

**TOR VERGATA**  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE  
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica

## Ottimizzazione Aerodinamica di una vettura di Formula SAE mediante CFD e Mesh Morphing

Relatore: Prof. Ing. Corrado Groth

Candidata: Gaia Marica

Correlatore: Ing. Stefano Porziani

Anno Accademico: 2022/2023

*Non conosco altro scopo migliore nella  
vita che fallire nel tentativo di fare  
qualcosa di grande e impossibile.*

*Il fatto che qualcosa sembri impossibile  
non dovrebbe essere una ragione  
sufficiente per non provarci. È  
esattamente questo ciò che lo rende  
meritevole. Dove sarebbero il coraggio e  
la grandezza se il successo fosse certo e  
non ci fossero rischi?*

*Il solo vero fallimento è fuggire dalle  
difficoltà della vita.*

*Nietzsche*

## **Abstract**

The aim of the following thesis is to introduce the main tools for making an aerodynamic optimization with CFD simulations and Mesh Morphing's tools.

The aerodynamic optimization has found application in the project for the Formula SAE's car of the University of Roma Tor Vergata. The aim of the following project is to design the new bodywork of the car to increase the aerodynamic performances innovative tools such as Mesh Morphing.

The optimization that was made represents only a starting point, that can be used to improve further the aerodynamic performances of *Artemide*.

# Indice

<b>Indice delle figure</b> .....	5
<b>1. Cenni di Fluidodinamica</b> .....	8
1.1. Introduzione alla Fluidodinamica.....	8
1.2. Proprietà di un Fluido (Viscosità Dinamica).....	8
1.3. Flusso Laminare e Turbolento.....	9
1.4. Numero di Reynolds.....	10
1.5. Strato limite.....	11
1.6. Flussi staccati e attaccati (separazione dello strato limite).....	12
1.7. Forze aerodinamiche .....	13
1.8. Coefficiente aerodinamici ed efficienza.....	13
<b>2. Equazioni di Governo della Fluidodinamica</b> .....	15
2.1. Introduzione .....	15
2.2. Metodi di indagine (approccio Euleriano e Lagrangiano).....	15
2.3. Teorema del Trasporto (o di Reynolds) .....	16
2.4. Equazione di bilancio della massa.....	16
2.5. Equazione di bilancio della quantità di moto .....	17
2.6. Equazione di bilancio dell'energia.....	17
2.7. Equazioni di Navier-Stokes.....	18
<b>3. Cenni di Fluidodinamica Computazionale</b> .....	19
<b>3.1. Modellazione della turbolenza</b> .....	19
3.1.1. Introduzione .....	19
3.1.2. Il problema della chiusura delle equazioni di Navier-Stokes.....	20
3.1.3. Viscosità turbolenta (approccio di Boussinesq) .....	21
3.1.4. Lunghezza di miscelazione .....	22
3.1.5. Modello Spalart-Allmaras.....	22
3.1.6. Modelli a due equazioni (modello k-epsilon e k-omega).....	23
3.1.7. Modello k-omega SST (“ <i>Shear-Stress Transport</i> ”) .....	24
3.1.8. Distanza da parete (coordinata $y^+$ ).....	24
<b>3.2. Mesh</b> .....	25
3.2.1. Introduzione .....	25
3.2.2. Classificazione e proprietà generali .....	26
3.2.3. Qualità della mesh (non-ortogonalità, asimmetria, Aspect Ratio) .....	27

<b>3.3. Algoritmo numerico</b> .....	29
3.3.1. Introduzione .....	29
3.3.2. Discretizzazione e risoluzione numerica delle equazioni.....	30
<b>4. ANSYS per le simulazioni CFD e RBF Morph</b> .....	31
4.1. Workbench .....	31
4.2. SpaceClaim .....	32
4.3. Meshing.....	32
4.4. Fluent.....	33
4.5. Ottimizzazione tramite DOE e superficie di risposta .....	34
4.6. RBF Morph e il concetto di mesh morphing.....	36
<b>5. Ottimizzazione Aerodinamica di un Cubo</b> .....	39
5.1. Introduzione .....	39
5.2. Geometria.....	39
5.3. Mesh.....	41
5.4. Simulazione fluidodinamica (calcolo dei coefficienti aerodinamici).....	43
5.5. Preparazione file RBF Morph per l’ottimizzazione .....	49
5.6. Ottimizzazione (DOE e superficie di risposta).....	52
<b>6. La Formula SAE</b> .....	61
6.1. Introduzione .....	61
6.2. Il regolamento .....	61
6.3. La competizione .....	62
<b>7. Simulazioni CFD su Artemide (configurazione passata stagione)</b> .....	65
7.1. Introduzione .....	65
7.2. Semplificazione della geometria .....	65
7.3. Mesh.....	67
7.4. Simulazioni CFD (calcolo dell’efficienza aerodinamica) .....	72
<b>8. Ottimizzazione del muso</b> .....	78
8.1. Simulazione sulla nuova configurazione (geometria, mesh e impostazioni CFD).....	78
8.2. Preparazione dei file RBF Morph .....	80
8.3. Ottimizzazione DOE e superficie di risposta .....	83
<b>9. Conclusioni</b> .....	86
<b>10. Bibliografia e Sitografia</b> .....	87

## Indice delle figure

Figura 1-Andamento delle velocità di un fluido in prossimità di una parete piana.....	9
Figura 2-Schematizzazione di un flusso turbolento; Figura 3-Schematizzazione di un flusso laminare .....	10
Figura 4-Schematizzazione dello strato limite .....	11
Figura 5-Andamento del flusso localmente ad un profilo alare; Figura 6-Andamento del flusso localmente ad un profilo alare con diverso angolo di attacco (separazione dello strato limite e condizione di stallo) .....	12
Figura 7-Andamento delle velocità nel sottostrato viscoso a seconda delle caratteristiche dei layer.....	25
Figura 8-Tipologie di elementi finiti .....	26
Figura 9-Mesh ad alta densità di un profilo alare .....	27
Figura 10-Non ortogonalità.....	28
Figura 11-Skewness (asimmetria) .....	28
Figura 12-Flusso in Workbench per l'ottimizzazione di un cubo .....	31
Figura 13-Schermata iniziale di SpaceClaim.....	32
Figura 14-Schermata iniziale di ANSYS Meshing.....	33
Figura 15-Schermata iniziale di Fluent.....	33
Figura 16-Design Of Experiments (DOE) per l'ottimizzazione di un cubo .....	34
Figura 17-Esempio di superficie di risposta ottenuta per l'ottimizzazione di cubo.....	35
Figura 18-Mesh Morphing eseguito sulla parte anteriore di una vettura di Formula 1 del 2011 .....	37
Figura 19-Geometria del cubo (lato 100 mm).....	39
Figura 20-Enclosure del cubo .....	40
Figura 21-Enclosure divisa secondo il piano di simmetria .....	40
Figura 22-Named Selection del cubo .....	41
Figura 23-Face Meshing del cubo; Figura 24-Inflation del cubo; Figura 25-Inflation del ground.....	42
Figura 26-Mesh completata .....	42
Figura 27-Aspect Ratio degli elementi della mesh del cubo .....	42
Figura 28-Qualità degli elementi della mesh del cubo.....	43
Figura 29-Update mesh in Workbench .....	43
Figura 30-Impostazioni moto del ground; Figura 31-Impostazioni velocità della sezione di ingresso del flusso .....	44
Figura 32-Modello di turbolenza (k-omega SST).....	45
Figura 33-Report del coefficiente di drag .....	45
Figura 34-Reference Value .....	46
Figura 35-Andamento residui.....	47
Figura 36-Andamento coefficiente di lift; Figura 37-Andamento coefficiente di drag.....	47
Figura 38-Andamento efficienza .....	47
Figura 39-Valori $y^+$ sul piano di simmetria; Figura 40-Andamento dell' $y^+$ sul piano di simmetria .....	48
Figura 41-Andamento delle velocità; Figura 42-Andamento delle pressioni.....	48
Figura 43-Andamento delle linee di flusso attorno al cubo.....	49
Figura 44-Andamento delle velocità mediante vettori.....	49

Figura 45-Source Points dello smusso frontale (prima dell'applicazione degli spostamenti imposti) .....	50
Figura 46-Verifica della mesh scaturita dalla modifica di forma (con coefficiente di amplificazione pari a -2).....	50
Figura 47-Geometria e mesh del cubo a seguito dell'abbassamento frontale .....	51
Figura 48-Valore imposto dell'abbassamento frontale; Figura 49-Abbassamento del posteriore .....	51
Figura 50-Geometria e mesh prima e dopo la modifica di forma di convergenza a confronto..	52
Figura 51-Traslazione della superficie frontale del cubo .....	52
Figura 52-Parametri in ingresso e in uscita .....	53
Figura 53-Script per calcolare il valore dell'area responsabile della resistenza all'avanzamento .....	54
Figura 54-Script per il morphing della geometria e della mesh .....	54
Figura 55-Andamento residui partendo dalla condizione di convergenza della baseline .....	55
Figura 56-Impostazioni dell'inizializzazione utilizzando la soluzione della baseline.....	56
Figura 57-DOE del cubo completata .....	56
Figura 58-Valori minimi e massimi dei parametri in uscita.....	57
Figura 59-Superficie di risposta del coefficiente di drag in funzione dello smusso frontale e di quello superiore .....	57
Figura 60-Superficie di risposta dell'efficienza in funzione dell'abbassamento e dello smusso del retro.....	57
Figura 61-Sensibilità dei parametri di input nei confronti di quelli di output .....	58
Figura 62-Configurazioni ottimali di massima efficienza .....	58
Figura 63-Geometria del cubo ottimizzato .....	58
Figura 64-Andamento delle velocità del cubo ottimizzato    Figura 65-Andamento delle pressioni del cubo ottimizzato .....	59
Figura 66-Andamento delle velocità tramite vettori del cubo ottimizzato .....	59
Figura 67-Evento in Ungheria 2022, foto dei team partecipanti .....	61
Figura 68-Tilt Test di Artemide, evento in Ungheria 2022.....	63
Figura 69-Prova Endurance, evento in Ungheria 2022 .....	64
Figura 70-CAD finale semplificato della vettura.....	66
Figura 71-Enclosure della vettura .....	67
Figura 72-Enclosure a seguito del taglio lungo i piani di simmetria e di contatto con il pavimento .....	67
Figura 73-Named Selections create .....	68
Figura 74-Inflations in corrispondenza del muso e dell'ala anteriore.....	69
Figura 75-Qualità degli elementi e inflations in corrispondenza dell'ala posteriore.....	70
Figura 76-Mesh in corrispondenza di un piano di sezione.....	70
Figura 77-Inflations in corrispondenza del pilota e dei profili alari anteriore e posteriori.....	71
Figura 78-Mesh in corrispondenza di un piano di sezione; Figura 79-Mesh del flap dell'ala anteriore in corrispondenza di un piano di sezione.....	71
Figura 80-Mesh finale della vettura .....	72
Figura 81-Qualità degli elementi della mesh della vettura .....	72
Figura 82-Aspect Ratio degli elementi della mesh della vettura; Figura 83-Skewness degli elementi della mesh della vettura .....	72
Figura 84-Geometria e mesh della vettura dentro Fluent .....	73

Figura 85-Impostazioni sezioni di ingresso; Figura 86-Impostazioni ground .....	73
Figura 87-Reference Value; Figura 88-Calcolo dell'area frontale mediante Projected Area .....	74
Figura 89-Report coefficiente di drag; Figura 90-Report coefficiente di lift .....	74
Figura 91-Andamento residui.....	75
Figura 92-Andamento coefficiente di lift; Figura 93-Andamento coefficiente di drag.....	75
Figura 94-Andamento efficienza .....	75
Figura 95-Andamento delle pressioni della vettura Figura 96-Andamento delle velocità della vettura .....	76
Figura 97-Andamento delle velocità con vettori attorno alla vettura .....	76
Figura 98-Andamento $y+$ sul piano di simmetria Figura 99-Dettagli $y+$ sul piano di simmetria .	77
Figura 100-Strato limite in corrispondenza del muso .....	77
Figura 101-Nuovo CAD del muso (in trasparenza) e dell'Impact (al suo interno).....	78
Figura 102-Geometria e mesh del nuovo CAD in Fluent.....	79
Figura 103-Andamento delle pressioni nuovo CAD; Figura 104-Andamento delle velocità nuovo CAD.....	79
Figura 105-Andamento delle velocità con vettori in corrispondenza della vettura .....	79
Figura 106-Andamento del coefficiente di drag; Figura 107-Andamento del coefficiente di lift	80
Figura 108-Andamento dell'efficienza .....	80
Figura 109-Caratteristiche del dominio di definizione del muso per il mesh morphing.....	81
Figura 110-Nuvole di punti prima del morphing; Figura 111-Nuvole di punti dopo il morphing	81
Figura 112-Geometria e mesh del muso prima e dopo l'abbassamento della punta del muso .	81
Figura 113-Impostazioni per la rotazione della punta del muso .....	82
Figura 114-Geometria e mesh del muso prima e dopo la traslazione della punta.....	82
Figura 115-Impostazioni per il multi-sol .....	83
Figura 116-Andamento dei residui con inizializzazione dalla soluzione della baseline .....	83
Figura 117-Risultati della baseline da Workbench.....	84
Figura 118-DOE completata .....	84
Figura 119-Superficie di risposta dell'efficienza in funzione dell'abbassamento e della traslazione del muso .....	85
Figura 120-Superficie della risposta del coefficiente di drag in funzione dell'abbassamento e della rotazione della punta del muso.....	85
Figura 121-Configurazione ottimale.....	86



# 1. Cenni di Fluidodinamica

## 1.1. Introduzione alla Fluidodinamica

La fluidodinamica (anche detta dinamica dei fluidi) è quella branca della fisica atta a studiare il comportamento dei fluidi (liquidi e/o gas) in movimento, in relazione alle cause che ne determinano il moto. La risoluzione di un problema di fluidodinamica comporta, in genere, la risoluzione, per via analitica o numerica, di complesse equazioni differenziali, al fine di ricavare proprietà e grandezze fisiche del fluido, in quella determinata applicazione.

## 1.2. Proprietà di un Fluido (Viscosità Dinamica)

Si definisce fluido, lo stato di aggregazione di una sostanza che, in condizioni di quiete, all'applicazione di uno sforzo di taglio cambia in maniera continua la sua forma, senza essere in grado quindi di opporsi a tale sforzo applicato. Infatti, a differenza dei solidi, nei fluidi gli sforzi di taglio risultano direttamente proporzionali alla velocità di deformazione, secondo la legge detta di Newton:

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dy}$$

Il coefficiente di proporzionalità  $\mu$ , presente nella formula, sta ad indicare la resistenza da parte di un fluido all'applicazione di uno sforzo di taglio ed è detta viscosità dinamica. La viscosità è quindi la proprietà di un fluido correlata alla resistenza allo scorrimento (a volte infatti, viene anche definita come la resistenza all'avanzamento esercitata da parte del fluido).

Se per tanto due strati di fluido hanno velocità differenti, quello più lento tenderà a frenare quello più veloce proprio a causa della viscosità che, in analogia con i solidi, può essere interpretata come l'attrito tra fluidi.

Stessa interazione si verifica nel caso in cui un fluido in moto ad una certa velocità scorre su una parete ferma: il fluido, se non è presente un lavoro in grado di tenerlo in moto, tenderà ad arrestarsi

assumendo la velocità nulla della parete. Quanto detto, può essere riassunto sotto il nome di principio di aderenza.

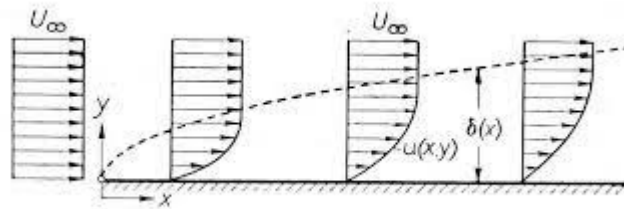


Figura 1-Andamento delle velocità di un fluido in prossimità di una parete piana

I fluidi che seguono la legge di Newton, sopra citata, vengono chiamati appunto fluidi newtoniani. In questa tipologia di fluidi, in genere, la viscosità dinamica dipende dalla pressione, dalla temperatura e dal tipo di fluido. Se la viscosità, oltre a dipendere da questi parametri, è funzione anche della velocità di deformazione, il fluido allora è detto non-newtoniano, in quanto non in grado di rispettare la legge omonima.

A seconda se si tratti di un liquido o di un gas, la viscosità dinamica può dipendere rispettivamente dalle forze di coesione tra le molecole o dall'entità delle collisioni tra le particelle costituenti quella sostanza.

Inoltre, si osserva che la viscosità è fortemente dipendente dalla temperatura a cui si trova il fluido: nei liquidi, all'aumentare della temperatura la viscosità dinamica diminuisce e, contrariamente, aumenta nel caso dei gas, poiché l'aumento di velocità offre maggiori possibilità di collisione, con conseguente incremento della resistenza al moto.

