibile esprimere lo spostamento di un qualsiasi nodo della *mesh*, all'interno o all'esterno del dominio, come somma di più contributi radiali dei vari punti sorgente (a patto che questi ricadano all'interno del dominio di influenza).

Sia N il numero totale dei punti sorgente contribuenti, la funzione interpolante s viene definita per la variabile \mathbf{x} di dimensione arbitraria e rappresenta una trasformazione $\mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$. La seguente funzione scalare sarà composta da una base radiale φ (trasformazione $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$) e dal polinomio correttivo di ordine $m - 1$, con m ordine di φ .

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{s_i}\|) + h(\mathbf{x})$$

Per poter ottenere la funzione interpolante, e di conseguenza definire il sopracitato spostamento nodale, è necessario conoscere i coefficienti γ_i e i coefficienti della funzione interpolante.

Si procede impostando un sistema lineare in modo tale che siano rispettate le seguenti due condizioni: i valori della funzione interpolante nei punti sorgente devono essere uguali ai valori noti desiderati e i termini polinomiali devono dare contributi nulli nei punti sorgente per ogni polinomio p , di grado minore o uguale a quello del polinomio correttivo h (condizione di ortogonalità).

$$\begin{cases} s(\mathbf{x}_{s_i}) = \mathbf{g}_i, 1 \leq i \leq N \\ \sum_{i=1}^N \gamma_i p(\mathbf{x}_{s_i}) = 0 \end{cases}$$

La soluzione esiste ed è unica se la base radiale è una funzione definita condizionalmente positiva.

Funzione definita condizionalmente positiva: una funzione continua $\Phi: \mathcal{R}^d \rightarrow \mathcal{C}$ è detta condizionalmente definita positiva di ordine m se,

$$\begin{aligned} & \forall N \in \mathcal{N} \\ & \forall (\mathbf{x}_i; \mathbf{x}_j): 1 \leq i, j \leq N, i \neq j \text{ con } \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N \in \mathcal{R}^d\} \\ & \forall \alpha \in \mathcal{C}: \sum_{j=1}^N \alpha_j p(\mathbf{x}_j) = 0 \\ & \forall \text{ polinomio } p \in \mathcal{C} \text{ di grado minore di } m \end{aligned}$$

La disequazione della seguente forma quadratica risulta verificata:

$$\sum_{j,k=1}^N \alpha_j \bar{\alpha}_k \Phi(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) > 0, \text{ a meno che } \alpha = 0$$

Se le RBF sono condizionalmente definite positive di ordine $m \leq 2$ si può usare un polinomio lineare del tipo:

$$h(\mathbf{x}) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z = [1 \quad x \quad y \quad z] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix}$$

Di conseguenza, la condizione di ortogonalità diventa:

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i = \sum_{i=1}^N \gamma_i x_{s_i} = \sum_{i=1}^N \gamma_i y_{s_i} = \sum_{i=1}^N \gamma_i z_{s_i} = 0$$

D'ora in poi verrà considerato un polinomio correttivo lineare. Una conseguenza di quanto ipotizzato è che le traslazioni dei corpi rigidi vengono rappresentate in maniera esatta dalla funzione interpolante.

Il sistema lineare presentato in precedenza può essere espresso in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} M & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\gamma} \\ \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Dove:

- M : indica la matrice $N \times N$ di interpolazione definita calcolando tutte le interazioni radiali tra punti sorgente.

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & \cdots & M_{1C} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{C1} & \cdots & M_{CC} \end{pmatrix}$$

$$M_{ij} = \varphi(\|\mathbf{x}_{s_i} - \mathbf{x}_{s_j}\|), 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N$$

- P : indica la matrice di vincolo che nasce bilanciando il contributo polinomiale e contiene una colonna di "1" e le posizioni x, y, z dei punti sorgente nelle altre tre colonne.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & x_{s_1} & y_{s_1} & z_{s_1} \\ 1 & x_{s_2} & y_{s_2} & z_{s_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{s_1} & y_{s_1} & z_{s_1} \end{pmatrix}$$

- $\boldsymbol{\gamma}$: indica il vettore dei coefficienti incogniti della RBF.
- $\boldsymbol{\beta}$: indica il vettore dei coefficienti incogniti del polinomio correttivo.
- \mathbf{g} : indica il vettore dei valori noti nei punti sorgente.

Poiché l'interpolazione su base radiale da luogo a funzioni scalari, l'applicazione della seguente teoria all'operazione di modifica della posizione dei nodi

della *mesh* (*smoothing*) richiede dei cambiamenti. È necessario definire le tre componenti del campo di spostamento prescritto ai punti sorgente, le quali vengono interpolate come segue:

$$\begin{cases} s_x(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{s_i}\|) + \beta_1^x + \beta_2^x x + \beta_3^x y + \beta_4^x z \\ s_y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{s_i}\|) + \beta_1^y + \beta_2^y x + \beta_3^y y + \beta_4^y z \\ s_z(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{s_i}\|) + \beta_1^z + \beta_2^z x + \beta_3^z y + \beta_4^z z \end{cases}$$

Preso un generico nodo della *mesh*, la sua nuova posizione nodale è definita come:

$$\mathbf{x}_{new\ node} = \mathbf{x}_{node} + \begin{bmatrix} s_x(\mathbf{x}_{node}) \\ s_y(\mathbf{x}_{node}) \\ s_z(\mathbf{x}_{node}) \end{bmatrix}$$

Il metodo in esame offre diversi benefici nel campo del *mesh morphing*. Trattandosi di un metodo *meshless* i punti della griglia vengono spostati indipendentemente dalla connessione con gli altri elementi. Inoltre, si presta bene a svolgere diverse operazioni in parallelo. Nota la soluzione, questa viene condivisa nella memoria di tutti i nodi sorgente, così che ogni regione abbia la possibilità di spostare i propri nodi senza curarsi di ciò che accade all'esterno. Non è necessario assicurarsi che la continuità sulle interfacce rimanga verificata, perché gli spostamenti sono definiti da una funzione di punto globale. Inoltre, il metodo è in grado di imporre deformazioni arbitrarie alla *mesh* della superficie: questo effetto è ottenuto utilizzando tutti i nodi della *mesh* come centri RBF con spostamenti prescritti, incluso il semplice campo zero per garantire che una superficie non venga toccata dall'azione di morphing [20].

Nella *Tabella 3.1* sono riportate le tipiche *radial functions*.

Radial Basis Function con supporto globale	$\varphi(r)$
Spline type (Rn)	$r^n, n \text{ odd}$
Thin plate spline (TPSn)	$r^n \log r, n \text{ even}$
Multiquadric (MQ)	$\sqrt{1 + r^2}$
Inverse multiquadric (IMQ)	$1/\sqrt{1 + r^2}$
Inverse quadratic (IQ)	$1/(1 + r^2)$
Gaussian (GS)	e^{-r^2}
Radial Basis Function con supporto locale	$\varphi(r) = f(\xi), \xi \leq 1, \xi = r/R_{sup}$
Wendland C^0 (C0)	$(1 - \xi)^2$
Wendland C^2 (C2)	$(1 - \xi)^4(4\xi + 1)$
Wendland C^4 (C4)	$(1 - \xi)^6(35\xi^2 + 18\xi + 3)/3$

Tabella 3.1: Tipiche radial functions

3.4 SOFTWARE

3.4.1 RBF MORPH STRUCTURES

Inizialmente concepito su misura per Ansys Fluent, grazie alla tecnologia ACT, RBF Morph approda in Ansys Mechanical con la sua versione RBF Morph Structures. L'architettura modulare di Workbench, integrata dalla tecnologia ACT, consente agli utenti di estendere la funzionalità della piattaforma con software aggiuntivi in grado di collegarsi facilmente alle librerie interne del sistema.

La sopracitata features ha reso RBF Morph Structures completamente integrato in Ansys Mechanical e di riflesso anche in Ansys Workbench. Ciò rende possibile combinare le elevate prestazioni del *morpher* con le diverse tipologie di analisi multidisciplinari rese possibile dall'ecosistema.

Attraverso gli strumenti Ansys per l'automazione delle ottimizzazioni (ANSYS DesignXplorer e ANSYS OptiSLang), si spalancano le porte anche alle

analisi di ottimizzazione multidisciplinare (MDO) e di ottimizzazione multiobiettivo (MOO) [21].

Funzionamento

Al fine di comprendere al meglio il funzionamento di RBF Morph Structures è necessario aver ben chiari alcuni concetti:

- La posizione che l'oggetto RBF Morph assume nell'albero è rappresentativa del ruolo che ha nel *workflow* CAE (Figura 3.4). L'elemento compare dopo la voce *Mesh* e prima della sezione *Solution*.
- Le operazioni di *morphing* consentono di modificare la posizione dei nodi della *mesh*, mantenendo inalterato il numero di elementi, il numero di nodi, la connettività e la tipologia di celle adottate.
- L'aggiornamento del modello FEM avviene senza passare attraverso la ricostruzione della *mesh*, così da poter risparmiare del tempo ed evitare *re-meshing noise*.

Per portare a termine un'operazione di *mesh morphing* è necessario rispettare alcuni passaggi obbligatori.