È possibile inoltre definire un'ulteriore tipologia di viscosità, come rapporto tra la viscosità dinamica e la densità del fluido; in questo caso, si parla di viscosità cinematica e, a differenza di quella dinamica, rappresenta il coefficiente di diffusione o diffusività della quantità di moto di un fluido.

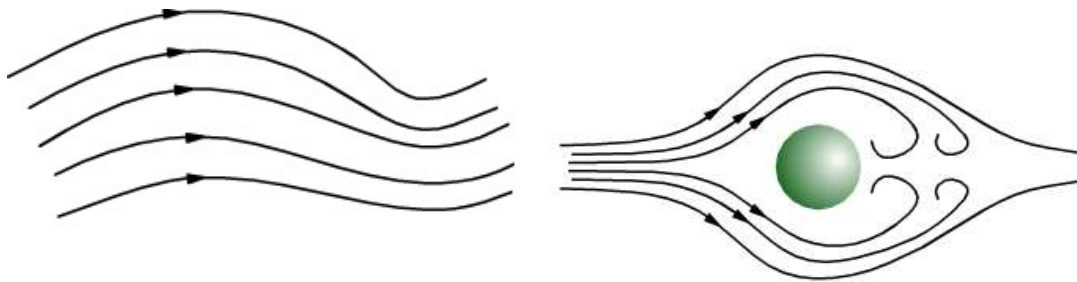
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

### 1.3. Flusso Laminare e Turbolento

Si definisce flusso laminare il moto di un fluido in cui le caratteristiche macroscopiche, quali velocità e proprietà termofisiche del fluido, in ogni punto e in ogni istante sono completamente

determinate dall'ambiente esterno, ovvero si ripetono in modo uguale ogni qual volta che si ripete l'esperimento nelle medesime condizioni.

Alternativamente, se ciò non avviene il flusso è detto turbolento. Un flusso turbolento è quindi un moto di un fluido caratterizzato da elementi di casualità nella distribuzione spaziale e temporale delle proprietà macroscopiche del fluido.



*Figura 2-Schematizzazione di un flusso turbolento; Figura 3-Schematizzazione di un flusso laminare*

In particolare, in un regime laminare, i filetti fluidi che costituiscono il campo di moto restano sempre paralleli a sé stessi, senza che avvenga alcun mescolamento, nemmeno a livello microscopico. Il termine laminare viene infatti dal concepire il fluido come un insieme di lamine che scorrono tutte parallele tra loro.

Nel regime turbolento, invece, i fenomeni inerziali prevalgono su quelli viscosi, dando origine per esempio a vortici, che svolgono un'azione di mescolamento di filetti fluidi, a causa di variazioni caotiche di pressione e velocità del flusso.

#### 1.4. Numero di Reynolds

Il numero di Reynolds è uno dei parametri fondamentali della fluidodinamica, che caratterizza la natura laminare o turbolenta del fluido. È un numero adimensionale, definito come rapporto tra le forze di inerzia e quelle viscosi del fluido: maggiore è il numero di Reynolds, più le forze di inerzia sovrastano quelle viscosi, definendo il fluido a carattere turbolento.

La distinzione del regime di un fluido può essere eseguita mediante il diagramma di Moody, nel quale vengono riportati i valori del numero di Reynolds in funzione del coefficiente d'attrito viscoso e del valore della scabrezza relativa della superficie di interesse.

I valori del numero di Reynolds sono fortemente influenzati dalla geometria (sia in termini di estensione che di forma e orientazione della geometria rispetto alla direzione del flusso) del corpo investito dal fluido, dalla natura del fluido e dalle condizioni operative di pressione e temperatura

a cui avviene il fenomeno preso in considerazione. Inoltre, il numero di Reynolds è direttamente dipendente dalla velocità del fluido.

Per tanto, a seguito di queste considerazioni, il numero di Reynolds è calcolabile tramite la seguente espressione, ove compaiono tutte le grandezze fisiche precedentemente esaminate.

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$$

La natura laminare o turbolenta di un fluido influenza notevolmente le forze dinamiche sull'oggetto: un numero di Reynolds più o meno elevato, può alterare le forze aerodinamiche di resistenza e di carico su un'ala di una vettura da corsa, per esempio.

Inoltre, nell'ambito di prove sperimentali in gallerie del vento, il numero di Reynolds è utilizzato per replicare in scala gli stessi effetti e le stesse caratteristiche turbolente o laminari del fluido.

### 1.5. Strato limite

Con la locuzione strato limite si intende la regione di spazio, in prossimità di una parete, dove la velocità passa dal valore nullo, a causa della condizione di adesione del fluido alla parete ferma, al valore della corrente esterna: la velocità, in questa zona, tende quindi ad assumere un andamento come quello riportato nell'immagine sottostante.

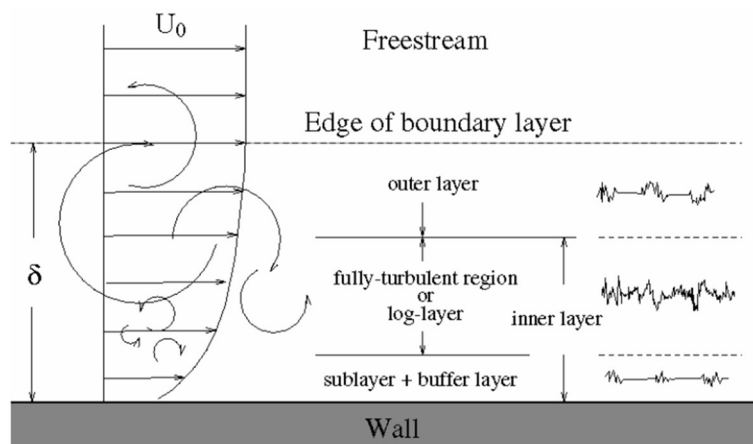


Figura 4-Schematizzazione dello strato limite

In particolare, il profilo della velocità nella zona dello strato limite può essere suddiviso in tre regioni: sotto-strato viscoso, strato logaritmico e strato esterno. La risoluzione dello strato limite in prossimità di una parete consente di prevedere in modo accurato l'entità dello sforzo di taglio a contatto con la parete, della pressione superficiale, dell'effetto di forze e i gradienti di pressioni avversi. In ambito automobilistico, capire come si comporta lo strato limite del flusso è

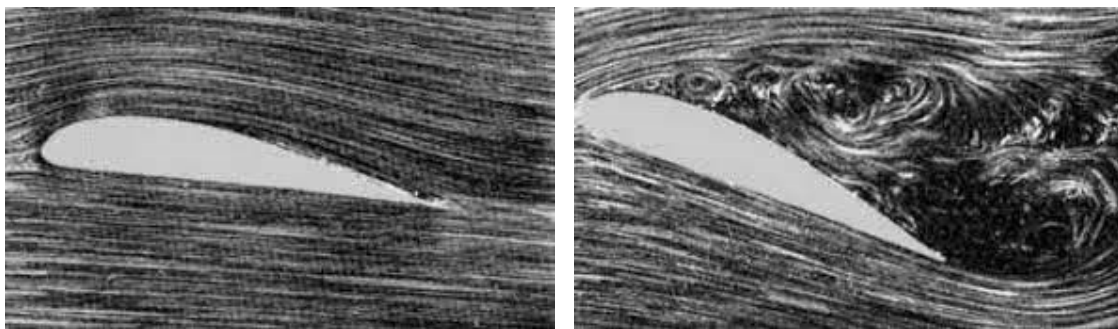
fondamentale, per esempio, per determinare in maniera accurata l'entità delle forze prodotte dalle ali, al fine di evitare effetti indesiderati come la mancata aderenza con il suolo.

#### 1.6. Flussi staccati e attaccati (separazione dello strato limite)

Quando un fluido lambisce un corpo, per numeri di Reynolds non troppo piccoli, le linee di flusso che passano vicino alla parte anteriore del corpo se ne distaccano nella parte posteriore, rinchiudendo al loro interno dei vortici di fluido in moto lento e, a volte, anche variabile nel tempo.

La formazione dei vortici comporta il distacco dello strato limite, fenomeno di enorme importanza, poiché nella regione a valle del punto di scollamento (punto in corrispondenza del quale avviene la separazione dello strato limite) diminuiscono fortemente sia la pressione che lo sforzo di taglio, con conseguente variazione delle forze agenti sulla parete dell'oggetto da parte del fluido.

Per esempio, nelle fotografie sottostanti si osserva lo stesso profilo alare lambito da un flusso d'aria proveniente da sinistra, ma con un angolo di attacco differente nelle due configurazioni. Come si può osservare, se l'angolo di incidenza del fluido si mantiene entro certi limiti, lo strato limite non si distacca.



*Figura 5-Andamento del flusso localmente ad un profilo alare; Figura 6-Andamento del flusso localmente ad un profilo alare con diverso angolo di attacco (separazione dello strato limite e condizione di stallo)*

Quando invece quest'angolo è eccessivo, avviene la separazione dello strato limite, in questo caso nella parte superiore dell'ala, creando una situazione di stallo, ovvero caratterizzata da un forte aumento della resistenza e un decremento delle forze di portanza; nel caso di un aereo questo fenomeno ne causa un rallentamento, fino alla caduta di quest'ultimo.

Simili considerazioni vengono applicate anche per spiegare la resistenza e l'aderenza al suolo delle autovetture, motivo per cui studiare e cercare di gestire lo strato limite del flusso sul corpo

e sulle ali di una vettura è di fondamentale importanza. Per esempio, la separazione del flusso su un'ala anteriore modifica l'entità di forza che crea e il campo di flusso dietro di essa, influenzando il raffreddamento e il comportamento dei componenti aerodinamici nella zona posteriore, come il diffusore e l'ala posteriore.

### 1.7. Forze aerodinamiche

Poiché lo studio si pone come obiettivo l'ottimizzazione aerodinamica di una vettura di Formula SAE, è bene introdurre ed esaminare le forze aerodinamiche che interagiscono con un veicolo terrestre e come queste ne influenzano le prestazioni.

Lo spostamento di un corpo in un flusso d'aria è fortemente condizionato dalla resistenza esercitata dall'aria sul corpo, a causa del suo ingombro. In particolare le forze aerodinamiche, a seconda della loro direzione, possono essere distinte in forze di resistenza all'avanzamento o forze di portanza.

Nel primo caso, la direzione della risultante delle forze è parallela al moto di avanzamento del flusso e, per tanto, è responsabile di un rallentamento del corpo. Ciò, come si vedrà anche di seguito, è fortemente dipendente dalla geometria della sezione frontale del corpo e da come questa è posta rispetto al flusso.

Invece, la forza di portanza è la risultante di tutte le componenti delle forze generate dal flusso sul corpo in direzione ortogonale al suolo che, a seconda del verso, chiaramente genera effetti completamente opposti. In caso di risultate diretta verso l'alto, si avrà il cosiddetto effetto di portanza, tale per cui il corpo tenderà a sollevarsi da terra, mentre in caso contrario si avrà un effetto di deportanza, che farà sì che il corpo resti attaccato al suolo.

Ovviamente, a seconda delle applicazioni, si cerca di enfatizzare un effetto o l'altro, al fine di migliorarne il comportamento e quindi le prestazioni. Convenzionalmente, il segno positivo è attribuito per una forza portante (si prende come riferimento un sistema di riferimento diretto verso l'alto).

### 1.8. Coefficienti aerodinamici ed efficienza

Per misurare la resistenza aerodinamica di un corpo in moto in un fluido, si ricorre al coefficiente di resistenza aerodinamica, numero adimensionale definito come rapporto tra la forza di resistenza (o resistenza aerodinamica) esercitata dal corpo sul fluido, e il prodotto tra la pressione dinamica,

relativa al flusso indisturbato, e l'area della sezione del corpo ortogonale alla direzione di avanzamento.

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho v^2 A}$$

Il coefficiente di resistenza all'avanzamento dipende dalla geometria del corpo ed è indipendente dalle dimensioni della sezione e dalla velocità del moto del corpo. Un aspetto interessante da osservare è il differente valore che assume tale coefficiente al variare della forma e dell'entità dell'estensione del corpo. D'altronde, se, per esempio, la geometria consente al fluido di potersi ricongiungere nella coda del corpo, il fluido, restando attaccato, non genererà vortici che penalizzerebbero la resistenza all'avanzamento del corpo. Infatti, la forma del corpo è responsabile dell'andamento del flusso vicino le pareti, che, come visto precedentemente, se in grado di ritardare la separazione dello strato limite, ne migliora le prestazioni aerodinamiche.

Analogamente, il coefficiente di portanza è definito adimensionalmente come il rapporto tra la forza di portanza che si genera e che viene esercitata dal fluido sul corpo e il prodotto tra la pressione dinamica, relativa al flusso indisturbato, e l'area della sezione del corpo ortogonale al suolo. Valgono le medesime considerazioni precedentemente sostenute per il coefficiente di drag. In genere, la convenzione precedentemente accennata ricade anche sul coefficiente di lift.

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho v^2 A}$$

Per applicazioni terrestri, teoricamente si vorrebbe minimizzare la resistenza all'avanzamento e massimizzare la deportanza. Ciò non è possibile poiché sono grandezze dipendenti tra loro, per cui al crescere di una aumenta anche l'altra; esistono però condizioni (per esempio se ci riferisce all'angolo di attacco di profili alari) per cui l'effetto di portanza non incide significativamente sul drag, grazie alle quali è possibile ottenere configurazioni ottimali.

Viste queste ragioni, è fondamentale introdurre un parametro che possa esprimere l'efficienza aerodinamica complessiva dell'oggetto. Per tanto, si definisce efficienza aerodinamica il rapporto tra la portanza e la resistenza all'avanzamento, al fine di quantificare le prestazioni aerodinamiche di un corpo.

$$e = \frac{C_l}{C_d}$$

## 2. Equazioni di Governo della Fluidodinamica

### 2.1. Introduzione

Le relazioni di base necessarie per lo studio di un problema fluidodinamico sono essenzialmente tre leggi sulla conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia. Esse si ricavano applicando alcuni principi fisici e teoremi matematici ad una parte del fluido, sia in termini finiti che infinitesimi.

La forma finita o integrale, applicata ad un certo volume di controllo (ovvero una porzione di spazio del fluido delimitato da una superficie, detta anche essa di controllo), fornisce equazioni utilizzabili solo in casi di flussi semplici. La forma differenziale porta invece alle equazioni alle derivate parziali che reggono i moti di fluidi più generali. Di seguito verranno enunciati i principi e trattate tutte le equazioni fondamentali della fluidodinamica, semplificando o a volte sorvolando sulla dimostrazione analitica.

### 2.2. Metodi di indagine (approccio Euleriano e Lagrangiano)

Il campo di moto di un fluido può essere studiato mediante due metodi differenti di indagine cinematica: secondo un approccio cosiddetto euleriano, che prevede la determinazione delle proprietà del campo di moto in ogni suo punto, oppure secondo un approccio che si basa sullo studio delle traiettorie delle singole particelle, detto lagrangiano.

Nella trattazione euleriana le proprietà del campo di moto vengono definite in funzione del tempo e della posizione nello spazio, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano inerziale. Le variabili sono dette euleriane o spaziali e caratterizzano una singola posizione dello spazio dove, al variare del tempo, vengono a trovarsi particelle di fluido diverse. Lo spazio definito per lo studio di un fluido tramite questo approccio e delimitato da una certa superficie di controllo viene per l'appunto denominato volume di controllo.

Diversamente, l'approccio lagrangiano si fonda sul concetto di elemento materiale, ovvero di un volume che si muove con il fluido e, quindi, che è sempre costituito dalle stesse particelle; chiaramente in questo caso il sistema di riferimento adottato sarà solidale con il volume di fluido in movimento.



### 2.3. Teorema del Trasporto (o di Reynolds)

La relazione tra la variazione nel tempo delle proprietà del fluido che costituisce il sistema dell'approccio lagrangiano e la variazione temporale di quelle del fluido contenuto nel volume di controllo è data dal Teorema di Trasporto di Reynolds. Tale teorema consente quindi di passare dall'approccio euleriano a quello lagrangiano (e viceversa), potendo quindi scrivere le varie equazioni della fluidodinamica sia in forma integrale che in forma differenziale.

### 2.4. Equazione di bilancio della massa

Il principio di conservazione della massa afferma che, fissato un volume di controllo delimitato da una superficie, la differenza tra il flusso di massa entrante nella superficie e il flusso di massa uscente dalla superficie uguaglia, in assenza di termini sorgenti, la variazione nel tempo della massa contenuta nel volume di controllo.

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \int_S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$$

In particolare, per una corrente monodimensionale, ovvero caratterizzata dallo sviluppo del moto in un'unica direzione, si può scrivere che

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int_{S_{out}} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS - \int_{S_{in}} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$$

Tale equazione di bilancio deriva dall'applicazione del teorema del trasporto e del teorema di Gauss all'assunzione che la massa di fluido non cambi con il moto.

L'equazione di bilancio di massa può essere scritta anche in forma differenziale applicando il teorema di Gauss, prendendo il nome di forma conservativa (o divergente) dell'equazione di continuità.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0$$

Questa relazione compatta può essere riscritta andando a decomporre il vettore velocità nelle sue tre componenti, giungendo alla relazione riportata di seguito.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

Le due formulazioni dell'equazione del bilancio di massa sono matematicamente del tutto equivalenti, ma non nel momento in cui si opera una discretizzazione numerica delle equazioni.

## 2.5. Equazione di bilancio della quantità di moto

Il principio di conservazione della quantità di moto afferma che la derivata totale della quantità di moto associata al volume di fluido è uguale in ogni istante alla risultante delle forze esterne ad esso applicate. Si ricordi che le forze esterne agenti su tale volume possono essere divise in forze di massa o di superficie, a seconda se vengano definite sulla massa e applicate sul volume della particella stessa o definite per unità di superficie e applicate sulla superficie di quel volume di fluido.

$$\int_V \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} dV = \int_V \rho \mathbf{f} dV + \int_S \mathbf{F} dS$$

In forma differenziale, si può giungere alla formulazione dell'equazione di bilancio della quantità di moto applicando la seconda legge della dinamica di Newton ad una massa di fluido contenuta in un volume di controllo e andando a scomporre il vettore velocità nelle sue tre componenti.

Eguagliando con le forze agenti sul volume e sulla superficie della particella infinitesima di fluido in esame, si giunge alla seguente relazione, che se semplificata e scritta per le altre direzioni, si ottengono le equazioni di bilancio della quantità di moto scritte in forma non conservativa.

$$\rho \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x$$

$$\rho \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y$$

$$\rho \frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z$$

## 2.6. Equazione di bilancio dell'energia

Il principio di conservazione dell'energia afferma che la somma della variazione dell'energia immagazzinata dal volume e del flusso di energia che attraversa il contorno della superficie uguaglia la variazione netta di energia trasferita all'interno del volume di controllo per effetto del flusso di calore e del lavoro delle forze esterne.

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left( e + \frac{v^2}{2} \right) + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \left( e + \frac{v^2}{2} \right) = -\nabla \cdot (p\mathbf{v}) + \rho \dot{q} + \rho (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v})$$

Dove  $e$ ,  $q$  rispettivamente rappresentano l'energia interna e il flusso di calore valutati per unità di massa.

## 2.7. Equazioni di Navier-Stokes

Le equazioni sopra citate, rispettivamente, sulla conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia, insieme alle equazioni di stato per fluidi, costituiscono le note equazioni di Navier-Stokes. Le equazioni di Navier-Stokes sono quindi cinque equazioni con undici incognite, motivo per cui non è possibile ottenerne una chiusura.

Le equazioni per la risoluzione di un flusso possono però semplificarsi notevolmente se si trattano liquidi e gas a basse velocità (per numeri di Mach bassi), ovvero a carattere incomprimibile: non essendoci infatti variazione di densità, il legame tra l'equazione dell'energia e le conservazioni di massa e quantità di moto non sussiste.

### **3. Cenni di Fluidodinamica Computazionale**

Come affermato precedentemente, la fluidodinamica è quella branca della scienza atta allo studio del comportamento dei fluidi. Fino agli anni settanta la fluidodinamica era uno studio puramente teorico, essendo di fatti impossibile la risoluzione numerica e analitica delle equazioni che governano i relativi fenomeni fisici.

La fluidodinamica numerica per tanto si pone come obiettivo la risoluzione numerica dei problemi posti dalla fluidodinamica classica. Con il progredire dell'informatica, sia in campo hardware che in quello software, la fluidodinamica numerica, ad oggi, è uno degli strumenti più potenti per la risoluzione e comprensione anche dei più complessi e delicati problemi fluidodinamici (si pensi alle applicazioni in ambito aerospaziale).

La fluidodinamica computazionale si occupa quindi dello studio di metodi, tecniche e algoritmi che consentono di simulare il comportamento dinamico dei fluidi in complessi problemi fisici. Tale elaborazione consiste nell'elaborazione numerica di sofisticati modelli matematici che descrivono l'evoluzione temporale del fluido attraverso i parametri fluidodinamici che lo caratterizzano.

Essa consente di ottenere, in modo più semplice rispetto all'esecuzione di prove sperimentali in galleria del vento, numerosi risultati numerici sulle caratteristiche fluidodinamiche del caso in esame, potendo variare geometria e condizioni al contorno del problema, realizzando condizioni operative molto vicine alla realtà.

#### **3.1. Modellazione della turbolenza**

##### **3.1.1. Introduzione**

La modellazione della turbolenza è la rappresentazione, attraverso un modello matematico, degli effetti della turbolenza sulla fluidodinamica di un flusso. Il problema della non chiusura delle equazioni di Navier-Stokes (strumento fondamentale della fluidodinamica) ha portato alla necessità di avere dei modelli matematici, in grado di superare questo problema, dato il vasto interesse applicativo e la non esistenza di una soluzione analitica per flussi turbolenti.

L'evoluzione di metodi simulativi per prevederne il comportamento ha quindi richiesto lo sviluppo in parallelo di modelli di turbolenza più avanzati. In particolare, si è passati da modelli basati su assunzioni sulle caratteristiche della turbolenza stessa (come i modelli basati sulla

lunghezza di miscelazione) a modelli a una equazione (come lo Spalart-Allmaras) e infine a modelli a due equazioni e l'RSM.

### 3.1.2. Il problema della chiusura delle equazioni di Navier-Stokes

Le equazioni fondamentali della fluidodinamica sono rappresentate dalle equazioni di Navier-Stokes. La risoluzione di questo sistema di equazioni permette di prevedere il comportamento di un flusso, dal punto di vista cinematico e termodinamico.

Vista la natura intrinsecamente tridimensionale, tempo dipendente e aleatoria della turbolenza, diversi approcci statistici sono stati sviluppati per catturarne gli effetti sul flusso medio: riscrivendo, per esempio, ogni proprietà del flusso come somma della componente media e di quella fluttuante. Le equazioni che utilizzano questa decomposizione sono chiamate “*Reynolds Average Navier-Stokes*” (RANS).

Le RANS offrono l’approccio più economico per calcolare flussi turbolenti complessi. I tipici modelli che appartengono a questa categoria sono k-epsilon, k-omega e Spalart-Allmaras, i quali sono costruiti decomponendo temporalmente le equazioni di Navier-Stokes, fino alla definizione di un parametro, detto tensore degli stress di Reynolds. Tali modelli permettono una buona approssimazione del fenomeno, anche se non riescono a coglierne tutte le caratteristiche.

-Alternativamente alle RANS, esistono altri modelli matematici che utilizzano criteri differenti per ovviare al problema della chiusura delle equazioni di Navier-Stokes. Per esempio, si possono condurre simulazioni numeriche dirette di moti turbolenti (DNS), in cui le equazioni di Navier-Stokes vengono risolte numericamente nella loro formulazione tridimensionale e non stazionaria. I parametri di interesse vengono ottenuti attraverso medie temporali e spaziali.

La necessità di risolvere tutto il campo della turbolenza, dalle macro-scale sino alle più piccole scale dissipative, mette in luce i limiti di questo tipo di approccio alle simulazioni. Tali simulazioni infatti richiedono l’adozione di una griglia di calcolo particolarmente fitta, in modo da risolvere tutte le strutture turbolente all’interno del campo di moto.

Per tanto, condurre una simulazione numerica direttamente è estremamente oneroso dal punto di vista computazionale, soprattutto per casi tridimensionali e non stazionari. La necessità di impiegare una griglia di calcolo dalla elevata densità, limita le DNS a geometrie estremamente semplici e per flussi debolmente turbolenti, poiché questa aumenta all’aumentare del numero di Reynolds.

Nonostante questo importante svantaggio, che non consente un'applicazione di questo approccio in campo ingegneristico, le simulazioni dirette rappresentano uno strumento prezioso per lo studio di meccanismi fondamentali della turbolenza e si prestano spesso ad affiancare ricerche sperimentali.

Alcune osservazioni sperimentali condotte sulle strutture di turbolenza, hanno permesso lo sviluppo di un ulteriore approccio per la risoluzione di problemi fluidodinamici, denominato LES, abbreviazione di "*Large Eddy Simulation*".

Secondo tali osservazioni, le strutture turbolente di dimensioni maggiori, oltre ad avere caratteristiche anisotropiche e fortemente dipendenti dal problema specifico (sia dalla geometria che dalle condizioni al contorno), costituiscono il contributo più rilevante; strutture turbolente più piccole, di carattere dissipativo, sono invece essenzialmente isotropiche e universali, ovvero indipendenti dal problema specifico.

Per tanto, il modello LES propone di individuare le due diverse strutture turbolente, per poter trattare ciascuna di questa con il modello matematico più opportuno, che tenga conto delle loro diverse caratteristiche fenomenologiche.

A differenza dell'approccio RANS, offre una notevole qualità e quantità dei risultati, potendo prevedere numerosi fenomeni di interesse ingegneristico, a sfavore di maggiori costi computazionali dovuti alla complessità del modello.

### 3.1.3. Viscosità turbolenta (approccio di Boussinesq)

Un primo metodo per ottenere una chiusura delle RANS fu quello proposto da Joseph Valentin Boussinesq, che mise in relazione le sollecitazioni di Reynolds con i gradienti di velocità medi, introducendo un parametro chiamato viscosità turbolenta.

In molti casi, i modelli basati sull'ipotesi di Boussinesq hanno un costo computazionale, associato al calcolo della viscosità turbolenta, relativamente basso, costituendone un vantaggio. D'altra parte però, la definizione stessa di viscosità turbolenta come grandezza scalare e isotropa rappresenta uno svantaggio, poiché non sempre è una condizione verificata.

Questo modello risulta infatti applicabile per casi in cui una componente del gradiente di velocità risulta dominante, come nel caso di strati limite turbolenti. In questi casi, una singola componente della velocità risulta dominante, e il termine preponderante nel tensore degli stress di Reynolds risulta essere quello dovuto al gradiente di velocità trasversale.

#### 3.1.4. Lunghezza di miscelazione

Un altro metodo per giungere alla chiusura delle RANS, si basa sull'introduzione della lunghezza di miscelazione, definita come la massima distanza di influenza del vortice generato dalla perturbazione di un fluido. Il concetto venne introdotto da Taylor e Prandtl per poter applicare l'approccio di Boussinesq allo strato limite.

La lunghezza di miscelazione risulta più facile da stimare rispetto alla viscosità turbolenta. Su questo modello si basa la legge di parete che descrive il comportamento della velocità all'interno dello strato limite in condizioni in assenza (o con ridotti) gradienti di pressione.

#### 3.1.5. Modello Spalart-Allmaras

Il modello fluidodinamico Spalart-Allmaras è un modello matematico, basato sull'approccio di Boussinesq, ad un'equazione per la risoluzione della viscosità cinematica turbolenta di un flusso. Il modello Spalart-Allmaras è stato progettato specificamente per applicazioni aerospaziali che coinvolgono flussi delimitati da pareti e ha dimostrato di fornire buoni risultati per strati limite soggetti a gradienti di pressione avversi.

Nella forma originale, il modello Spalart-Allmaras era un modello a basso numero di Reynolds, che richiede la corretta risoluzione della regione interessata dalla viscosità dello strato limite. In molti solutori, invece, il modello Spalart-Allmaras è stato implementato per utilizzare le condizioni al contorno alle pareti, quando la risoluzione della griglia di calcolo non è sufficientemente fine.

Ciò potrebbe renderlo la scelta migliore per simulazioni grezze su mesh grossolane, in cui i calcoli accurati del flusso turbolento non sono fondamentali. Inoltre, i gradienti vicino alla parete della variabile trasportata nel modello, sono molto più piccoli dei gradienti delle variabili trasportate dei modelli k-epsilon e k-omega. Ciò potrebbe rendere il modello meno sensibile agli errori numerici quando si usano mesh non stratificate vicino alle pareti.

Tuttavia, il modello Spalart-Allmaras è ancora relativamente nuovo e non viene avanzata alcuna pretesa in merito alla sua idoneità a tutti i tipi di flussi ingegneristici complessi. Ad esempio, non si può fare affidamento su di essa per prevedere il decadimento di una turbolenza omogenea e isotropa.

Inoltre, i modelli a un'equazione sono spesso criticati per la loro incapacità di adattarsi rapidamente ai cambiamenti nella scala della lunghezza, come potrebbe essere necessario quando il flusso cambia bruscamente da un flusso delimitato da una parete a un flusso libero.

**Nota:** Nel modello Spalart-Allmaras, alle pareti, la viscosità cinematica turbolenta è posta a zero (come se applicasse il principio di aderenza, motivo per cui è un modello valido per la risoluzione di flussi non eccessivamente turbolenti/che non prevedano il calcolo esatto delle turbolenze del flusso).

### 3.1.6. Modelli a due equazioni (modello k-epsilon e k-omega)

I modelli fluidodinamici completi più semplici di turbolenza sono i modelli a due equazioni, in cui la soluzione di due equazioni di trasporto separate consente di determinare indipendentemente le scale di velocità e lunghezza della turbolenza.

Il modello standard che rientra in questa classe di modelli è il k: tra i più diffusi in ambito ingegneristico, è applicabile per una vasta gamma di flussi turbolenti, come flussi industriali e per lo studio del trasferimento di calore. È un modello semi-empirico, la cui derivazione delle equazioni si basa su considerazioni fenomenologiche ed empiriche.

In particolare, il modello k-epsilon si basa sulle equazioni di trasporto del modello per l'energia cinetica di turbolenza (l'abbreviazione k sta proprio per “*kinetic energy*”, per sottolineare il tipo di equazione su cui si basa il seguente modello) e sulla velocità di dissipazione (grandezza denominata con la lettera greca epsilon).

L'ipotesi del seguente modello è che il flusso sia completamente turbolento e che gli effetti della viscosità molecolare siano trascurabile, motivo per cui, il modello k-epsilon è valido unicamente per flussi completamente turbolenti.

Un altro modello di turbolenza che considera due equazioni è il modello k-omega: oltre a basarsi come il modello precedente sulle equazioni di trasporto per l'energia cinetica di turbolenza, utilizza, come parametro per l'altra equazione, la vorticosità (rappresentata dalla lettera greca omega). Essa rappresenta nel modello standard il rapporto tra la velocità di dissipazione e l'energia cinetica turbolenta.

Il modello k-omega è in grado di prevedere con accuratezza le velocità di diffusione del flusso, motivo per cui è applicabile per flussi delimitati da pareti. Nel corso del tempo, il modello è stato



modificato con l'inserimento di termini aggiuntivi che hanno migliorato l'accuratezza delle previsioni del comportamento del flusso.

### 3.1.7. Modello k-omega SST (“Shear-Stress Transport”)

Per ottenere un modello completo, in grado di risolvere con precisione qualunque zona del flusso, Menter decise di unire il modello k-epsilon con il modello k-omega.

Il modello SST è stato quindi sviluppato per unire efficacemente la robustezza e l'accuratezza del modello k-omega, nel risolvere flussi in prossimità delle pareti, con il carattere indipendente del modello k-epsilon, nel risolvere flussi lontani dalle pareti.

Si è per tanto convertito il modello k-epsilon in una formulazione simile a quella del modello k-omega, tramite qualche accorgimento, rendendo quindi il modello SST prossimo al k-omega. In particolare, si è introdotta una nuova funzione (denominata di fusione, in inglese “*blending function*”, proprio a voler sottolineare l'unione tra i due modelli), che attiva un modello o l'altro, a seconda della distanza della regione del flusso dalle pareti.

Inoltre, la definizione di viscosità turbolenta viene riadattata per tenere in considerazione del trasporto dello sforzo turbolento, come anche le costanti di modellazione che sono diverse.

Queste caratteristiche rendono il modello k-omega SST più accurato e affidabile rispetto al modello standard, risultando idoneo per una classe più ampia di flussi (come flussi con gradiente di pressione avverso o per lo studio di profili alari).

### 3.1.8. Distanza da parete (coordinata $y^+$ )

In precedenza è stata sottolineata l'importanza di condurre uno studio accurato dello strato limite di un flusso. Nelle simulazioni CFD lo strato limite viene modellato estrudendo gli elementi di superficie in corrispondenza delle pareti (elementi di superficie triangolari che vengono estrusi in celle prismatiche, per esempio).