1. Installare e attivare l'ACT Extension.
2. Aprire Ansys Mechanical, in cui sarà comparsa la finestra di RBF Morph, e cliccare su "Add RBF Morph".
3. Una volta comparsi nell'albero di Mechanical gli oggetti *RBF Morph Set Up* e *RBF Morph Update* si procede con la creazione (obbligatoria) di almeno una *RBF Region*.
4. A partire dalla *RBF Region* creare delle *RBF Source*, in quantità tale da gestire le diverse operazioni di *morphing*.

5. Messa a punto la soluzione RBF procedere con l'operazione *Generate* in *RBF Morph Update*.

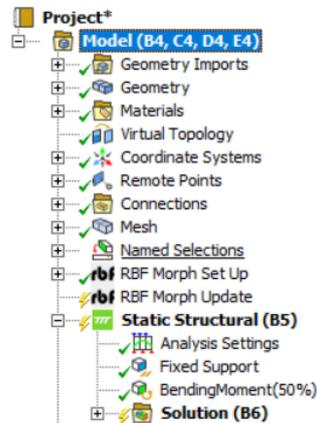


Figura 3.4: Collocazione di RBF Morph all'interno dell'albero di Mechanical

È buona pratica avviare le seguenti operazioni solo dopo aver acquisito e valutato i risultati FEM, in modo tale da identificare al meglio le aree a cui applicare l'azione di morphing.

La creazione delle regioni (*RBF Region*) e delle sorgenti (*RBF Source*) può essere gestita a proprio piacimento in funzione della complessità del *morphing* che si vuole eseguire. Si tenga a mente che le sorgenti possono essere create a partire anche da altre sorgenti. Così facendo, sarà possibile implementare una soluzione *multi-step*, fino ad un massimo di quattro livelli consentiti dal programma.

Nel caso di soluzioni di questo tipo, tenendo presente lo schema gerarchico adottato, il *morpher* gestisce due insiemi di punti: il primo costituito dai punti definiti nella *RBF Region* di cui vogliamo conoscere gli spostamenti, il secondo dai punti definiti come *RBF Source* di cui è noto il campo di spostamento (si tratta dei punti sorgente menzionati nel paragrafo precedente).

La soluzione RBF viene ottenuta combinando la trasformazione applicata direttamente sulle regioni con quella proveniente dalle sorgenti di primo livello, che includono tutte le soluzioni RBF dei livelli successivi [21].

Si è parlato più volte di trasformazioni senza, però, approfondire le operazioni di *morphing* messe a disposizione dal *software*. Il programma offre un *set* di modificatori geometrici, vale a dire un certo numero di algoritmi di trasformazione,

governati da relazioni geometriche che consentono all'utente di apportare cambiamenti alle geometrie discretizzate. Verranno elencate tutte le trasformazioni possibili, approfondendo quelle utilizzate nel caso di studio:

- *Translation*: rappresenta la trasformazione più semplice e consente di spostare ogni punto selezionato della stessa quantità in una data direzione (può essere applicata a superfici, curve e punti). Imponendo una traslazione pari a zero può essere utilizzata anche come vincolo.
- *Point Target*;
- *Curve Offset*;
- *Surface Offset*: consente di spostare per una quantità specificata i nodi appartenenti a una superficie lungo la direzione normale (si può utilizzare la normale alla superficie o alla faccia di un elemento);
- *Rotation*;
- *Scaling*;
- *Curve Targeting*;
- *Surface Targeting*;
- *Sliding Surfaces*;
- *Morph From File*;

3.4.2 ANSYS OPTISLANG

Acquistata nel 2019 da Ansys, OptiSLang è una piattaforma *software* per l'analisi di sensitività basata su CAE, l'ottimizzazione multidisciplinare (MDO) e le valutazioni di robustezza. Mette a disposizione algoritmi di ottimizzazione all'avanguardia per eseguire studi di progettazione parametrica e comprendere al

meglio i propri progetti. La ricerca della configurazione di progetto più robusta viene automatizzata e resa più efficiente, riducendo di molto i tempi [7].

OptiSLang si pone l'obiettivo di essere uno strumento di facile utilizzo così da eliminare la complessa operazione di impostare ed eseguire analisi su come le variabili di progetto influenzano i risultati in uscita. Questo è reso possibile da algoritmi dotati di procedure guidate per l'integrazione regolare della metodologia RDO⁵ nello sviluppo di prodotti virtuali.

Attraverso la configurazione semplificata, disponibile richiamando il programma dalla lista *Toolbox* di Ansys Workbench e trascinando l'icona al di sopra della finestra dei parametri, gli *input* da inserire sono ridotti al minimo. È richiesta soltanto l'impostazione degli intervalli dei parametri di *input* e l'impostazione di vincoli e obiettivi sui parametri di *output*. I restanti settaggi vengono generati automaticamente con l'aiuto delle *best practice* predefinite e la strategia di ottimizzazione viene adattata in base ai risultati di un'analisi di sensitività.

L'Analisi di sensitività consiste nel valutare gli effetti sull'*output* di un modello o sistema matematico indotti da modifiche ai valori delle variabili in *input*. Viene anche definita Analisi per scenari (lo scenario rappresenta una tra le possibili combinazioni delle variabili indipendenti) o Analisi *what if* (si valuta cosa accade se cambiano i valori dei parametri decisionali).

⁵ *Robust Design Optimization*: consiste nella combinazione di *CAE-based Optimization* e *CAE-based Robustness*, essenziali nella prototipazione virtuale.

3.5 CASO DI STUDIO

Il presente paragrafo ha lo scopo di illustrare come sono state condotte le operazioni di *morphing* e qual è stato il risultato finale.

3.5.1 MESH MORPHING

A seconda dei risultati ottenuti dall'analisi strutturale preliminare, l'obiettivo di quest'ultima fase avrebbe potuto essere o una riduzione di massa, qualora la ruota avesse superato tutte le prove di carico, o in caso contrario, un aumento di massa, così da rientrare nei *Failure Index* prefissati.

Poiché sono state superate tutte le prove di carico, l'ottimizzazione di forma è stata volta ad alleggerire il peso del componente. Essendo il disco e il mozzo della ruota i punti di collegamento rispettivamente con lo pneumatico e con l'asse della vettura, presentano dimensioni normate. Per evitare di apportare involontariamente modifiche a queste zone, sono state escluse dalla regione *Target* del *morphing*.

La restante porzione dei raggi, soggetta alle modifiche di forma, è stata gestita prestando attenzione all'aspetto stilistico della ruota. Come detto inizialmente, l'influenza delle ruote sull'aspetto estetico dell'automobile è molto rilevante, di conseguenza, si è preferito mantenere la parte frontale del cerchio invariata, intervenendo unicamente sulla parte posteriore e sui fianchi dei raggi.

Set-up RBF Morph

Per gestire le diverse operazioni di *morphing* sono stati creati tre *Target*, ovvero tre *RBF Region*, ognuna delle quali individua la medesima regione attraverso una *Named Selection* definita da *worksheet* (Figura 3.6).

Il primo *shape-modifier* (*RBF Region 1*) interviene sullo spessore del raggio lungo la direzione *z*. Sono state create tre *RBF Source*, due impiegate per fissare zone di interesse della geometria ed una per modificare lo spessore del raggio.

- *RBF Fixed-Edge*: tramite l'uso di una *Named Selection*, fissa le zone estremali del dominio di *morphing* che è necessario rimangano fisse, ovvero le superfici

del cerchio e le zone dei fori di collegamento. Il vincolo è stato imposto attraverso la trasformazione *Translation* con valori nulli (*Figure 3.8a e 3.8b*).

- *RBF Fixed-Front*: preserva la geometria nella parte frontale dei raggi così da non influenzare l'aspetto stilistico. Anche in questo caso è stata imposta la trasformazione *Translation* con valori nulli (*Figure 3.9a e 3.9b*).
- *RBF Source-Back*: definisce le superfici sulle quali intervenire con le operazioni di *morphing*. È stata utilizzata la trasformazione *Surface Offset* così da variare lo spessore del raggio (*Figure 3.10a e 3.10b*).

Il secondo *shape modifier* (*RBF Region 2*) interviene sulla larghezza del raggio ed è caratterizzato da due *RBF Source*.

- *RBF Fixed-Edge*: la seguente *Source* è identica alla sua omonima vista nel precedente *subtree*.
- *RBF Source-Side*: interviene sulla larghezza dei raggi tramite la trasformazione *Surface Offset* (*Figure 3.11a e 3.11b*). In questo caso non è stata bloccata la superficie frontale dei raggi, per permettere alla geometria di adattarsi alla variazione di larghezza.

Il terzo *shape modifier* (*RBF Region 3*) è stato impiegato per variare lo spessore del raggio nella sua parte finale, in corrispondenza delle cave di alleggerimento. Sono state impiegate tre *RBF Source*, una delle quali presenta una *second level RBF Source*.

- *RBF Fixed-Edge*: la seguente *Source* è identica alle sue omonime viste in precedenza.
- *RBF Fixed-Front*: la seguente *Source* è identica alla sua omonima vista nel primo *subtree*.