La risoluzione dello strato limite dipende dall'altezza della prima cella e dal numero di strati e viene valutata calcolando la distanza dalla parete, detta coordinata  $y^+$ . Tale parametro viene quindi valutato tramite una formula che mette in relazione l'altezza della prima cella, la velocità del flusso locale e dalle proprietà del fluido.

$$y^+ = \frac{v_* y}{\mu}$$

Come trattato precedentemente, data la sua robustezza, il modello k-omega SST consente una buona risoluzione del sottostrato viscoso e dello strato logaritmico di molti problemi ingegneristici. In particolare, se l'altezza della prima cella si trova nel sottostrato viscoso, la risoluzione dello strato limite verrà eseguita valutando la velocità in ogni cella. Se contrariamente la prima cella si trova nello strato successivo, il solutore introdurrà un'ipotesi empirica del sottostrato viscoso, mediante l'utilizzo della cosiddetta funzione di parete.

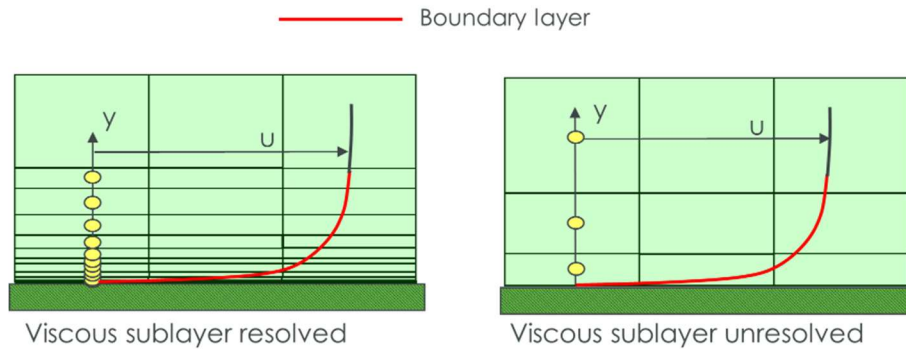


Figura 7-Andamento delle velocità nel sottostrato viscoso a seconda delle caratteristiche dei layer

In genere, quando si risolve il sottostrato viscoso, è richiesto un valore della distanza da parete pari massimo a 1, che richiederà oneri computazionali maggiori a causa della complessità e pesantezza della mesh. Per ridurre il tempo di meshing e calcolo della soluzione, si deve rinunciare alla risoluzione del sottostrato viscoso, utilizzando quindi una funzione di parete; in questo caso, è valido un valore della distanza di parete superiore a 30. Tuttavia, l'utilizzo delle funzioni di parete può causare errori di modellazione, il cui significato cambia a seconda delle condizioni del flusso.

## 3.2.Mesh

### 3.2.1. Introduzione

La fluidodinamica computazionale consiste nella risoluzione numerica di problemi di fluidodinamica tramite metodi ad elementi finiti, ovvero la soluzione viene calcolata per un numero finito di punti che costituiscono il dominio di calcolo e, successivamente, interpolata.

Per risolvere numericamente le equazioni di bilancio è quindi necessario generare una griglia di calcolo, ovvero una discretizzazione del dominio geometrico del problema di riferimento. Il processo di discretizzazione avviene tramite la generazione della cosiddetta mesh e prende il nome di meshing.

### 3.2.2. Classificazione e proprietà generali

La griglia di calcolo divide quindi il dominio in un numero finito di sottodomini, detti elementi o volumi di controllo. Si possono avere due tipologie differenti di griglie, a seconda della metodologia utilizzata per costruirle: griglie regolari (o anche dette strutturate) e griglie non strutturate.

Nel primo caso, i volumi di controllo possono essere unicamente identificati mediante una terna di indici. La semplicità di questa tipologia di griglie semplifica notevolmente la programmazione e la risoluzione, ma, allo stesso tempo, questa semplicità costituisce uno svantaggio, poiché rende più difficoltosa la generazione di griglie strutturate per geometrie complesse.

Le griglie invece non strutturate, utilizzate per geometrie anche molto complesse e nell'ambito della metodologia ad elementi finiti, necessitano di opportune ottimizzazioni sia rispetto al problema da risolvere che in merito al grado di approssimazione del modello usato.

La griglia di calcolo è composta da geometrie primitive, che costituiscono gli elementi finiti; a seconda della tipologia di dominio che si vuole discretizzare (se un dominio piano 2D oppure spaziale 3D), gli elementi possono principalmente avere forma triangolare o quadrata (per mesh 2D), che in caso di mesh 3D diventano, rispettivamente, esaedri e tetraedri (in casi meno frequenti si può ricorrere anche ad elementi poliedrici).

Ogni elemento è definito da nodi, spigoli e facce, in cui vengono definite, in ambito CFD, le più importanti proprietà del fluido, come si vedrà meglio nel paragrafo successivo. Negli ultimi anni sono stati introdotti elementi che, a parità di tipologia, presentano un numero maggiore di nodi; ciò permette un adattamento migliore della geometria dell'elemento a qualsiasi tipo di superficie da discretizzare, migliorandone la definizione e riducendo quindi i tempi di calcolo successivi.

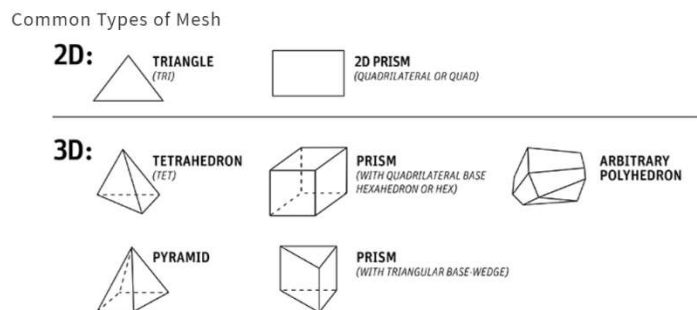
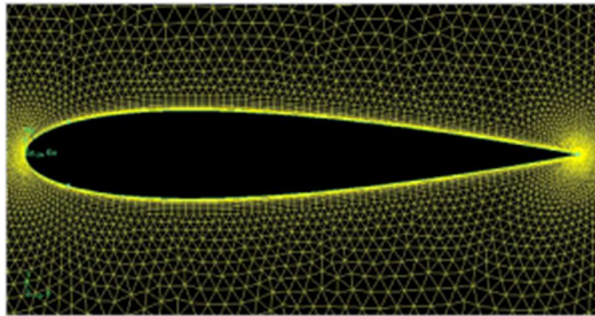


Figura 8-Tipologie di elementi finiti

Esiste una forte correlazione tra le proprietà e caratteristiche degli elementi costituenti la mesh (e la mesh stessa) e i risultati ottenibili dalle simulazioni, sia in termini di accuratezza della soluzione sia al livello di tempi e costi computazionali.

All'aumentare della densità dei punti che costituiscono la griglia di calcolo (e quindi del quantitativo di elementi finiti che compongono la mesh), cresce l'accuratezza della soluzione che è possibile ottenere, ma aumentano anche i tempi di elaborazione degli elementi.



*Figura 9-Mesh ad alta densità di un profilo alare*

In ambito CFD, la densità della griglia di calcolo rappresenta un aspetto fondamentale, poiché in zone dove sono presenti forti gradienti di velocità e pressioni, come nel caso di analisi dello strato limite del flusso, è di rilevante importanza avere un infittimento della mesh per poter catturare al meglio l'andamento.

Sicuramente, è possibile trovare un compromesso tra accuratezza richiesta e tempo di simulazione; per esempio, ove non è richiesta una precisa analisi del flusso, è possibile realizzare una mesh meno densa, in favore di tempi e potenze di calcolo minori.

### 3.2.3. Qualità della mesh (non-ortogonalità, asimmetria, Aspect Ratio)

Per ottenere quindi risultati attendibili dalle simulazioni CFD, è necessario che la qualità della griglia di calcolo sia il più elevata possibile, motivo per cui, quando si realizza una mesh, è buona norma valutare alcuni importanti indicatori sulle caratteristiche geometriche degli elementi che la costituiscono. In particolare, la nostra attenzione ricadrà sui più significativi: non-ortogonalità, skewness (asimmetria) e Aspect Ratio (AR).

Ogni elemento che costituisce la mesh avrà una forma più o meno prossima ad una geometria regolare: più ci si discosta dalla geometria ideale, peggiore sarà la qualità di quell'elemento. In

particolare, l'ortogonalità della mesh rappresenta la deviazione angolare tra il segmento che connette i centri di due celle e la normale alla faccia condivisa.

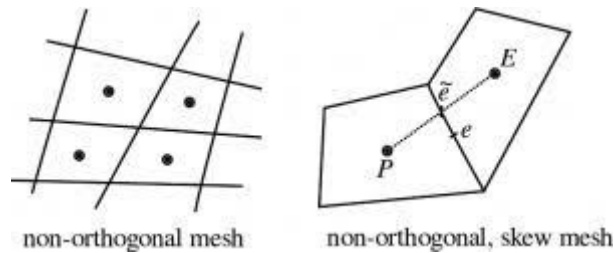


Figura 10-Non ortogonalità

Ne consegue che la non-ortogonalità di una cella è un indicatore che misura quanto l'angolo formato da due celle adiacenti si discosti dal suo valore ideale; angoli distanti dal valore ottimale incrementano esponenzialmente la difficoltà di calcolo dei gradienti delle grandezze fisiche e peggiorano la continuità della soluzione.

Poiché è fissato a zero il valore ideale di non-ortogonalità, l'intervallo ottimale di valori in cui ricadere per poter ottenere soluzioni molto precise e attendibili è al di sotto del 25. Il raggiungimento di un valore così ridotto di non-ortogonalità consente l'utilizzo di schemi risolutivi del secondo ordine, andando però ad incrementare notevolmente il tempo computazionale.

Altro parametro da valutare per una buona riuscita della mesh è l'asimmetria delle celle, generalmente indicata con il termine inglese skewness. La skewness è l'indicatore che misura quanto la geometria reale dell'elemento si discosta da quella ideale, motivo per cui più elevato è il suo valore, più ci si discosta dall'ottimale.

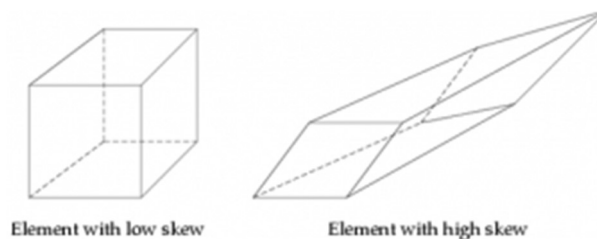


Figura 11-Skewness (asimmetria)

L'asimmetria degli elementi per le simulazioni CFD è un indicatore fondamentale, poiché le equazioni numeriche di governo delle simulazioni fluidodinamiche sono risolte con l'ipotesi che le celle siano prossime alla geometria ideale.

Come riportato di seguito, l'asimmetria viene calcolata utilizzando il metodo della deviazione angolare normalizzata, in cui per tanto si valuta il discostamento dell'angolo minimo e massimo della cella dal valore ideale. Ne segue che risultano accettabili valori di asimmetria inferiori al 0,5.

$$skewness = \max \left[ \frac{\theta_{max} - \theta_e}{180^\circ - \theta_e}; \frac{\theta_e - \theta_{min}}{\theta_e} \right]$$

Tuttavia è assolutamente lecito utilizzare mesh che presentino un numero limitato di celle con scarsa qualità, soprattutto se collocate in zone di scarso interesse fisico, andando ad ottimizzare così l'onere computazionale.

L'ultimo indicatore da tenere in considerazione per valutare la qualità della griglia di calcolo è il cosiddetto Aspect Ratio (AR), ovvero il rapporto tra la dimensione massima e minima di una cella. A differenza dei parametri sopracitati, per le simulazioni fluidodinamiche non esiste un intervallo ottimale in cui collocarsi.

Infatti, sebbene valori ridotti di Aspect Ratio contribuiscano alla stabilità della soluzione, evitando sbilanciamenti del flusso del fluido, è possibile utilizzare mesh con AR molto elevati, seppur collocati lungo la stessa direzione del flusso, ottenendo ugualmente risultati attendibili.

### **3.3. Algoritmo numerico**

#### **3.3.1. Introduzione**

Per risolvere le equazioni di Navier-Stokes e, quindi, trovare la soluzione di un problema di fluidodinamica numerica, ad oggi sono disponibili diversi codici e modelli numerici, sviluppati nel corso degli ultimi trent'anni.

Agli inizi degli anni ottanta, Patankar sviluppò una tecnica risolutiva mediante la quale le equazioni della continuità della quantità di moto e la cosiddetta equazione della pressione vengono accoppiate: da qui l'abbreviazione SIMPLE ("*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*"), usata per indicare il modello.

Questa procedura, sebbene applicata tutt'ora con grande successo ad un'ampia gamma di casistiche, presentava numerosi problemi nella convergenza, sia in termini di velocità che di quantitativo di iterazioni necessarie per la risoluzione.

Successivamente quindi, lo stesso Patankar propose una nuova versione del metodo, ricorrendo all'inserimento di una nuova equazione di pressione non corretta. Sebbene in questo modo i tempi di calcolo necessari per una singola iterazione esterna risultassero aumentati, il numero di iterazioni per la convergenza si ridusse notevolmente. Essendo una rielaborazione del metodo precedente, il nome che gli viene attribuito è SIMPLER (*"Simple-Revised"*).

### 3.3.2. Discretizzazione e risoluzione numerica delle equazioni

Abbiamo precedentemente visto come per la risoluzione numerica delle equazioni di bilancio sia necessario inizialmente una griglia di calcolo, ovvero una rappresentazione discreta del dominio geometrico sul quale il problema deve essere risolto.

Una volta realizzata la griglia di calcolo, è necessario eseguire un'operazione di discretizzazione anche nei confronti delle equazioni. Nel metodo agli elementi finiti, le equazioni differenziali sono infatti integrate sopra ciascun volume di controllo.

In particolare, le più importanti proprietà del fluido vengono definite nei punti nodali (centri dell'elemento finito) del volume di controllo, mentre le variabili relative al bilancio della quantità di moto sono assegnate nei punti lungo i bordi dei volumi di controllo della griglia di calcolo.

Poiché tra le varie equazioni di governo esistono forti relazioni a carattere non lineare, sono richieste ripetute soluzioni delle forme delle equazioni. Per risolvere il gruppo di equazioni e le variabili interdipendenti presenti tra loro, esistono diversi metodi.

La prima metodologia consiste nel risolvere sequenzialmente le equazioni discretizzate, motivo per cui il metodo è detto a soluzione sequenziale. Ciascuna equazione viene trattata come se in essa fosse presente una sola variabile incognita, mentre alle restanti si assegna la miglior stima possibile.

Ogni equazione discretizzata viene risolta in genere mediante metodi iterativi; le iterazioni che occorrono per giungere alla convergenza della singola equazione sono dette iterazioni interne. Una volta risolte sequenzialmente le varie equazioni di bilancio, sono necessarie iterazioni esterne al fine di ottenere la convergenza contemporanea dell'intero gruppo di equazioni.

Alternativamente, si può impiegare il metodo a soluzione simultanea, in cui tutte le equazioni discretizzate sono considerate parte di un grande sistema e sono risolte simultaneamente.

## 4. ANSYS per le simulazioni CFD e RBF Morph

ANSYS è un'azienda statunitense che sviluppa e commercializza software per le simulazioni ingegneristiche e progettazione 3D, sia in campo meccanico, sia fluidodinamico che in ambito elettronico. Il pacchetto ANSYS mette quindi a disposizione un insieme di programmi per poter fronteggiare ogni sorta di problema ingegneristico; per tanto, è stato scelto e ampiamente utilizzate per portare a termine il progetto di questa trattazione.

Nel capitolo seguente verranno approfonditi i programmi che sono stati utilizzati per lo svolgimento di questo progetto, ovvero Workbench, SpaceClaim, Meshing e Fluent. L'ordine di trattazione non è casuale, ma segue il flusso logico utilizzato nelle applicazioni successive.

### 4.1. Workbench

Spesso per affrontare un problema ingegneristico mediante simulazioni è necessario che più programmi si interfaccino tra di loro, motivo per cui ANSYS mette a disposizione un software in grado di far comunicare i vari ambienti di lavoro e il loro relativo contenuto. Questa piattaforma porta il nome di “Workbench”.

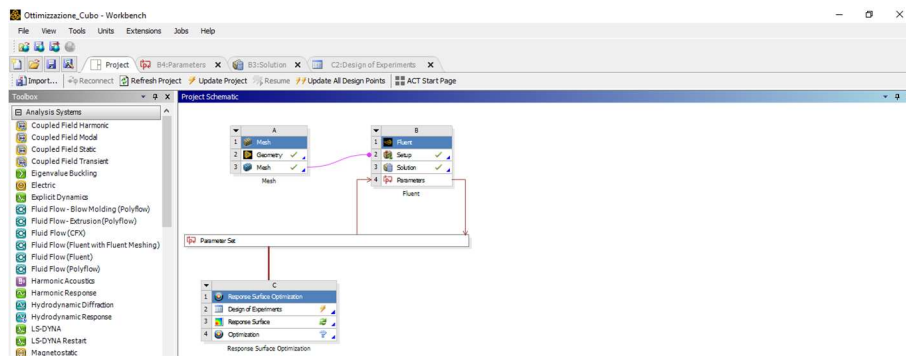


Figura 12-Flusso in Workbench per l'ottimizzazione di un cubo

Come infatti si vedrà nel corso della trattazione, Workbench è stato impiegato per poter realizzare il flusso logico della progettazione, partendo dalla geometria fino all'esecuzione dell'ottimizzazione dell'oggetto di studio. Infatti, oltre a funzionare come piattaforma per lo scambio di dati tra programmi, fornisce ulteriori strumenti ingegneristici per consentire ulteriori analisi, come l'ottimizzazione dei risultati ottenuti.



## 4.2. SpaceClaim

In qualsiasi studio si conduca in ambito ingegneristico che preveda l'utilizzo di programmi di modellazione e simulazioni, si ha la necessità di rappresentare la geometria dell'oggetto su cui si intende condurre l'analisi, motivo per cui è fondamentale l'impiego di un software di modellazione.

In tale ambito, ANSYS offre SpaceClaim, programma appunto per la modellazione e preparazione della geometria. Offre numerose funzioni per la semplificazione e preparazione di geometrie per le fasi successive di simulazioni, che altrimenti risulterebbero difficili da trattare.

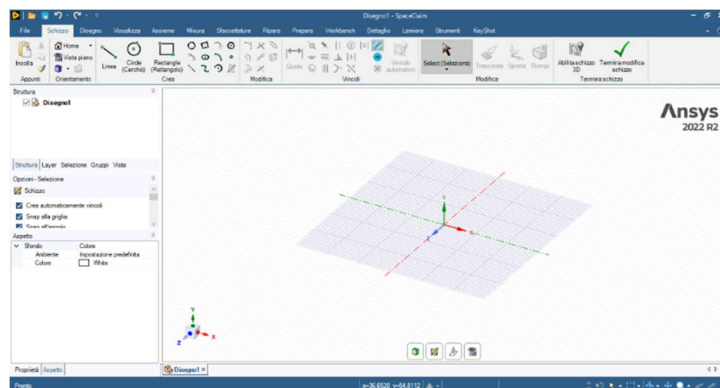


Figura 13-Schermata iniziale di SpaceClaim

Come si vedrà con le applicazioni seguenti, SpaceClaim funziona in modo molto simile ad altri software per la modellazione: per la realizzazione infatti di geometrie, è necessario definire degli schizzi che si possono poi modificare sia in ambito 2D che 3D, trasformandoli per esempio in solidi mediante funzioni di estrusione. A sinistra della schermata di visualizzazione del disegno, è presente una colonna che riporta tutto ciò che viene creato, distinguendoli per tipologia (schizzo, curve, superficie, solido, ecc.) e per denominazione.

## 4.3. Meshing

Un altro programma che è stato ampiamente utilizzato è lo strumento per la generazione della griglia di calcolo, disponibile nell'ambiente di Workbench. ANSYS Meshing offre quindi la possibilità di discretizzare la geometria, potendone valutare la qualità.

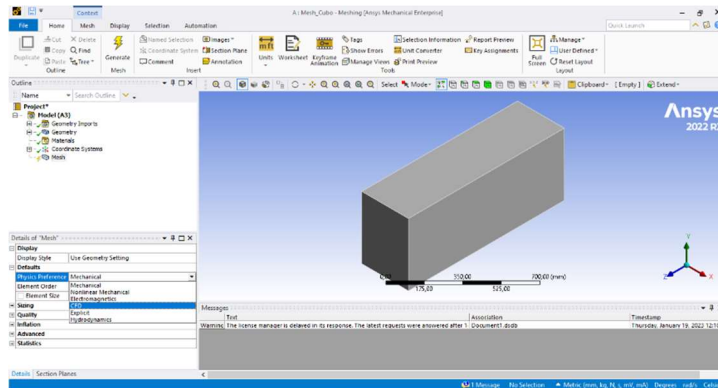


Figura 14-Schermata iniziale di ANSYS Meshing

L’algoritmo per la generazione della mesh è prestabilito, ma è possibile definire e modificare da caso in caso le impostazioni sulle caratteristiche degli elementi, mediante differenti funzioni. Inoltre, a seconda della tipologia di simulazione che si vuole eseguire nelle fasi successive, l’algoritmo per la creazione della mesh cambia al fine di realizzare una griglia di calcolo che sia il più idonea possibile per quella particolare applicazione. Nel caso in esame per tanto, dovendo compiere simulazioni in ambito fluidodinamico, le impostazioni di meshing sono state cambiate in CFD, come riportato nell’immagine precedente.

Un’operazione fondamentale da compiere durante la fase di meshing è la creazione delle cosiddette “Named Selection”, necessarie nella fase successiva per definire e classificare ogni superficie della geometria, in modo da potergli attribuire la giusta funzione matematica/fisica.

#### 4.4. Fluent

Fluent è il programma per simulazioni a carattere fluidodinamico fornito da ANSYS, basato sul metodo agli elementi finiti. L’interfaccia del software si presenta come segue:

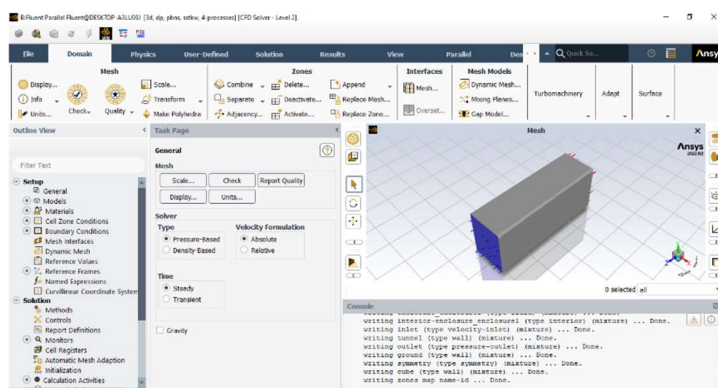


Figura 15-Schermata iniziale di Fluent

In particolare, in alto disposta orizzontalmente si trova la barra degli strumenti utilizzabili per eseguire il set up della simulazione, che si possono trovare anche nella colonna a sinistra denominata “*Outline View*”. In entrambi i casi, il posizionamento dei vari strumenti non è casuale, ma segue quello che dovrebbe essere il flusso logico per impostare la simulazione.

Come si può ben notare l’*Outline View* è suddivisa in tre zone principali, ciascuna delle quali raggruppa tutte le possibili funzioni per impostare il calcolo della simulazione e poter visualizzare i risultati che ne derivano. Nella colonna accanto, chiamata “*Task page*”, è possibile visualizzare e modificare le impostazioni che si vanno definendo.

Infine, sulla destra sono presenti l’interfaccia, per poter visualizzare la geometria con la relativa mesh importata e i grafici inerenti sia all’andamento dei residui che dei risultati finali della simulazione, e la console per vedere riga per riga tutto ciò che viene eseguito dal programma ed eventualmente inserire righe di codice aggiuntive.

#### 4.5. Ottimizzazione tramite DOE e superficie di risposta

Con la denominazione “Design of Experiment” (DOE) si intende quell’approccio statistico per l’ottimizzazione di geometrie e, più in generale, di progetti, che consente di variare simultaneamente diversi parametri, con l’obiettivo di vagliare tutte le possibili combinazioni, al fine di individuarne i valori ottimali attraverso algoritmi di ottimizzazione in fase successiva.

In uno studio DOE, i fattori di interesse vengono sistematicamente modificati all’interno di un intervallo prefissato di valori, da uno minimo ad uno massimo, realizzandone tutte le possibili combinazioni. Questo approccio consente quindi di ottenere un ampio spettro di campioni da simulare, riducendo il rischio di perdere casistiche ottimali.

The screenshot shows a software window titled "Ottimizzazione\_Cubo - Workbench" with a "Table of Outline A2: Design Points of Design of Experiments". The table contains 23 rows of data. The first row is a header with columns F through L. The following rows contain numerical values for various parameters and response values. The parameters listed in the header are: P5 - abbassamento\_retro, P6 - convergenza, P7 - spostamento\_fronte, P8 - spostamento\_retro, P9 - drag-op, P10 - lift-op, and P11 - efficiency-op. The response values are listed in the first column of the data rows.

	F	G	H	I	J	K	L
1	0,32099	1,0988	1,2593	0,17284			
2	3,1358	1,9136	3,3333	2,9988			
3	0,91358	1,5185	3,7294	1,4074			
4	2,5432	0,961728	0,12346	1,4568			
5	3,9753	1,0247	3,1358	1,8519			
6	0,37037	0,48148	2,9877	1,5556			
7	3,7284	0,85185	2,8889	3,6296			
8	0,66667	1,321	1,7531	0,37037			
9	1,2099	1,2963	3,4321	2,7901			
10	2	1,9383	1,9066	3,4321			
11	0,22222	0,37982	2,1481	1,9506			
12	1,0123	1,8889	2,8395	3,3827			
13	2,4938	0,08642	1,3086	3,9259			
14	2,9926	0,45679	3,5802	0,12346			
15	3,7778	1,3951	2	0,61728			
16	1,6543	1,7407	0,32099	3,284			
17	1,7531	0,16049	3,284	2,5383			
18	1,4074	1,6173	0,81481	3,7778			
19	2,9383	1	0,22222	1,7037			
20	2,1975	0,95062	3,2346	0,74605			
21	1,3086	1,4691	3,6296	2,7407			
22	0,61728	1,4444	1,9012	1,9012			
23							

Figura 16-Design Of Experiments (DOE) per l’ottimizzazione di un cubo

Infatti, la creazione della DOE avviene in automatico una volta fissato l'intervallo di variazione per ciascun parametro e l'algoritmo per la generazione stessa della DOE; manualmente, sarebbe praticamente impossibile riuscire a replicare una simile metodologia.

La generazione di una DOE è fondamentale per poter applicare in fase successiva gli algoritmi di ottimizzazione, ovvero per l'individuazione dell'insieme di condizioni operative delle variabili di processo definite che ne fornisca la miglior prestazione.

Esistono diverse tecniche di ottimizzazione basate sulla progettazione degli esperimenti, ma probabilmente la più diffusa in ambito ingegneristico è la metodologia delle superfici di risposta.

La “*Response Surface Methodology*” (RSM) è un insieme di tecniche matematiche e statistiche che sono utili per la modellazione e l'analisi delle applicazioni in cui la risposta è funzione di molte variabili e il cui obiettivo è l'ottimizzazione della risposta stessa.

Le equazioni che esprimono la relazione esistente tra i fattori e le risposte calcolate sono funzioni matematiche ottenute tramite i dati prodotti dalla generazione di una DOE e possono essere del primo o del secondo ordine (o di ordine più elevato), a seconda della modalità di variazione delle risposte in funzione delle modifiche dei vari parametri.

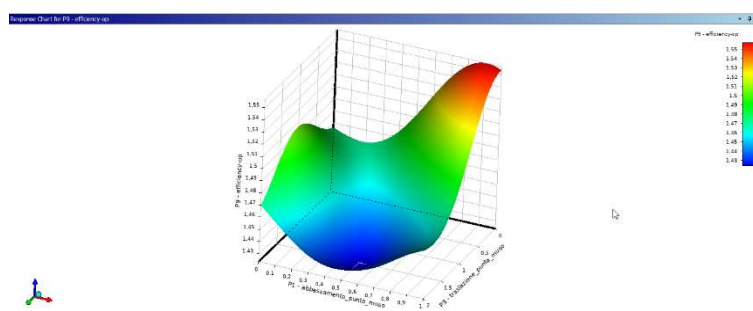


Figura 17-Esempio di superficie di risposta ottenuta per l'ottimizzazione di cubo

Poiché la forma dell'equazione che lega la risposta alle variabili indipendenti è ignota, il primo passo dell'RSM consiste nella determinazione di una opportuna approssimazione della vera relazione esistente, per poi affinarla con il procedere della realizzazione della superficie di risposta. È ovviamente del tutto improbabile che il modello sia un'approssimazione ragionevole della vera relazione su tutto il dominio delle variabili, ma è probabile che risulti applicabile per regioni limitate.

Per quanto concerne invece la ricerca del punto ottimale, quando inizialmente ci si trova in un punto lontano dall'ottimo, spesso è sufficiente l'applicazione di un sistema di approssimazione di curvatura della superficie di risposta del primo ordine; l'obiettivo infatti di questa prima fase è giungere il più rapidamente possibile nelle vicinanze dell'ottimo.

Una volta individuata la zona contenente l'ottimo, l'RMS passa ad effettuare un'analisi per localizzare il punto di ottimo, mediante l'impiego di sistemi del secondo ordine o superiore. L'obiettivo finale dell'RMS è quindi la determinazione delle coordinate operative ottime del sistema.

In conclusione quindi, i metodi di ottimizzazione basati sul DOE e sul metodo della superficie di risposta consentono di esplorare in modo continuo le risposte del sistema e indirizzare il progettista alla scelta ottimale dei parametri di progetto.

#### 4.6. RBF Morph e il concetto di mesh morphing

Il processo di ottimizzazione consente quindi di trovare una condizione di lavoro ottimale di un sistema, assegnati alcuni parametri di modifica delle condizioni operative del problema e fissato un determinato obiettivo.

Spesso in ambito ingegneristico le modifiche più significative riguardano la geometria dell'oggetto di studio; ovviamente ad una modifica di forma è correlata una modifica della griglia di calcolo. Per poter quindi eseguire un'ottimizzazione che possa tenere in considerazione le modifiche di forma, si è dovuto risolvere il problema della parametrizzazione della griglia di calcolo.

Un approccio è quello della modifica della geometria CAD e del remeshing, che però richiede molto lavoro, potenza di calcolo e non assicura una qualità della mesh ottimale se il processo viene automatizzato.

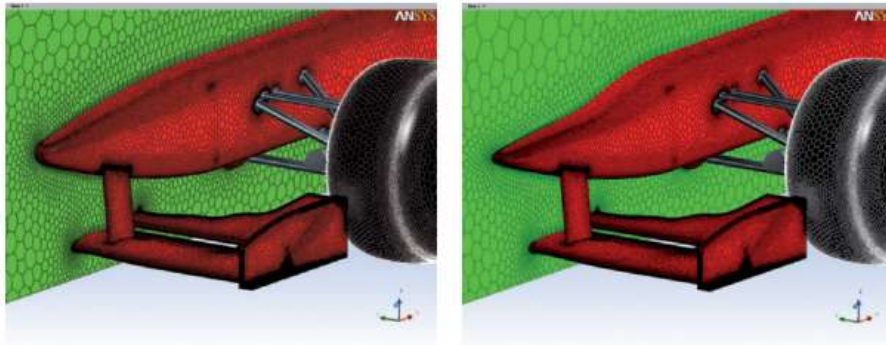
L'operazione che consente di cambiare la forma della griglia di calcolo, riposizionando soltanto le posizioni nodali e mantenendo invariata la topologia, è detta "*mesh morphing*".

Una prima tipologia di algoritmo per eseguire il mesh morphing consiste nell'utilizzo della soluzione di un problema differenziale per aggiornare la mesh di volume sulla base degli spostamenti imposti al bordo. Questa categoria consente di mantenere una qualità molto elevata e di controllare in modo molto preciso le superfici, anche se risulta difficile da implementare per casi con mesh complesse.

Alternativamente, esistono metodi basati sul "*Free Form Deforming*" (FFD) che, anziché utilizzare la mesh, si servono di una maglia di box interconnessi il cui campo di spostamento viene parametrizzato mediante specifici polinomi. Data la loro natura priva di mesh, i metodi di questa tipologia risultano semplici da implementare e gestiscono con facilità ogni tipologia di elemento anche in parallelo, perdendo però in qualità.

Per poter unire ai vantaggi di questi metodi una grande precisione, è stato quindi ideato un approccio molto promettente che consiste nell'utilizzo delle "Radial Basis Functions" (RBF), le quali consentono di controllare la griglia mediante una nuvola di punti a spostamento imposto.

Il software che utilizza l'implementazione industriale delle RBF, utilizzando una serie di punti di controllo e gli spostamenti dei nodi relativi ad essi, per il mesh morphing è RBF Morph, strumento nato in forma di addon per il solutore CFD ANSYS Fluent.



*Figura 18-Mesh Morphing eseguito sulla parte anteriore di una vettura di Formula 1 del 2011*

RBF Morph consente di definire la parametrizzazione della forma direttamente all'interno di Fluent, ovvero a valle di tutte le operazioni necessarie per la preparazione del modello, accelerando in modo sostanziale i tempi di sviluppo e ottimizzazione di un nuovo componente.