- *RBF Filtering-Back2*: definisce le superfici sulle quali intervenire con il *morphing* (Figura 3.12b). È stata utilizzata la trasformazione *Translation* con valori nulli ed è stato attivato il *Coordinate Filtering* (Figura 3.12a). La seguente *feature* consente l'estrazione delle informazioni di *morphing* relative alla *RBF Source* figlia, a specifiche coordinate espresse in un particolare sistema di riferimento, e la successiva applicazione in maniera costante lungo la superficie oggetto della *Source* di livello superiore [21].
 - *RBF Source-Back2*: definisce i due nodi della *mesh* sui quali è stata applicata la trasformazione *Translation* lungo la direzione *z* (Figure 3.14a e 3.14b). Per far sì che i nodi selezionati si trovassero esattamente sull'asse di simmetria del raggio, è stata eliminata la *Virtual Topology* in corrispondenza di una cava di alleggerimento, così da forzare la posizione dei nodi della *mesh* (Figure 3.13a e 3.13b). Tramite il *Coordinate Filtering* lo spessore del raggio ottenuto in questa sezione è stato successivamente riportato in modo assialsimmetrico su tutta la geometria.

Nella Figura 3.5 è stato riportato l'albero di RBF Morph contenente il *set-up* completo.

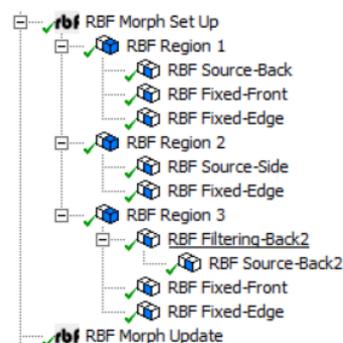


Figura 3.5: RBF Morph tree



Figura 3.6: RBF Region

Worksheet

RBF-Region

Note: Internal comparisons of values that have units are done in the CAD Unit System. See help for more infor Current CAD Unit System: Metric (m, kg, N, s, V, A)

	Action	Entity Type	Criterion	Operator	Units	Value	Lower ...	Upper ...	Coordinate System
<input checked="" type="checkbox"/>	Add	Mesh Node	Location X	Range	m	N/A	4,3e-002	0,215	Cilindrical Coordinate System
<input checked="" type="checkbox"/>	Filter	Mesh Node	Location Z	Less Than	m	0,	N/A	N/A	Cilindrical Coordinate System