La procedura prevede la generazione di una singola griglia di calcolo che viene modificata per ottenerne una nuova, successivamente all'applicazione di modifiche di forma. In questo modo il modello CFD viene parametrizzato e quindi reso efficacemente utilizzabile in un ambiente di ottimizzazione che permetta l'automatizzazione del calcolo di geometrie diverse da quella originale.

Le variabili di forma vengono generate variando la posizione dei nodi degli elementi della mesh che definiscono le superfici delle geometrie, applicando specifiche combinazioni delle modifiche di forma di interesse. Ognuna di queste combinazioni prevede che le modifiche di forma vengano opportunamente calibrate tramite dei fattori di amplificazione che ne alterano l'entità all'interno di un intervallo di accettabilità.

Tale intervallo viene preliminarmente identificato verificando la qualità delle celle che suddividono il volume di calcolo. Il campo di deformazione RBF agisce sui nodi della griglia di calcolo consentendo di propagare le deformazioni in modo graduale per minimizzare la distorsione della mesh di volume.

Il solutore ad alte prestazioni di RBF Morph consente di gestire problemi di notevoli dimensioni in tempi molto contenuti, rendendo l'approccio fruibile per moltissime applicazioni.

## 5. Ottimizzazione Aerodinamica di un Cubo

### 5.1. Introduzione

Il primo studio che si è scelto di eseguire ha come obiettivo l'ottimizzazione aerodinamica di un cubo. La scelta dell'oggetto di studio è ricaduta su un cubo, principalmente, per la seguente ragione: essendo il primo caso di analisi, si è pensato di iniziare con un oggetto semplice, in modo da giungere gradualmente al caso più complesso dell'ottimizzazione di una vettura di Formula SAE. Inoltre, intuitivamente, l'ottimizzazione del cubo, al fine di diminuirne la resistenza all'avanzamento, dovrebbe condurre come risultato finale ad una geometria prossima a quella di un'autovettura.

### 5.2. Geometria

La prima fase dello studio prevede la creazione della geometria su cui sarà condotta l'analisi. Utilizzando gli strumenti che si hanno a disposizione nell'ambiente di SpaceClaim, si è quindi realizzato un cubo (dalle dimensioni di 100 mm per lato).

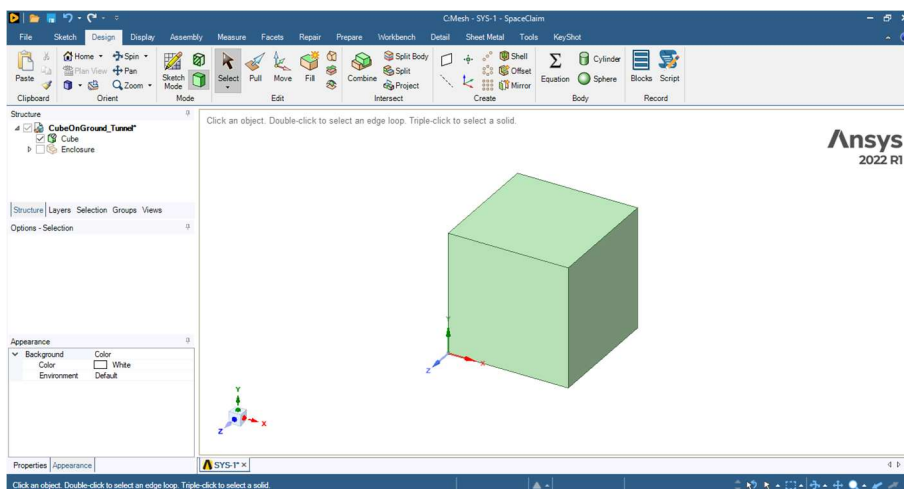


Figura 19-Geometria del cubo (lato 100 mm)

Una volta disegnato l'oggetto di studio, è stato necessario definire geometricamente il dominio di calcolo, ovvero la zona circostante il cubo, rappresentante il flusso d'aria. Il volume di fluido d'interesse è stato definito bilanciando, da una parte, l'esigenza di creare delle condizioni di contorno che non contribuissero a disturbare il flusso d'aria e, dall'altra, la necessità di definire un volume che non comportasse un eccessivo onere computazionale nelle fasi successive.



Per disegnare il volume di fluido attorno al cubo, ci si è serviti della funzione “Enclosure”, in grado di recintare, per l'appunto, l'oggetto, creando un parallelepipedo, di cui è possibile definirne le dimensioni manualmente. Il vantaggio di sfruttare questo strumento, piuttosto che realizzare un solido dalle stesse caratteristiche, sta nel poter ottenere direttamente l'impronta dell'oggetto nel volume.

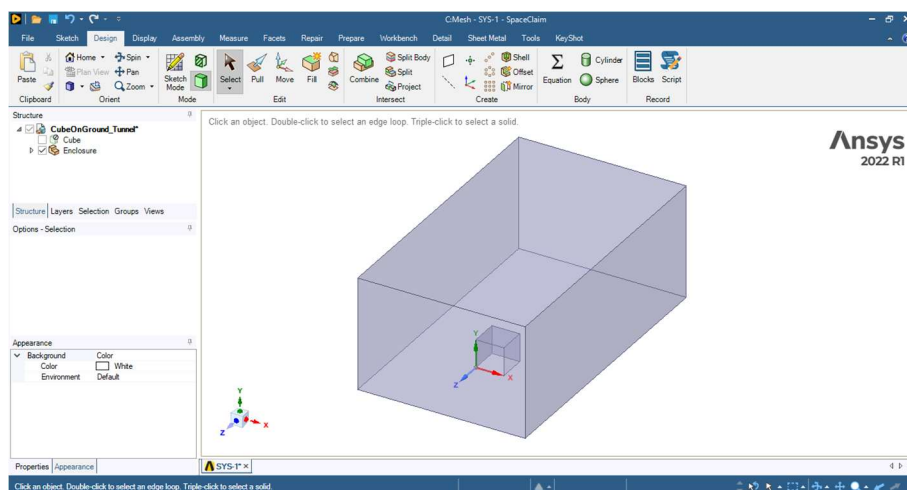


Figura 20-Enclosure del cubo

Infatti ciò che andremo a studiare e, quindi, discretizzare in fase successiva, è il fluido attorno al cubo e non il cubo stesso, il quale è stato dunque fisicamente soppresso una volta completata la geometria del dominio di calcolo.

Al fine di minimizzare la dimensione della mesh e i tempi computazionali delle fasi successive, poiché il problema è simmetrico, si è divisa la geometria lungo il piano di simmetria, eliminando una delle due metà.

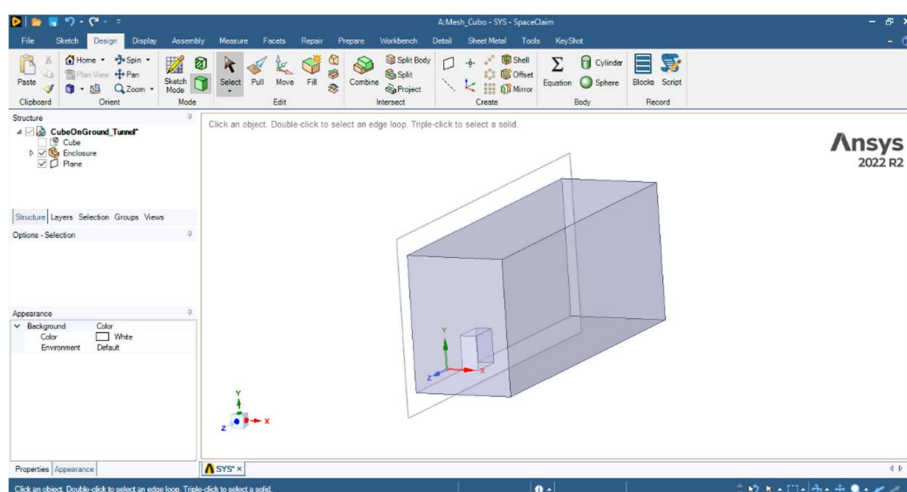


Figura 21-Enclosure divisa secondo il piano di simmetria

### 5.3. Mesh

Prima di procedere con la discretizzazione in elementi finiti della geometria, opportunamente importata nel luogo di lavoro di Meshing, sono state create le “*Named Selection*” di tutte le superfici presenti, assegnandogli una denominazione consona al ruolo che svolgeranno durante le simulazioni fluidodinamiche.

Si parla di superfici di ingresso e uscita del flusso poiché, quando si conduce una simulazione fluidodinamica, anche se è l’oggetto a muoversi nel fluido, si preferisce compiere un’inversione cinematica, assegnando il moto al fluido e non all’oggetto, come se dovessimo replicare le condizioni di un esperimento in una galleria del vento. Questa assunzione verrà utilizzata anche in seguito, quando si simulerà il moto della vettura.

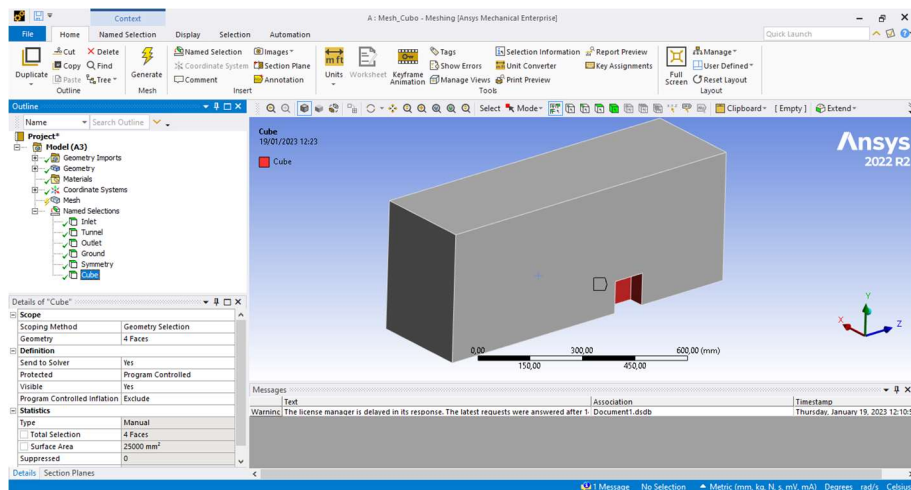


Figura 22-Named Selection del cubo

Per la realizzazione della mesh, si sono tenuti in considerazione alcuni aspetti fluidodinamici: poiché il cubo poggia sul pavimento della galleria del vento, il fluido, in prossimità soprattutto del cubo, sarà fortemente disturbato e influenzato dal pavimento stesso. Allora, in corrispondenza del pavimento e delle facce del cubo, per cogliere al meglio l’andamento del fluido, è necessario realizzare un infittimento della griglia di calcolo.

Per creare questo infittimento progressivo degli elementi, si è sfruttata la funzione “*Inflation*” assegnando la dimensione degli elementi del primo strato e il rapporto di crescita degli elementi degli strati successivi. Ovviamente, è fondamentale includere e specificare nell’operazione di meshing le superfici dell’oggetto in esame in corrispondenza delle quali si vuole applicare l’inflessione. Di seguito, sono riportate le dimensioni che sono state scelte per impostare la mesh e ciò che è stato ottenuto.

Details of "Face Meshing_cube" - Mapped Face Meshi		Details of "Inflation_cube" - Inflation		Details of "Inflation_ground" - Inflation	
<b>Scope</b>		<b>Scope</b>		<b>Scope</b>	
Scoping Method	Named Selection	Scoping Method	Geometry Selection	Scoping Method	Geometry Selection
Named Selection	cube	Geometry	1 Body	Geometry	1 Body
<b>Definition</b>		<b>Definition</b>		<b>Definition</b>	
Suppressed	No	Suppressed	No	Suppressed	No
Mapped Mesh	Yes	Boundary Scoping Method	Named Selections	Boundary Scoping Method	Geometry Selection
Constrain Boundary	No	Boundary	cube	Boundary	1 Face
<b>Advanced</b>		Inflation Option	First Layer Thickness	Inflation Option	First Layer Thickness
Specified Sides	No Selection	<input type="checkbox"/> First Layer Height	1, mm	<input type="checkbox"/> First Layer Height	1, mm
Specified Corners	No Selection	<input type="checkbox"/> Maximum Layers	5	<input type="checkbox"/> Maximum Layers	5
Specified Ends	No Selection	<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2	<input type="checkbox"/> Growth Rate	1,2
		Inflation Algorithm	Pre	Inflation Algorithm	Pre

Figura 23-Face Meshing del cubo; Figura 24-Inflation del cubo; Figura 25-Inflation del ground

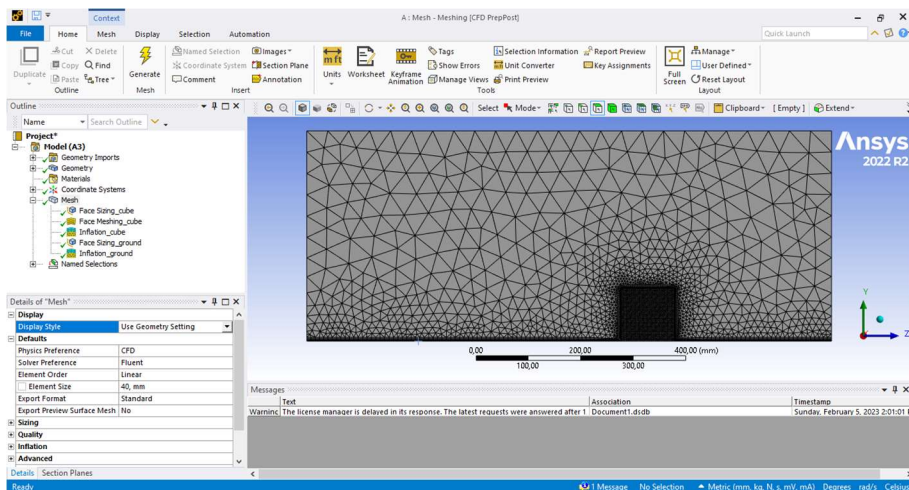


Figura 26-Mesh completata

Come trattato precedentemente, è necessario controllare che la qualità della mesh sia accettabile. Ovviamente, nelle zone ove si sono realizzati gli infittimenti, la qualità della mesh risulta non ottimale, in quanto gli elementi risultano fortemente deformati; ciò non costituisce un problema poiché, se non si vuole appesantire troppo la dimensione della mesh, quegli elementi presenteranno l'altezza più piccola rispetto alle altre dimensioni.

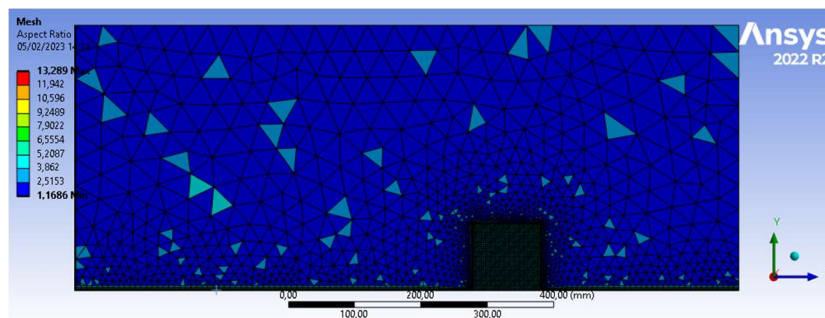


Figura 27-Aspect Ratio degli elementi della mesh del cubo

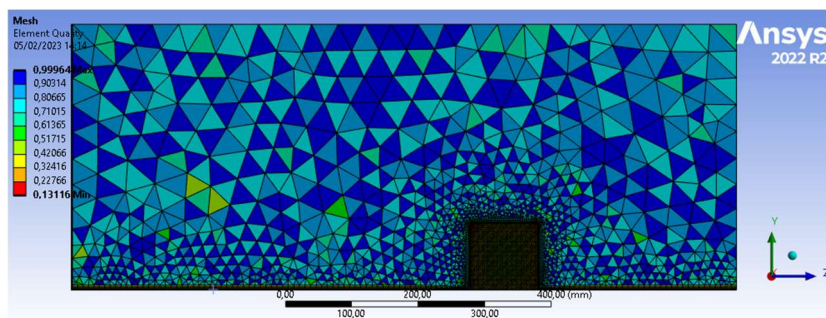


Figura 28-Qualità degli elementi della mesh del cubo

#### 5.4. Simulazione fluidodinamica (calcolo dei coefficienti aerodinamici)

**Osservazione:** Prima di procedere con le impostazioni del prossimo luogo di lavoro (Fluent) e della simulazione fluidodinamica, è stato necessario eseguire un aggiornamento della mesh, per poterla trasferire correttamente dentro Fluent.