Figura 3.7: RBF Region worksheet Named Selection

Capitolo 3

Ottimizzazione di forma

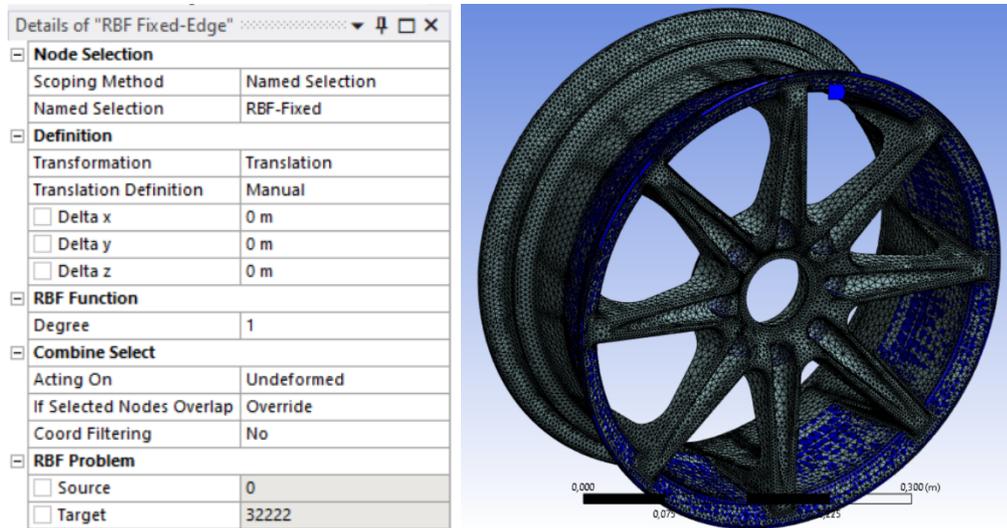


Figure 3.8a e 3.8b: RBF Fixed-Edge

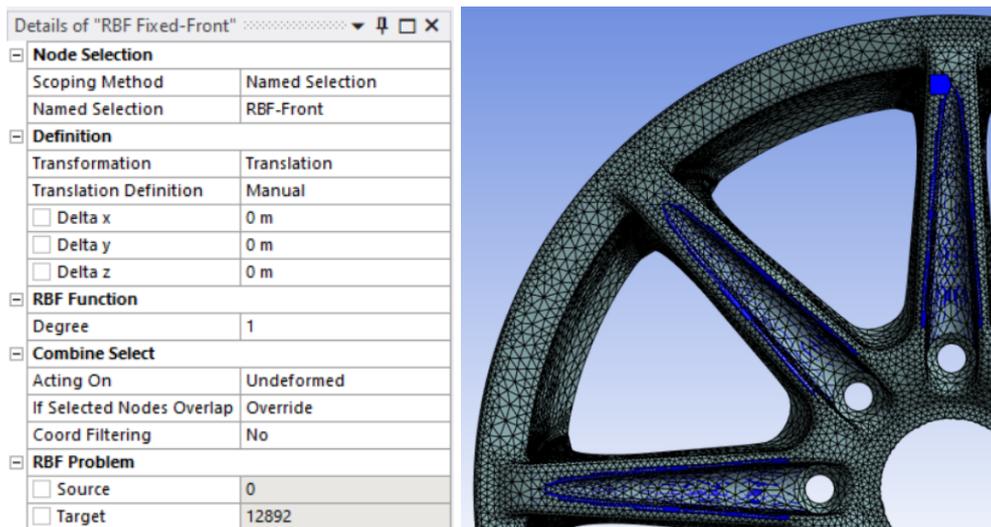


Figure 3.9a e 3.9b: RBF Fixed-Front

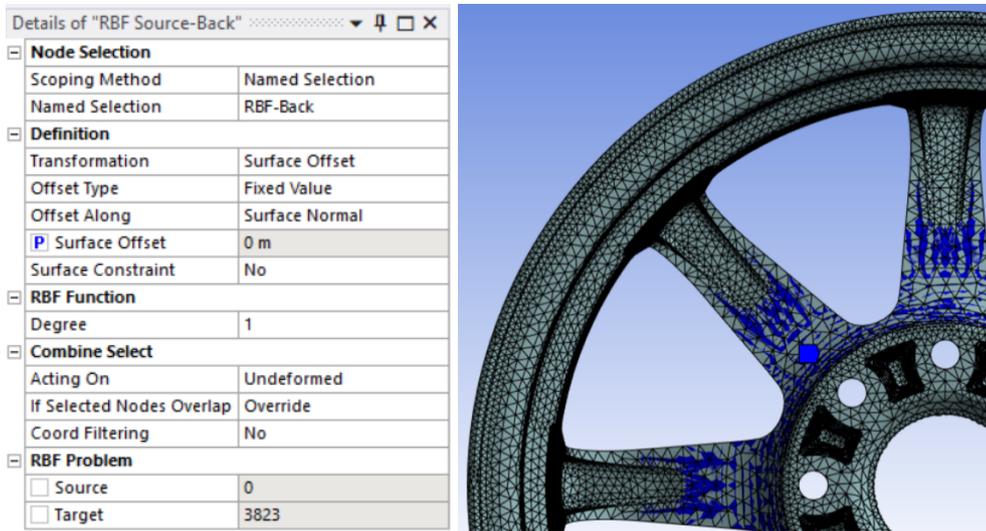


Figure 3.10a e 3.10b: RBF Source-Back

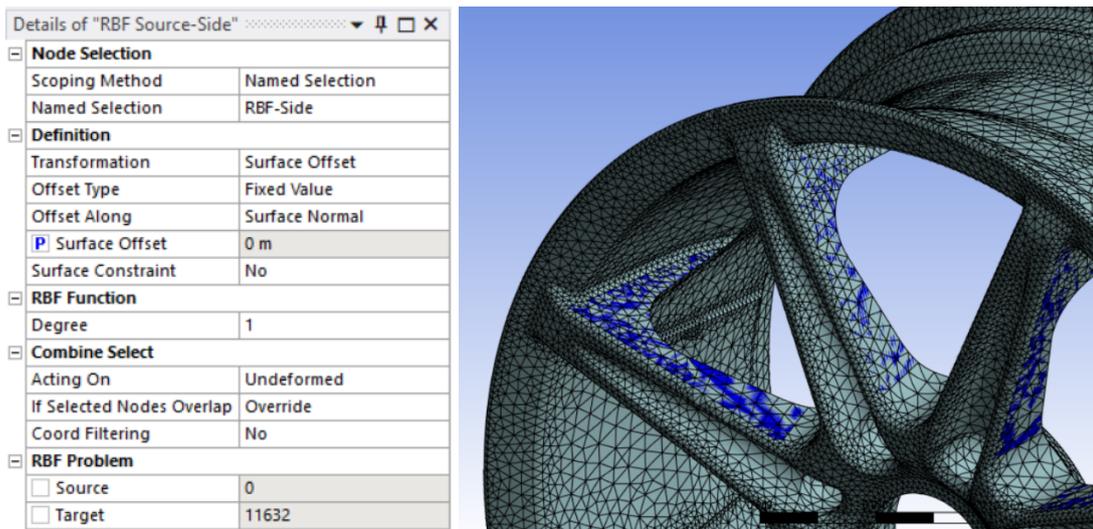


Figure 3.11a e 3.11b: RBF Source-Side

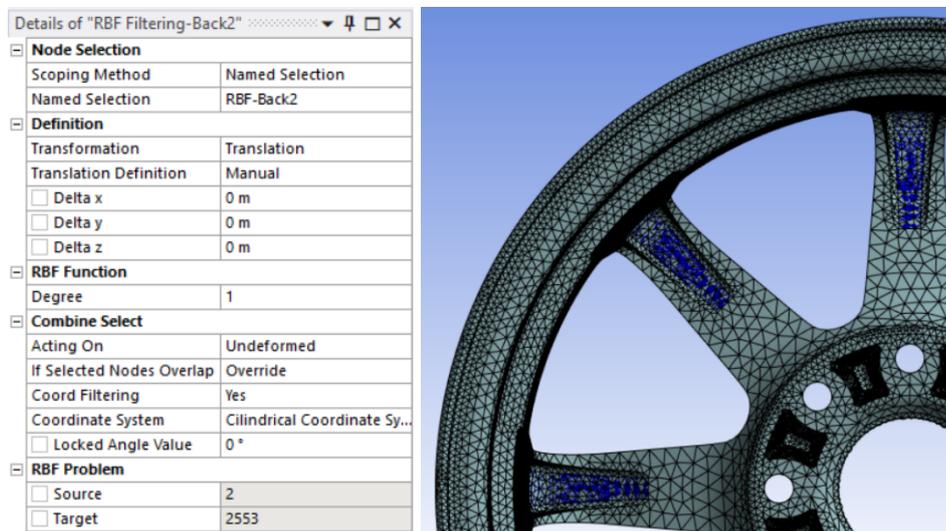


Figure 3.12a e 3.12b: RBF Filtering-Back2

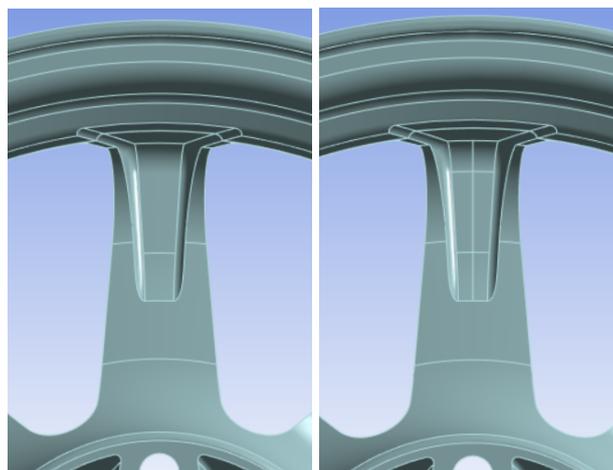


Figure 3.13a e 3.13b: Prima e dopo la rimozione della Virtual Topology

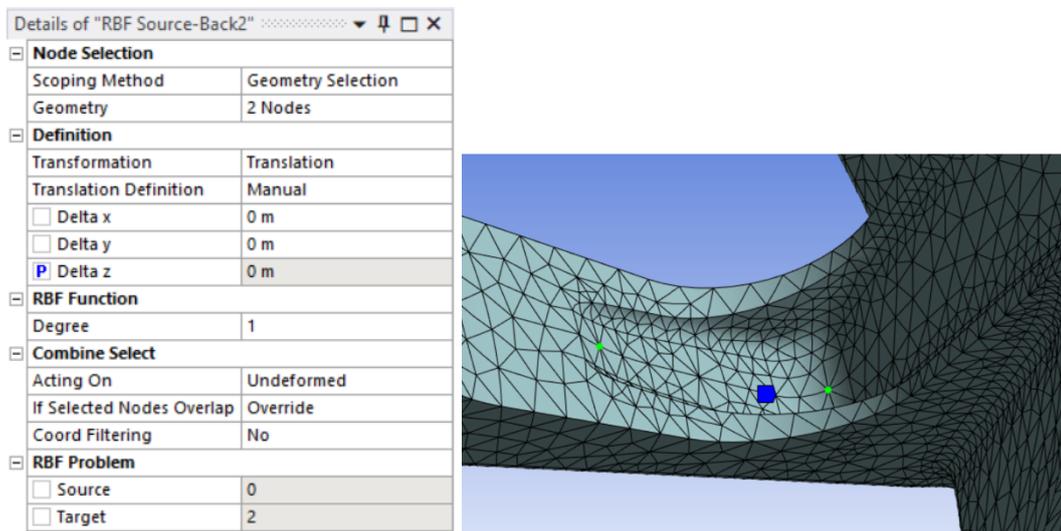


Figure 3.14a e 3.14b: RBF Source-Back2

Inserendo un valore a scelta dei parametri responsabili della variazione di forma e facendo uso dello strumento *Preview*, è possibile visualizzare quale sarà l'azione delle diverse operazioni di *morphing*. In rosso sono riportate le vecchie posizioni nodali dei punti sorgente, mentre in blu le nuove posizioni. Nelle *Figure 3.15, 3.16, 3.17* vengono mostrate le *Preview* dei vari *shape modifier*.

Per una maggiore comprensione, i valori assegnati ai diversi parametri sono stati presi positivi in modo da rendere ben visibile la nuova superficie.

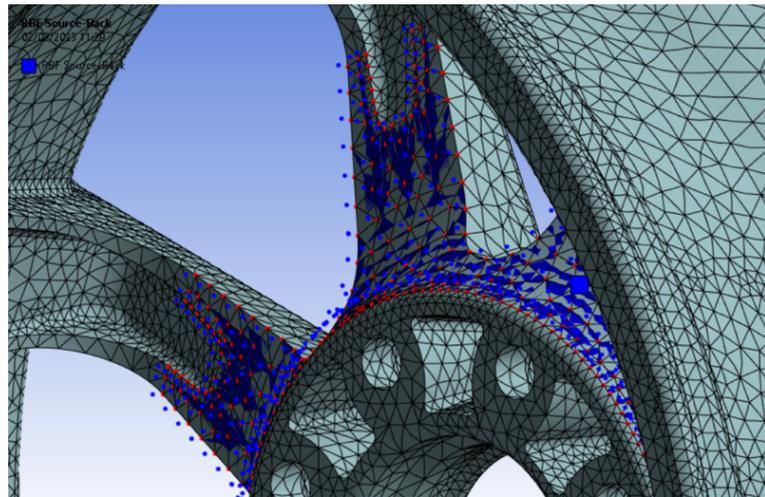


Figura 3.15: Preview RBF Source-Back

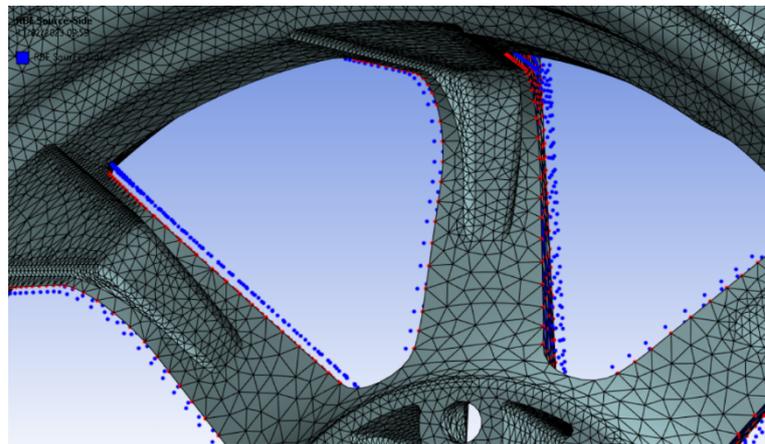


Figura 3.16: Preview RBF Source-Side

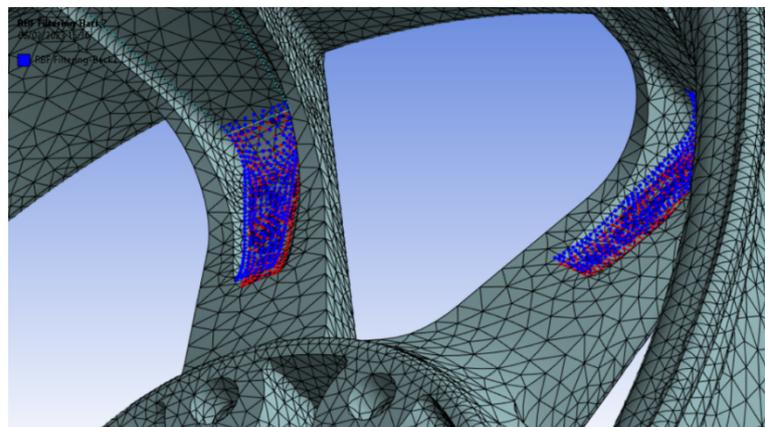


Figure 17: Preview RBF Filtering-Back2

Set-up OptiSLang

Una volta completato il *set-up* di RBF Morph è possibile finalizzare l'ottimizzazione strutturale in diversi modi, uno di questi prevede l'utilizzo del *software* di ottimizzazione Ansys OptiSLang. L'impiego di tale risorsa ha permesso di realizzare una così detta *Automatic RBF parameter-based optimization*.