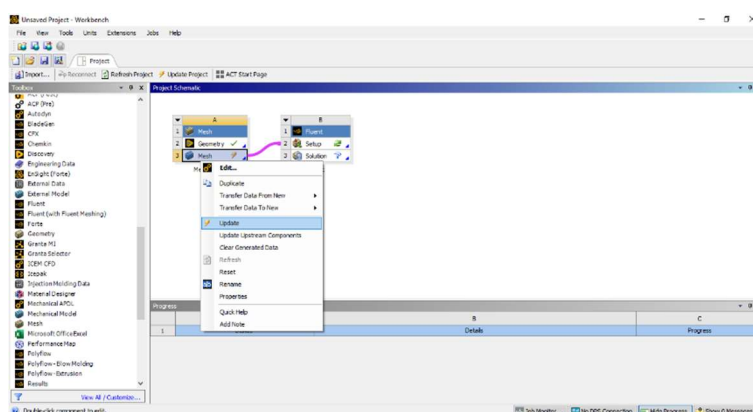


Figura 29-Update mesh in Workbench

Aperto Fluent, l'interfaccia mostra la geometria caricata e la console sottostante riporta riga per riga ciò che è stato caricato e il percorso di dove verranno salvati i file delle simulazioni successive.

Prima di procedere con l'impostazione di tutti i parametri necessari affinché la simulazione avvenga correttamente, è fondamentale controllare la qualità della mesh; il programma, grazie infatti alle funzioni di controllo e stima della qualità della mesh, è in grado di rilevare eventuali anomalie e/o errori, che potrebbero causare problemi durante il calcolo della simulazione.

Una volta verificata la bontà della mesh, si procede andando a definire le condizioni al contorno, assegnando a ciascuna “*Named Selection*”, precedentemente definita durante la creazione della mesh, una funzione che possa matematicamente definirla per la simulazione.

Le superfici da definire, in realtà, sono solo le sezioni in ingresso e di uscita del flusso d’aria, poiché tutte le altre vengono definite automaticamente dal programma, con l’accortezza di controllare che le funzioni siano state correttamente attribuite.

Tutte le superfici vengono quindi di default settate come delle pareti fisse, su cui il fluido tende a non scivolare (condizione “*no slip*”). Se si vuole attribuire un moto ad una parete, è sufficiente cambiare le impostazioni da “*stationary wall*” a “*moving wall*”, specificando la velocità e direzione del moto della superficie; nel nostro caso, ciò è stato fatto nei confronti del pavimento, per simulare la condizione di moto relativo rispetto al cubo.

Per la sezione di ingresso, si è scelto di assegnare la velocità del flusso. La velocità dell’aria associata alla sezione di ingresso sarà pari a quella a cui ipotizziamo si muovi il cubo nella realtà (in quanto, come precedentemente ipotizzato, durante le simulazioni il cubo resterà fermo e sarà il flusso circostante a muoversi). In questo caso, la velocità è stata fissata ad un valore costante pari a 20 m/s.

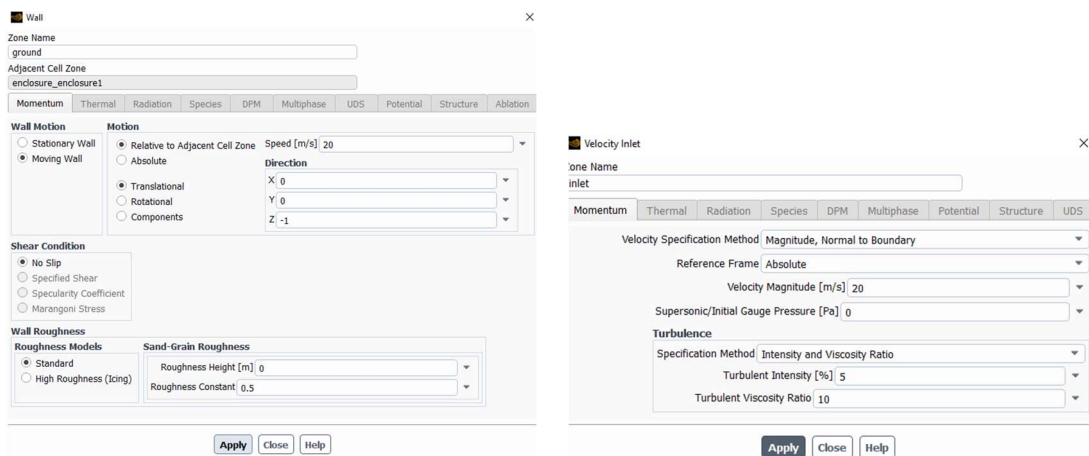


Figura 30- Impostazioni moto del ground; Figura 31- Impostazioni velocità della sezione di ingresso del flusso

Per la sezione di uscita, invece, si è scelto di assegnare la pressione. Come valore di riferimento, al fine di garantire le condizioni al contorno minime per la risoluzione delle equazioni della fluidodinamica da parte del software, si è fissato un valore nullo. Questo valore, ovviamente, ha solo un significato matematico (infatti, se ipotizziamo che il cubo si stia muovendo su una strada al livello del mare, la pressione reale non sarà nulla, ma sarà pari a quella atmosferica).

**Nota:** In genere, anche la sezione di uscita è automaticamente definita dal software, ma è sempre buona norma controllare che sia tutto correttamente definito e confermare.

Nel passo successivo, è stato necessario scegliere il modello matematico di turbolenza che si intende utilizzare per la schematizzazione del fluido e per la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes. Con riferimento a quanto spiegato nella sezione precedente sulla modellazione della turbolenza, si è scelto di utilizzare un modello a due equazioni, ovvero k-omega SST.

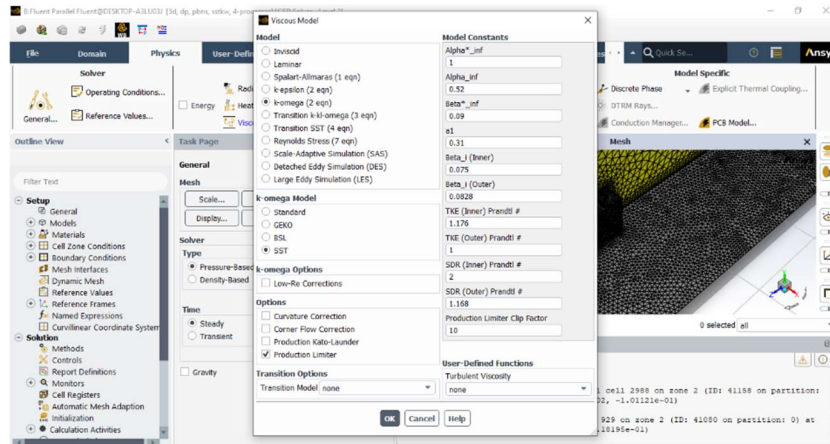


Figura 32-Modello di turbolenza (k-omega SST)

Ciò che si vuole ottenere dalla simulazione, è il valore dei coefficienti aerodinamici del cubo, per valutarne l'efficienza aerodinamica, motivo per cui è necessario definire i parametri che si vogliono calcolare. Inserendo quindi dei report, è possibile specificare ciò che si vuole calcolare, rispetto quale direzione e su quale superficie dell'oggetto valutarlo. Attivando le spunte in basso a sinistra, è possibile visualizzare sia il grafico che il valore della grandezza all'avanzare della simulazione.

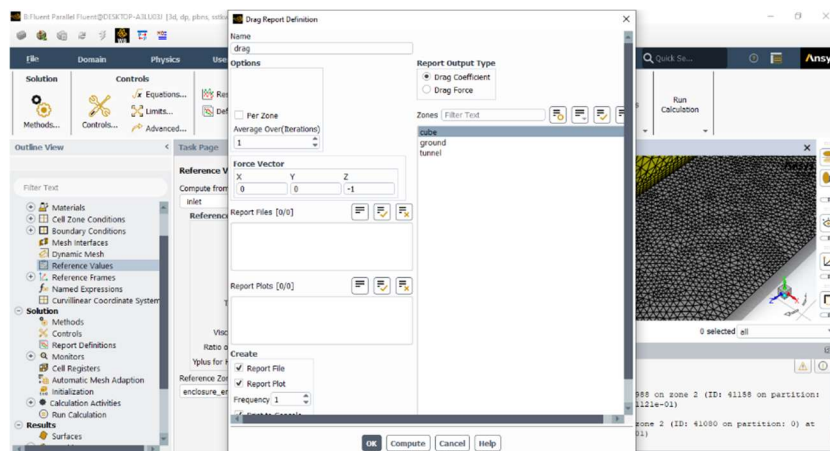


Figura 33-Report del coefficiente di drag

Per far sì che il calcolo dei coefficienti aerodinamici sia corretto, è necessario specificare la superficie dell'oggetto da prendere come riferimento durante la simulazione. Ciò lo si imposta mediante la funzione “*Reference Value*”, in cui, oltre a definire le dimensioni della superficie, è necessario specificare qual è la sezione dalla quale si vuole iniziare il calcolo e il volume di definizione del fluido. Nel nostro caso, si è definita la superficie frontale del cubo come quella di riferimento, motivo per cui la sezione di inizio calcolo corrisponde a quella di ingresso.

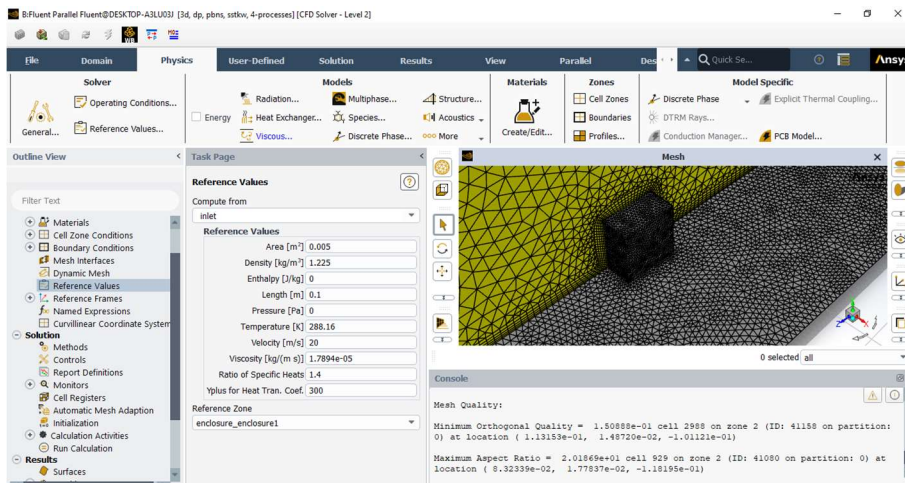


Figura 34-Reference Value

Prima di procedere con l'avvio della simulazione, è bene scegliere e specificare il metodo di inizializzazione che si vuole adottare: per questa simulazione, si è optato per una metodologia standard, in cui è necessario definire la sezione dalla quale si vuole iniziare il calcolo computazionale, che, nel caso in esame, è la sezione d'ingresso del flusso.

Inizializzata la simulazione, è infine necessario specificare il numero di iterazioni che si vogliono compiere per arrivare alla soluzione. Spesso il numero di iterazioni scelte potrebbe essere non sufficiente per far arrivare il calcolo a convergenza. Quando invece il calcolo riesce a giungere a convergenza prima del numero di iterazioni fissato, il programma arresterà il calcolo autonomamente.

Di seguito, sono stati riportati i grafici dei valori dei residui e del valore coefficiente di resistenza aerodinamica e di deportanza, iterazione dopo iterazione. Si può notare come il valore dei residui tende a diminuire sensibilmente al procedere della simulazione: ciò sta a significare, non solo un'ottima continuità della mesh realizzata, ma anche che la simulazione è giunta a convergenza, entro i valori di approssimazione prefissati.

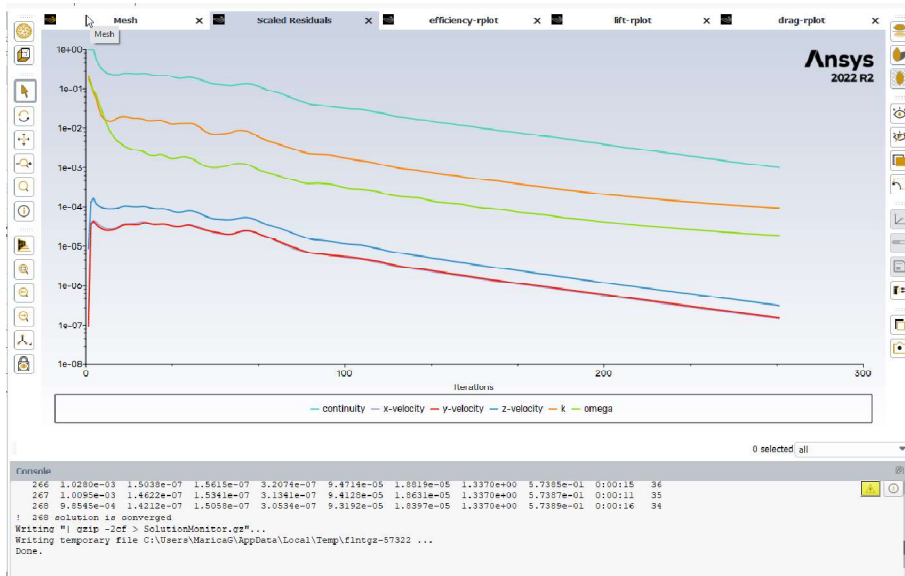


Figura 35-Andamento residui

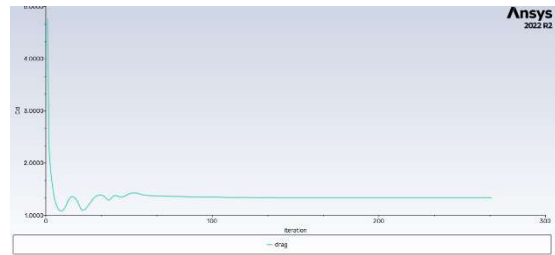
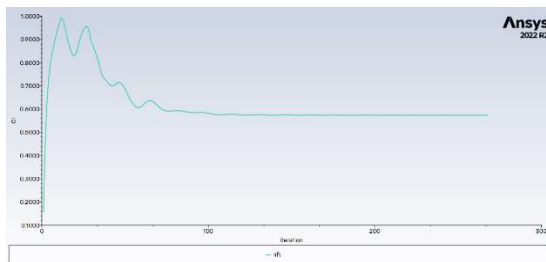


Figura 36-Andamento coefficiente di lift; Figura 37-Andamento coefficiente di drag

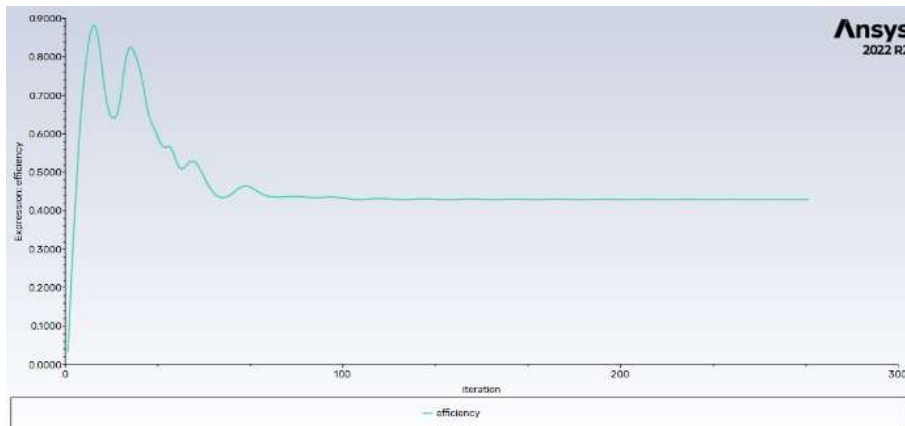


Figura 38-Andamento efficienza

Inoltre, il coefficiente di resistenza aerodinamica ottenuto, è coerente con quanto riportato su diversi manuali di fluidodinamica, che hanno ottenuto codesto coefficiente empiricamente: ciò non fa altro che confermare e validare la simulazione appena eseguita. (vero per la simulazione con cubo lontano dal pavimento, ma simile anche nel caso con cubo posto a terra).



Inoltre, si può valutare graficamente il valore della coordinata  $y^+$  che, in prossimità delle pareti di interesse ove sono stati creati gli infittimenti, si trova al di sotto dell'unità. Come trattato precedentemente infatti, poiché il modello di turbolenza adottato è il k-omega SST, per ottenere risultati accurati la distanza di parete deve tenersi almeno al di sotto di cinque (tanto meglio se inferiore all'unità).