L'utilizzo del *software*, semplice ed intuitivo, richiede come unica operazione preliminare il *setting*, all'interno di Ansys Mechanical, dei parametri di *input* e *output*. Per il caso di studio sono stati selezionati tre parametri in ingresso:

- *RBF Source-Back, Surface Offset;*
- *RBF Source-Side, Surface Offset;*
- *RBF Source-Back2, Delta z.*

E cinque parametri in uscita:

- *Volume;*
- $FI_{bm50\%}$;
- $FI_{bm75\%}$;
- FI_{cw} ;
- FI_t .

Per ottenere direttamente, come risultati delle analisi statiche, i *Failure Index*, sono stati utilizzati gli *User Defined Result*, vale a dire degli *output* customizzabili definiti come il rapporto tra il valore equivalente di tensione, dovuto al carico applicato durante la prova, e il valore di tensione ammissibile per la data prova.

Per collegare OptiSLang all'analisi FEM è sufficiente trascinare la sua icona dalla lista *Toolbox* alla cella *Parameter set*. Così facendo, si aprirà automaticamente una finestra con la quale si potrà personalizzare il proprio sistema da ottimizzare. In primo luogo, viene richiesto l'inserimento degli intervalli all'interno dei quali possono variare i valori dei parametri in *input* (Figura 3.18). A seguire, è necessario definire

gli obiettivi: vengono incolonnati i parametri di *output* selezionati e ognuno di essi può essere impostato come obiettivo (da minimizzare o massimizzare) o come vincolo (Figura 3.19). Le restanti impostazioni vengono generate automaticamente una volta definito il metodo di ottimizzazione (Figura 3.20). Il passaggio finale, prima di avviare i calcoli, consiste nel selezionare il valore massimo di iterazioni svolte dal programma (Figura 3.21).

Come preannunciato ad inizio capitolo, è stata portata a termine un'ottimizzazione di forma singolo obiettivo vincolata. È stato imposto che il volume venisse minimizzato (obiettivo) e che tutti i *Failure Index* fossero mantenuti minori di uno (vincoli). Nelle Figure 3.18 e 3.19, riportate a seguire, vengono mostrati i *range* di variazione degli *input* e le diverse impostazioni degli *output*.

Nella Figura 3.22 viene rappresentato il *workflow* di ottimizzazione definito in Ansys Workbench. Il modello geometrico viene utilizzato per la generazione delle analisi statiche strutturali. I parametri di *input* e di *output* vengono controllati dall'ottimizzatore OptiSLang.

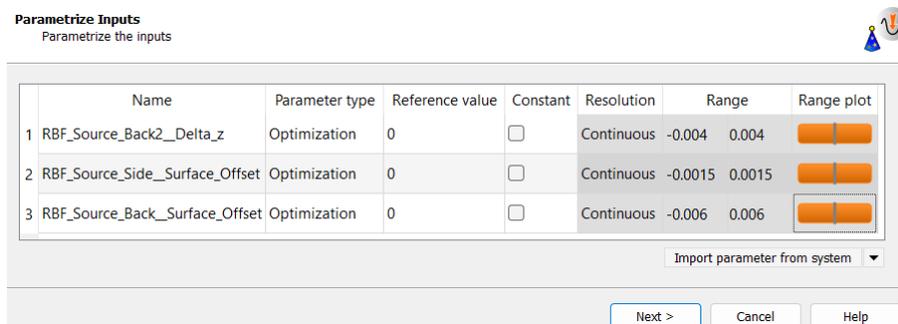


Figura 3.18: OptiSLang pannello Parametrize Inputs

Capitolo 3

Ottimizzazione di forma

Criteria
Specify the algorithm criteria

Parameter

Name	Value
RBF_Source_Back2_Delta_z	0
RBF_Source_Back_Surface_Offset	0
RBF_Source_Side_Surface_Offset	0

Responses

Name	Value
FI_bm50_Maximum	0.645229
FI_bm75_Maximum	0.779426
FI_cw_Maximum	0.238758
FI_t_Maximum	0.187844
Volume_Total	0.00280451

Name	Type	Expression	Criterion	Limit	Evaluated expression
obj_Volume_Total	Objective	Volume_Total	MIN		0.00280451
constr_FI_bm50_Maximum	Constraint	FI_bm50_Maximum	≤	1	0.645229 ≤ 1
constr_FI_bm75_Maximum	Constraint	FI_bm75_Maximum	≤	1	0.779426 ≤ 1
constr_FI_cw_Maximum	Constraint	FI_cw_Maximum	≤	1	0.238758 ≤ 1
constr_FI_t_Maximum	Constraint	FI_t_Maximum	≤	1	0.187844 ≤ 1
new					

Create new

 Variable

 Objective

 Constraint

 Limit state

Instant visualization

Figura 3.19: OptiSLang pannello Criteria

Optimization method
Specify the optimization method

Analysis status:

Constraints violations:

Failed designs:

Solver noise:

Show additional settings

Optimization method

Gradient and downhill

Non-Linear Programming by Quadratic Lagrangian (NLPQL)

Downhill Simplex Method

Mixed-Integer Sequential Quadratic Programming (MISQP)

Surrogate-assisted

Adaptive Response Surface Method (ARSM)

Adaptive Metamodel of Optimal Prognosis (AMOP)

Adaptive Multiple-Objective (AMO)

Adaptive Single-Objective (ASO)

UP Efficient Global Optimization (UP-EGO) (Beta)

One-Click Optimization (Beta)

Probabilistic Inference for Bayesian Optimization (PI-BO)

Nature inspired

Evolutionary Algorithm (EA)

Particle Swarm Optimization (PSO)

Covariance Matrix Adaptation (CMA)

Unigene Evolutionary Algorithm (UEA) (Beta)

Plugins

Global and Local Approximation of Derivatives (GLAD for HFSS) (Beta)

Figura 3.20: OptiSLang pannello Optimization method

Capitolo 3

Ottimizzazione di forma

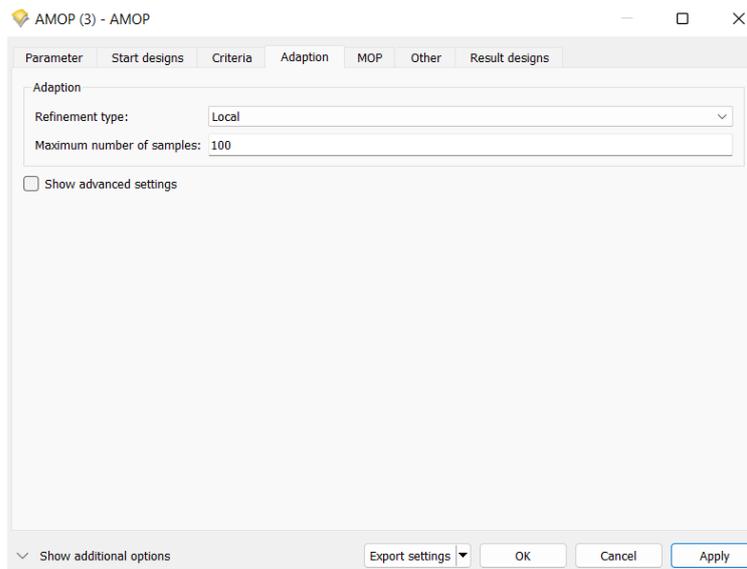


Figura 3.21: OptiSLang pannello AMOP

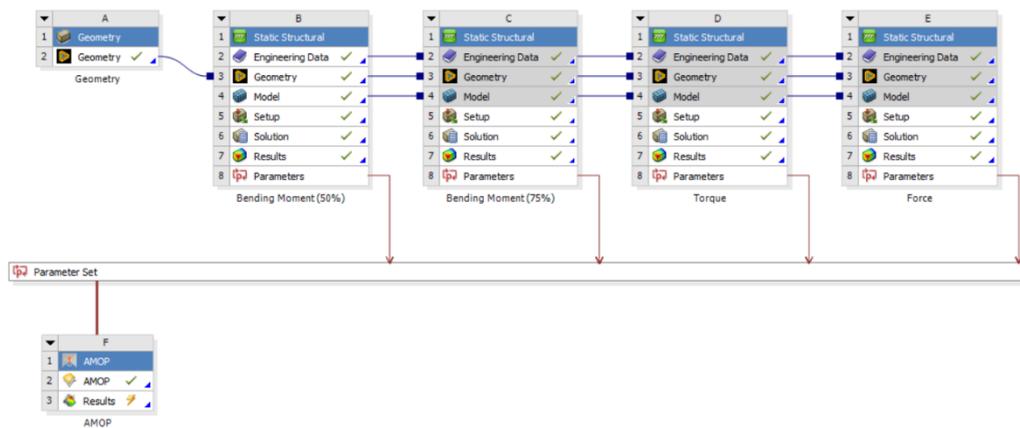


Figura 3.22: Workflow di ottimizzazione, interfaccia grafica Workbench

3.5.2 RISULTATI

Una volta avviati i calcoli di ottimizzazione, OptiSLang procede variando i parametri in ingresso al sistema e memorizzando di volta in volta i valori in uscita. La forza del seguente programma, ed in particolare del metodo di ottimizzazione impostato (AMOP), risiede nella capacità di adattarsi alla complessità del problema e ai valori di risposta ottenuti al variare degli *input*. La complessità del problema è data dal numero di parametri, di obiettivi e di vincoli.

Non si intende approfondire ulteriormente il funzionamento di OptiSLang perché, come detto, fa della semplicità di utilizzo e dell'automazione il suo punto di forza.

Conclusi i calcoli, viene fornito il *best design*, che, per il seguente caso di studio, è rappresentato dalla combinazione di parametri con la quale si ottiene il minor volume del componente, mantenendo accettabili i vari *Failure Index*. Vengono indicati, oltre ai valori applicati ai parametri di *input*, anche i risultati degli *output*.

Una volta all'interno di Ansys Mechanical, per finalizzare il *mesh morphing*, è possibile procedere utilizzando i valori esatti degli *input*, risultato del *best desing* fornito dal programma, oppure, qualora i *FI* presentino ancora dei margini di manovra, ci si può spingere leggermente oltre, così da estremizzare ulteriormente il risultato ottenuto. In questo caso è importante valutare di volta in volta che i vincoli vengano rispettati.

Il *best design* del caso di studio in esame ha portato ai seguenti risultati:

Parametri	Valori
RBF Source-Back, Surface Offset (input)	$-3.423 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Side, Surface Offset (input)	$-0.900 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Back2, Delta z (input)	$+3.996 \cdot 10^{-3} m$
Volume (output)	$2.665 \cdot 10^{-3} m^3$
$FI_{bm50\%}$ (output)	0.798
$FI_{bm75\%}$ (output)	0.964
FI_{cw} (output)	0.302
FI_t (output)	0.237

Tabella 3.2: Best design fornito da OptiSLang

Di conseguenza i valori dei parametri utilizzati per il *mesh morphing* sono:

Parametri	Valori
RBF Source-Back, Surface Offset (input)	$-3.8 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Side, Surface Offset (input)	$-0.9 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Back2, Delta z (input)	$+3.8 \cdot 10^{-3} m$

Tabella 3.3: Parametri di input utilizzati

E i valori degli *output* ottenuti sono:

Parametri	Valori
Volume (output)	$2.655 \cdot 10^{-3} m^3$
$FI_{bm50\%}$ (output)	0.825
$FI_{bm75\%}$ (output)	0.996
FI_{cw} (output)	0.316
FI_t (output)	0.247

Tabella 3.4: Parametri di output ottenuti

Tenuto conto della densità del materiale utilizzato, 2680 kg/m^3 , e del volume iniziale del cerchione, $2.805 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, il peso iniziale e finale del componente è rispettivamente pari a 7.517 kg e 7.115 . Sono stati risparmiati circa 400 g , vale a dire il 5.35% del peso, e, nonostante ciò, il cerchione risulta ugualmente conforme ed omologabile. Per ottenere il seguente risultato è stata presa la decisione di alleggerire quanto più possibile il componente. Di conseguenza è stato necessario spingersi al limite con il *FI* più critico, che, per la forma ottimale del cerchione, raggiunge valori prossimi all'unità.

Nelle *Figure 3.23a e 3.23b* viene mostrato il confronto tra la configurazione base del componente e quella ottimizzata, nonché tra i due stati tensionali, relativi alla prova di flessione alternata con momento applicato pari al 75% di quello massimo. Il nuovo raggio della ruota ha uno spessore e una larghezza ridotti, di conseguenza, il campo delle tensioni presenta valori maggiori, soprattutto nella zona critica di raccordo tra il raggio e il disco.

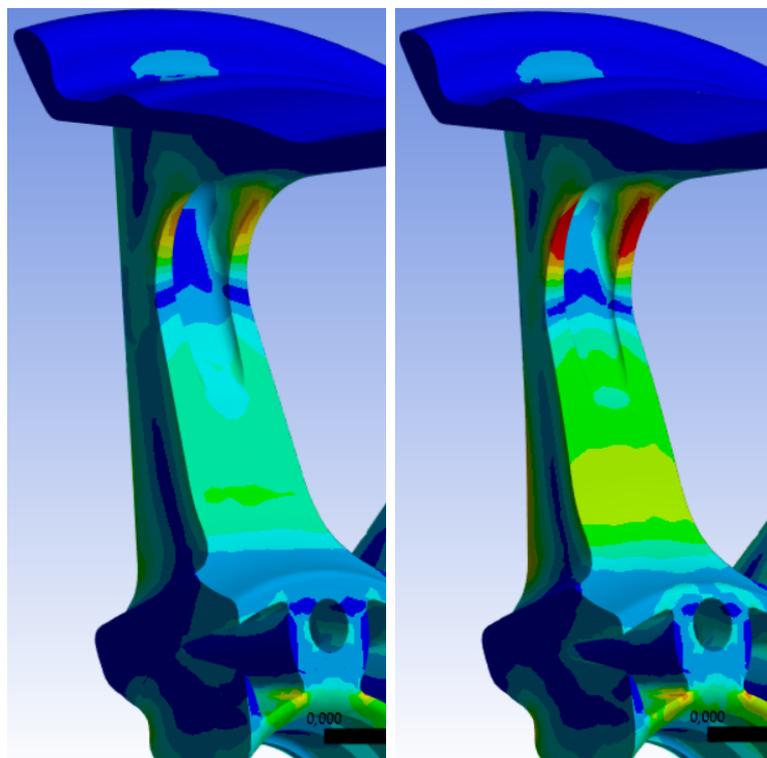


Figure 3.23a e 3.23b: Stato tensionale prova di flessione alternata 75%, prima e dopo il morphing

È possibile portare a termine il processo di ottimizzazione attraverso la ricostruzione del CAD. Come spiegato, la forma ottimizzata del componente esiste unicamente come *mesh*; risulta, quindi, necessaria una successiva fase di ricostruzione, prima di giungere alla geometria finita. Il procedimento necessita di particolare attenzione a causa delle significative approssimazioni, le quali rendono necessarie operazioni di verifica e correzione del CAD.

3.6 CASO DI STUDIO AGGIUNTIVO

Con lo scopo di ampliare la trattazione è stato valutato uno scenario aggiuntivo in cui il cerchione non superasse almeno una tra le prove di carico. Per raggiungere il seguente intento è stata alzata la portata nominale che il cerchione deve essere in grado di sopportare, passando da 500 kg a 700 kg . Così facendo, i valori dei carichi applicati sono aumentati ed il *FI* relativo alla prova di flessione alternata, con momento applicato pari al 75% del valore massimo, ha sfiorato il valore limite.

In seguito, sono riportati i valori e le immagini necessarie per la comprensione dei risultati, il tutto accompagnato da una narrazione sintetica.

3.6.1 CARICHI APPLICATI

Ipotizzando una portata nominale del cerchione pari a 700 kg e tenendo a mente i valori dei restanti parametri, relativi alle caratteristiche geometriche del componente e al quadro normativo impiegato, sono stati calcolati nuovamente i carichi delle diverse prove.

- $S_{bm} = 2$, da normativa;
- $S_{cw} = 2.5$, da normativa;
- $S_t = 1$, da normativa;
- $F_V = 6867\text{ N}$ (700 kg);
- $\mu = 0.9$, da normativa;

- $r_{dyn} = 0.24 \text{ m}$;
- $d = 0.014 \text{ m}$.

I carichi applicati sono:

$$M_{bm} = S_{bm} \cdot F_V (\mu \cdot r_{dyn} + d) = 3159 \text{ Nm} \rightarrow \begin{matrix} M_{bm50\%} = 1598 \text{ Nm} \\ M_{bm75\%} = 2369 \text{ Nm} \end{matrix}$$

$$F_{cw} = S \cdot F_V = 17168 \text{ N}$$

$$M_t = S \cdot F_V \cdot r_{dyn} = 1648 \text{ Nm}$$

3.6.2 TENSIONI AMMISSIBILI E RISULTATI

Le tensioni ammissibili rimangono invariate e sono esposte nella *Tabella 3.5*. Nella *Tabella 3.6* sono riportati i risultati degli scenari di carico, vale a dire la tensione massima destatasi e il relativo *Failure Index*. Come previsto, il primo *FI* a superare la soglia critica è stato quello indicativo della prova di flessione alternata con momento applicato pari al 75% di quello massimo.

Non sono state riportate le figure rappresentative dei vari stati tensionali, perché caratterizzati da una distribuzione delle tensioni analoga a quella del primo caso di studio, ma con valori lievemente maggiori.

Prove di carico	$\sigma_{allowable} [MPa]$
BM 50%	95
BM 75%	118
CW	78
T	100

Tabella 3.5: Tensioni ammissibili, caso di studio aggiuntivo

Prove di carico	$\sigma_{VM_{max}}$ [MPa]	FI
BM 50%	86.9	0.915
BM 75%	128.9	1.092
CW	26.1	0.335
T	26.3	0.263

Tabella 3.6: Risultati analisi statica preliminare, caso di studio aggiuntivo

3.6.3 OTTIMIZZAZIONE DI FORMA

Il processo di ottimizzazione è stato condotto in maniera analoga a quello del caso di studio principale; in particolare, il *set-up* di RBF Morph utilizzato è rimasto il medesimo. L'unica variazione presente riguarda il *setting* dei criteri di ottimizzazione all'interno di OptiSLang (Figura 3.24). Il *FI* critico è stato impostato come obiettivo da minimizzare, imponendo sullo stesso un valore di limite inferiore oltre il quale non scendere, così da non aggiungere troppo materiale superfluo. I vincoli dei restanti *FI* sono stati definiti come in precedenza. Inoltre, in questo secondo caso, il volume non è stato impostato come obiettivo da minimizzare, bensì è stato lasciato libero.

Una volta concluso il calcolo sono stati scelti due *design point* significativi, il 32 e il 33. Il primo porta il *FI* appena al di sotto della soglia critica, aumentando di poco la massa. Il secondo porta ad un *FI* di circa 0.90, aumentando maggiormente il peso.

Si è evitato di riportare i valori esatti dei parametri di *input* suggeriti da OptiSLang. Sono stati indicati esclusivamente i valori approssimati, utilizzati all'interno di Ansys Mechanical, e gli *output* ottenuti (Tabelle 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10).

Parametri	Valori
RBF Source-Back, Surface Offset (input)	$+3.2 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Side, Surface Offset (input)	$-0.7 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Back2, Delta z (input)	$+3.0 \cdot 10^{-3} m$

Tabella 3.7: Parametri di input utilizzati, design point 32

Parametri	Valori
Volume (output)	$2.857 \cdot 10^{-3} m^3$
$FI_{bm50\%}$ (output)	0.834
$FI_{bm75\%}$ (output)	0.995
FI_{cw} (output)	0.313
FI_t (output)	0.257

Tabella 3.8: Parametri di output ottenuti, design point 32

Parametri	Valori
RBF Source-Back, Surface Offset (input)	$+5.8 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Side, Surface Offset (input)	$+0.1 \cdot 10^{-3} m$
RBF Source-Back2, Delta z (input)	$-0.9 \cdot 10^{-3} m$

Tabella 3.9: Parametri di input utilizzati, design point 33

Parametri	Valori
Volume (output)	$2.974 \cdot 10^{-3} m^3$
$FI_{bm50\%}$ (output)	0.761
$FI_{bm75\%}$ (output)	0.908
FI_{cw} (output)	0.333
FI_t (output)	0.231

Tabella 3.10: Parametri di output ottenuti, design point 33

Nei due casi è stato ottenuto un aumento di massa rispettivamente pari al 1.86%, da 7.517 kg a 7.657 kg, e al 6.03%, da 7.517 kg a 7.970 kg. Nelle Figure 3.25a, 3.25b e 3.25c è riportato il confronto tra la configurazione base del componente e quelle ottimizzate, rappresentative dei due *design point* scelti.

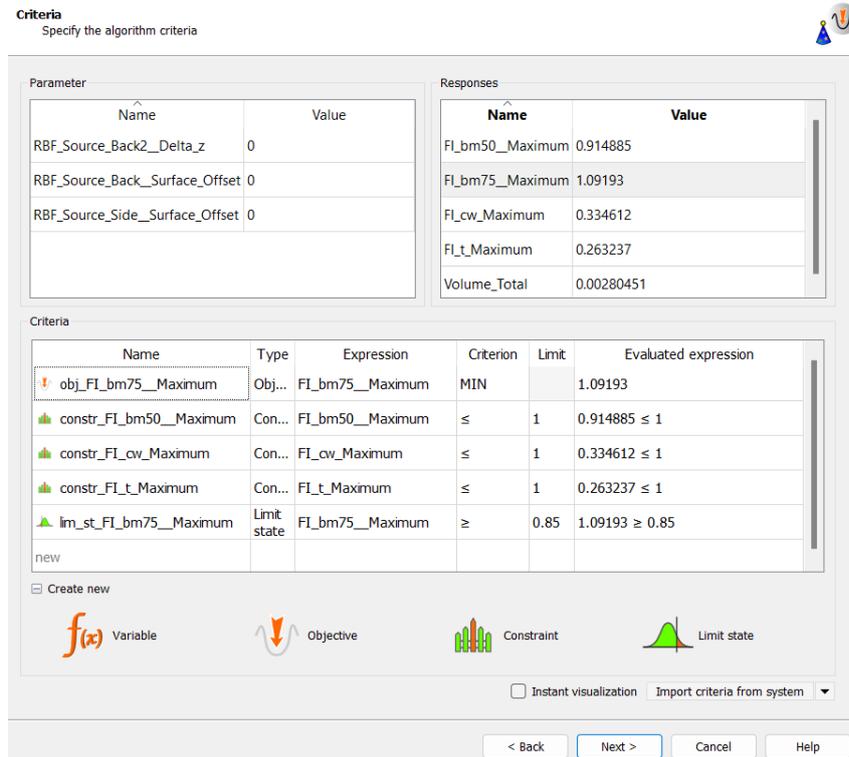


Figura 3.24: OptiSLang pannello Criteria, caso di studio aggiuntivo

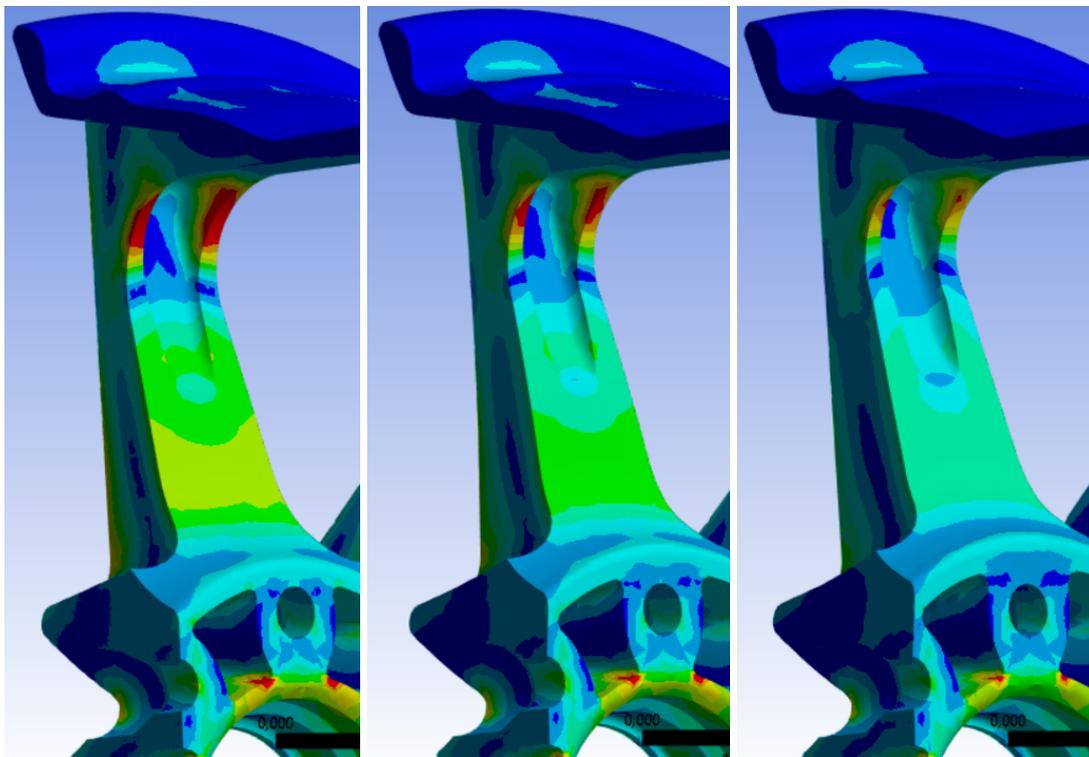


Figura 2.25a, 2.25b e 2.25c: Stato tensionale prova di flessione alternata 75%, configurazione base e design point 32 e 33

Capitolo 3

Ottimizzazione di forma

Conclusioni

Con il presente lavoro ci si è posti l'obiettivo di presentare un *workflow* di progettazione per ruote di autoveicoli. Le aspettative sono state attese, difatti, quanto proposto rappresenta un metodo applicabile a nuove geometrie tramite la semplice attuazione dei vari passi, nell'ordine in cui sono stati esposti.

Volendo dimostrare quanto appena affermato verranno ripetuti in breve gli *steps* del flusso di progettazione. Il punto di partenza, senza dubbio, consiste nell'individuare il quadro normativo che si intende prendere come riferimento. Certamente la scelta di un ente di certificazioni noto a livello internazionale, come TÜV Rheinland, ha contribuito a nobilitare il lavoro svolto; tuttavia, quella selezionata non è l'unica scelta possibile.

A seguire, si procede con un'analisi strutturale della configurazione iniziale, così da valutare la base di partenza. L'analisi rappresenta un passo intermedio a cui sono legate una serie di operazioni preliminari, come: la verifica della geometria, la scelta del materiale, la realizzazione della *mesh*, l'individuazione delle regioni di applicazione del carico ed il calcolo dei valori ammissibili di tensione. La concretizzazione di tali operazioni, e in un certo qual modo la loro corretta realizzazione, non è caratterizzata da scelte univoche, bensì lascia spazio a decisioni personali, frutto dell'esperienza pregressa.

Conclusa l'analisi preliminare, a seconda dei risultati ottenuti, ci si può trovare di fronte a due diversi scenari. Qualora nessuna o non tutte le prove di carico dovessero essere superate, il processo di ottimizzazione verrebbe condotto con lo scopo di ridurre le sollecitazioni nel componente, portando quasi inevitabilmente ad un aumento di peso. In alternativa, nel caso in cui tutte le prove di carico fossero superate, la successiva ottimizzazione di forma sarebbe volta a minimizzare la massa del cerchio, risparmiando materiale dove superfluo.

In entrambi i casi, la complessità risiede nella scelta delle superfici da parametrizzare, procedura per la quale non è possibile fornire un manuale. Il criterio di selezione risulta estremamente dipendente dal modello oggetto di studio e, pertanto, non può essere standardizzato. Va detto che “per manufatti di questo tipo” la sola regione sulla quale intervenire con modifiche della forma, senza rischiare di incorrere in alterazioni delle regioni di collegamento con il mozzo e con lo pneumatico, è quella dei raggi. L'*iter* logico adottato per la scelta delle superfici prevede di mantenere inalterata la faccia frontale dei raggi, così da preservare le caratteristiche stilistiche della ruota.

Future analisi, riguardo l'influenza dei cerchi sulla resistenza aerodinamica all'avanzamento del veicolo (*drag*) e sul raffreddamento dei freni, renderebbero lo studio del *workflow* di progettazione di un cerchione automobilistico completo sotto ogni punto di vista. Idealmente si potrebbero realizzare componenti più leggeri, con un minor impatto aerodinamico e una migliore capacità di raffreddamento.

Con la prospettiva futura di migliorare il lavoro svolto è stato scelto come ambiente di lavoro Ansys Workbench. Come detto, il programma interconnette i diversi sistemi Ansys, consentendo la gestione di analisi multifisiche in modo semplice e veloce. Da non dimenticare l'enorme contributo dell'ACT Extension RBF Morph Structures, tramite la quale è stato possibile intervenire sulla forma di un componente complesso in tempi brevi e in modo semplice.

Ringraziamenti

Ringrazio, prima di tutto, il mio relatore Prof. Marco Evangelo Biancolini per avermi dato l'opportunità di svolgere questo interessante lavoro di tesi e per esser stato sempre disponibile per consigli e incontri. Un ringraziamento va anche al mio correlatore Ing. Stefano Porziani, per avermi guidato nell'utilizzo dei vari programmi.

Ringrazio i miei genitori, per aver cercato in ogni modo di non essere presenti qui oggi, organizzando convegni e ammalandosi una settimana prima di questo giorno. Li ringrazio per aver aggiunto un pizzico di stress a questi ultimi giorni fin troppo tranquilli, ma soprattutto, li ringrazio per tutto il sostegno, per i sacrifici, per gli insegnamenti, per avermi sempre messo nelle migliori condizioni per affrontare qualsiasi difficoltà e per supportarmi o sopportarmi sempre, anche in sessione quando divento leggermente scorbutico.

Ringrazio mia sorella, se sono qui oggi lo devo a tutti i suoi messaggi di “in bocca al lupo” prima degli esami che, devo dire, hanno funzionato. Inoltre, la ringrazio per tutti quei bei vocali fatti strillando quando tornava a casa da lavoro, fondamentali per non addormentarsi sui libri. Nonostante siamo molto diversi so di poter contare sempre su di lei, anche se non lo dimostro molto, e lei potrà sempre contare su di me, ma non per andare a ballare.

Ringrazio anche Giorgio, una persona solare e sempre allegra. Così solare da portare la luce nella mia vita anche all'una di notte, la sera prima degli esami, non per lavarsi i denti, ma per donarmi un raggio di luce. Lo ringrazio anche per aver tenuto alto il morale di Mia, sempre all'una di notte, giocando con lei sul parquet.

Ringrazio i miei nonni, presenti e non, e gli zii per la fiducia cieca dimostratami da sempre per aver mostrato interesse verso il mio percorso e i miei progetti. Un ringraziamento speciale va a Zio Roberto, detto anche Bello Papale, per la corrispondenza ininterrotta che mi ha aiutato ad affrontare i problemi con più serenità.

Ringraziamenti

Lo ringrazio anche per avermi insegnato a chiamare con il cellulare e mi scuso se, per questo motivo, gli ho telefonato troppo.

Ringrazio i miei compagni di università, vecchi e nuovi, per aver condiviso con me mille sofferenze. Ringrazio Alice, perché senza di lei non avrei mai consegnato il piano di studi. Ringrazio Alessandro, per le sue imitazioni comiche dei professori, ma soprattutto, ringrazio Federico, il mio amico più deciso. Grazie per tutte le spiegazioni che mi hai dato, grazie per aver creato questo gruppo, grazie per avermi insegnato ad affrontare gli esami con convinzione, ma soprattutto, grazie per i tuoi appunti magici.

Ringrazio gli amici del gruppo Tor Pignattara, dal primo all'ultimo per le belle serate passate insieme e per tutte le risate. Ringrazio Daniele, il leader del gruppo, per avermi fatto sapere con chi ha fatto la tesi il fratello e per avermi insegnato a mettere in dubbio qualsiasi cosa. Lo ringrazio anche per aver dimostrato in molteplici occasioni di riuscire a capirmi senza bisogno di troppe parole. Ringrazio Ilaria, compagna fantastica in qualsiasi gioco di società, per avermi insegnato com'è fatto uno stadio. Non ci conosciamo da molto ma quando sto con te è una risata continua. Ringrazio Martina, un'amica ritrovata, per i buoni consigli dati negli audio di Yari e per avermelo tolto dai piedi. Ringrazio Nicolò, compagno di mille serate, per aver reso le sessioni meno pesanti e per le discussioni comiche con Daniele. Anche se siamo due persone silenziose spero lui abbia capito quanto conti per me. Ringrazio Stefano, la più grande fonte di informazioni mai creata, per essere sempre pronto ad aiutarmi nel momento del bisogno. In particolare, lo ringrazio ancora una volta per essersi fidato a prestarmi il computer per fare un esame e per avermi insegnato ad usare il mio. Ormai è diventato l'amico che conosco da più tempo e spero che questo primato non venga mai infranto. So di non essere bravo quanto lui a scrivere belle parole, ma mi auguro sappia quanto è importante per me poter contare su di lui.

Per ultimo, proprio per importanza, ringrazio Yari, un amico, un confidente, un esempio, una persona che pensa di essere originale. Sebbene le mie parole non saranno sufficienti a ripagare il debito che ho con lui, lo vorrei ringraziare per la splendida persona che è, per i pomeriggi di studio passati a perdere tempo, per avermi aiutato con molti esami, per avermi insegnato a non farsi sfruttare e per tutti i momenti, belli e brutti, che ha deciso di passare con me. Non è possibile esprimere a parole il legame che ci unisce, ma l'importante è che lo sappiamo noi due; definirlo il mio migliore

Ringraziamenti

amico è riduttivo, lo sento parte della mia famiglia e per questo gli voglio un mondo di bene. Ah dimenticavo, più di ogni altra cosa, grazie per avermi aiutato con l'iscrizione all'università, sei l'amico senza il quale non sarei qui, letteralmente.

Infine, i ringraziamenti più grandi vanno alla persona senza la quale non ce l'avrei mai fatta, Valentina. Abbiamo iniziato questo percorso insieme e dal primo momento che è entrata a far parte della mia vita l'ha stravolta con la sua dolcezza. Se ripenso a tutti i momenti, tristi e felici, che ho dovuto affrontare per raggiungere questo traguardo, lei era lì con me in ognuno di essi, per consolarmi o per festeggiare insieme. Grazie per avermi insegnato a credere di più in me stesso, per avermi fatto svegliare presto la mattina, per non avermi fatto mollare in alcune situazioni, per il tempo perso passato ad aiutarmi con i miei problemi e per avermi aiutato a vincere le mie preoccupazioni. So bene che questi pochi ringraziamenti non saranno sufficienti, le devo troppo; quello che posso fare, però, è prometterle che cercherò ogni giorno di essere il suo punto fermo, come lei lo è per me, di essere, solo con lei, un po' meno orso e di sostenerla ed aiutarla nel suo percorso di crescita, anche se per me resterà sempre la bimba che amo.