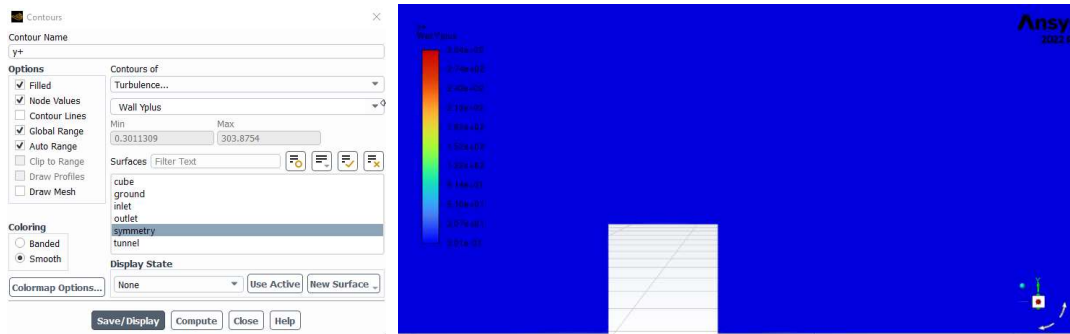


Figura 39-Valori  $y^+$  sul piano di simmetria; Figura 40-Andamento dell' $y^+$  sul piano di simmetria

Di seguito vengono riportati sia l'andamento della velocità che delle pressioni, fissati alcuni piani nella geometria. Interessante notare l'esistenza di vortici di turbolenza soprattutto nella zona posteriore al cubo, che costituiscono un fattore di aumento della resistenza all'avanzamento. In particolare, si può ben notare andando a graficare l'andamento della velocità mediante la notazione di vettori, come, immediatamente dopo l'impatto del flusso con la superficie frontale del cubo, il flusso tende a distaccarsi bruscamente, comportando sia una scarsa risultante della deportanza sia un aumento della resistenza aerodinamica.

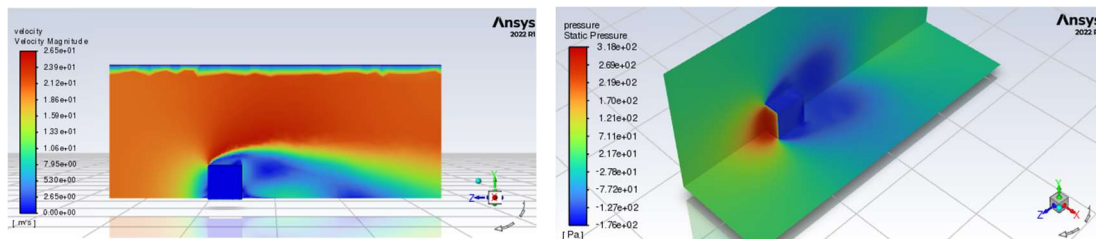


Figura 41-Andamento delle velocità; Figura 42-Andamento delle pressioni

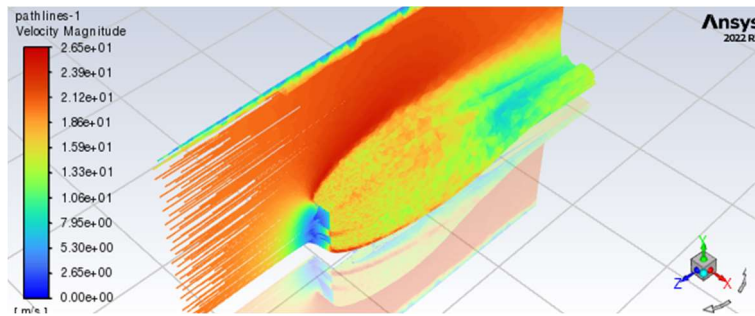


Figura 43-Andamento delle linee di flusso attorno al cubo

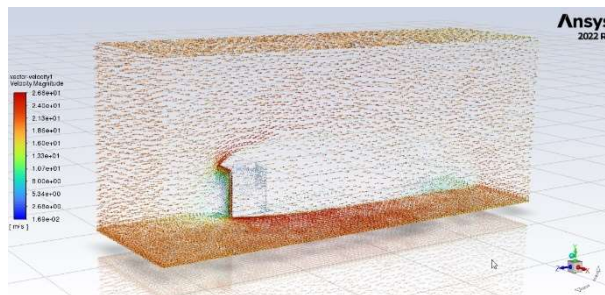


Figura 44-Andamento delle velocità mediante vettori

### 5.5. Preparazione file RBF Morph per l'ottimizzazione

Prima di procedere con l'impostazione di Fluent per eseguire l'ottimizzazione del cubo, è necessario creare i file RBF Morph per la modifica di forma della geometria e mesh della configurazione iniziale del cubo. Le modifiche di forma sono state scelte con l'obiettivo di migliorare le prestazioni aerodinamiche dell'oggetto.

Come prima modifica di forma, si è scelto di lavorare la faccia frontale del cubo, al fine di migliorarne la resistenza all'avanzamento; in particolare, si è pensato di renderla più smussata per consentire un migliore attaccamento del fluido alle pareti, ritardando la separazione dello strato limite.

Per creare questo arrotondamento frontale, ci si è serviti della funzione di "Encaps", la quale consente di definire una nuvola di punti di geometria cilindrica, sferica o parallelepipeda (a seconda della modifica di forma che si vuole ottenere), a cui può essere impresso un moto di traslazione e/o rotazione. Tutto ciò della geometria del cubo che viene intercettato dalla nuvola di punti, subirà la variazione di forma corrispondente.

In questo caso, si è definita una “moving encaps” di forma cilindrica, a cui è stata assegnata un moto di traslazione nella direzione ortogonale alla superficie frontale da modificare, con dimensioni e specifiche di risoluzione pari a quelle riportate nella figura sottostante.

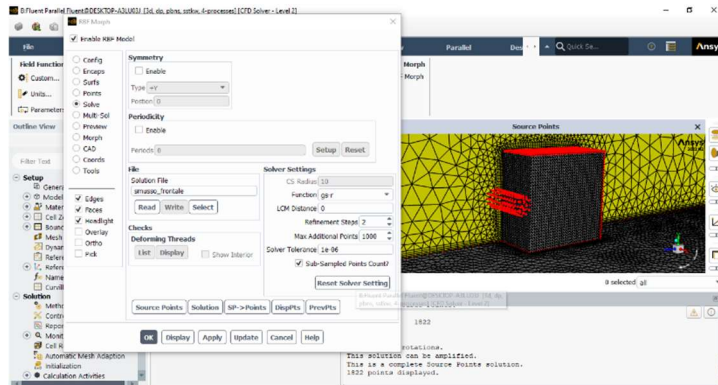


Figura 45-Source Points dello smusso frontale (prima dell'applicazione degli spostamenti imposti)

Tutte le altre superfici del cubo di cui non si voleva modificare la forma, sono state definite e rese fisse nella fase successiva; in questo modo, l'unica superficie che risentirà del moto del cilindro sopra creato sarà quella frontale.

Risolvendo tutti i punti definiti, la soluzione che si è ottenuta è riportata nella figura sottostante e può essere amplificata. Come si è visto precedentemente, RBF Morph opera una modifica della mesh della configurazione iniziale, motivo per cui è fondamentale verificare che la nuova configurazione, derivante dalla soluzione ottenuta, presenti una mesh accettabile.

Utilizzando quindi lo strumento di “Morphing”, è stato possibile valutare la qualità della mesh della nuova geometria, fissato un certo coefficiente di amplificazione. Da notare come, per un coefficiente di amplificazione pari a 2, la qualità della mesh risente molto della modifica; un'ulteriore amplificazione della soluzione potrebbe addirittura generare volumi negativi, che renderebbero la mesh inutilizzabile per le simulazioni CFD.

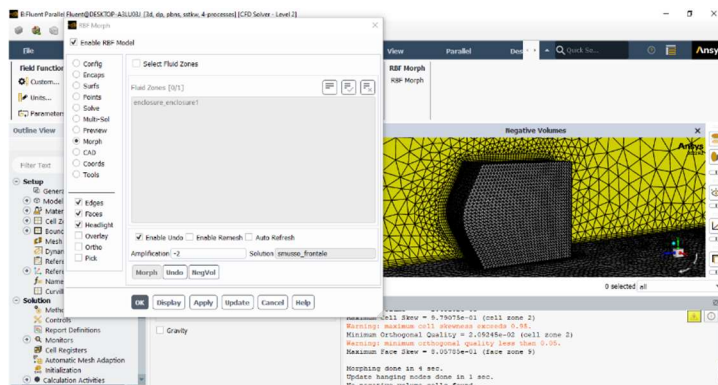


Figura 46-Verifica della mesh scaturita dalla modifica di forma (con coefficiente di amplificazione pari a -2)

Analogamente a quanto riportato finora, sono stati generati gli altri set up di morphing per modificare sia la superficie superiore che quella posteriore, sempre cercando di creare una condizione favorevole al flusso. Di seguito vengono riportate le impostazioni di entrambi i file con le corrispondenti modifiche di geometria e mesh ottenute.

Oltre a modificare la geometria delle superfici, è stato deciso di valutare l'influenza, sulle prestazioni aerodinamiche, di un eventuale spostamento, in direzione ortogonale rispetto al suolo, dei bordi superiori della superficie frontale e posteriore.

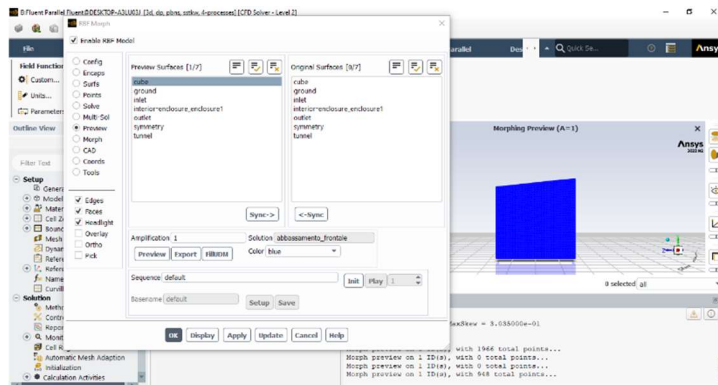


Figura 47-Geometria e mesh del cubo a seguito dell'abbassamento frontale

È infatti lecito pensare che un abbassamento del bordo superiore della superficie frontale del cubo, riducendone l'area, possa comportare un decremento della resistenza aerodinamica; ciò a giustificare la scelta di operare queste modifiche di forma.

Per imporre il seguente spostamento, si sono definite e fissate tutte le superfici che, come nel caso precedente, non si voleva venissero coinvolte nel processo di morphing. Invece, al bordo da modificare (rispettivamente, nelle immagini sottostanti, a sinistra il bordo della faccia frontale e a destra quello della faccia posteriore) è stata applicata una traslazione lungo la verticale.

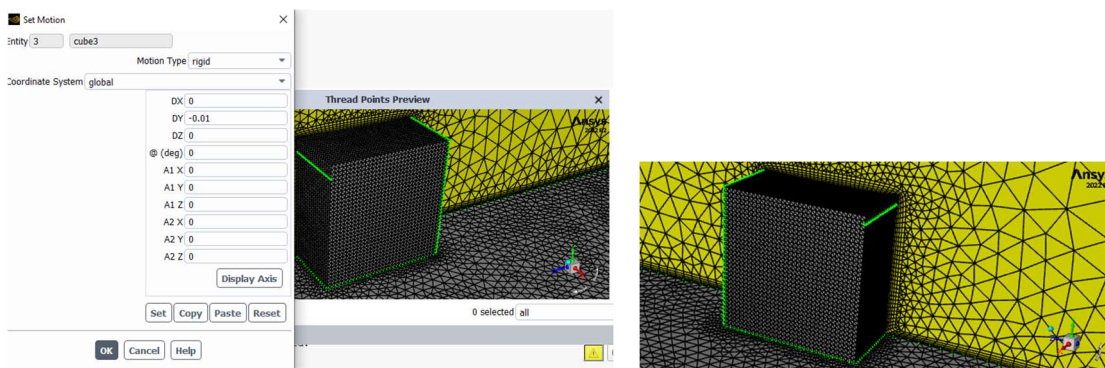


Figura 48-Valore imposto dell'abbassamento frontale; Figura 49-Abbassamento del posteriore

Per cercare una diminuzione della sezione frontale al fine di ridurne la resistenza all'avanzamento, è stato scelto di valutare anche l'influenza di una convergenza del cubo dalla sezione posteriore a quella frontale.

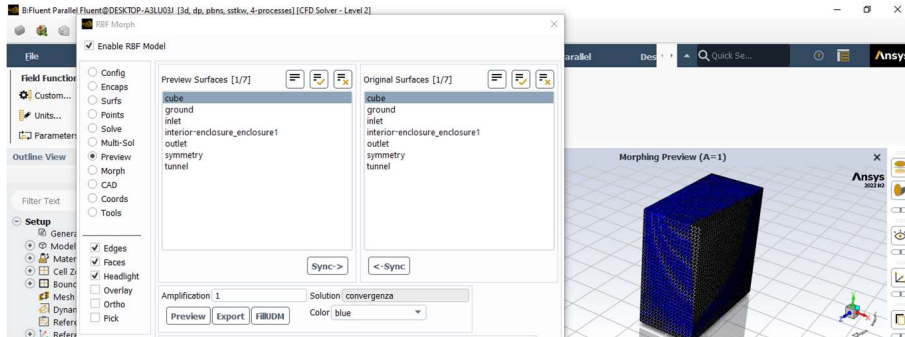


Figura 50-Geometria e mesh prima e dopo la modifica di forma di convergenza a confronto

Un altro aspetto che potrebbe conferire una forma più aerodinamica al cubo, se valutato complessivamente insieme alle modifiche, è uno spostamento in avanti della superficie frontale. Anche per questa modifica vengono riportate impostazioni e configurazione ottenuta a seguito del processo di morphing.

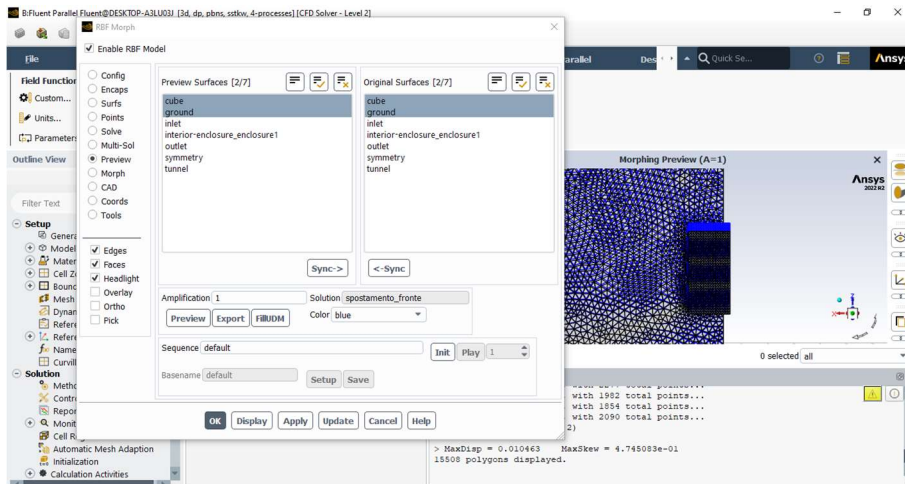


Figura 51-Traslazione della superficie frontale del cubo

## 5.6. Ottimizzazione (DOE e superficie di risposta)

Una volta realizzati i file per le modifiche di forma che si vogliono attuare per valutarne l'influenza sulle prestazioni aerodinamiche e trarne una configurazione ottimale, è necessario passare all'impostazione di Fluent per la fase successiva, ovvero la creazione di una tabella DOE.

Alcune impostazioni della simulazione sono analoghe a quelle settate in precedenza per il calcolo dell'efficienza, come il controllo preliminare della qualità della mesh, il modello di turbolenza, il materiale e le condizioni al contorno.

Ciò che differisce dalle impostazioni precedenti, è l'inserimento di parametri, sia in ingresso che in uscita. Infatti, poiché si vuole valutare l'influenza delle modifiche di forma sull'efficienza aerodinamica del cubo, i file di morphing sono stati parametrizzati e presi in input, mentre coefficiente di lift, di drag e il loro rapporto sono stati definiti come parametri di output. In questo modo è possibile variare il coefficiente di amplificazione dei file di forma direttamente da Workbench, senza la necessità di riaprire ogni volta Fluent per cambiarne il valore, potendo poi visualizzare direttamente il valore dell'efficienza che scaturisce da quella modifica.

Dal luogo per la generazione di parametri di input, è possibile parametrizzare, come Schema UDF, di tutti i file delle modifiche di forma creati in precedenza.

Invece, per creare i parametri di output, sempre da "parameters", è possibile definire ciò che si vuole calcolare, selezionando l'opzione in basso a sinistra di creazione come parametro di output. In questo caso, sono stati creati i parametri per valutare rispettivamente il coefficiente di drag, di lift e l'efficienza, quest'ultima inserendo il rapporto tra i due coefficienti in un'espressione.



Figura 52-Parametri in ingresso e in uscita

Una volta definiti i parametri, per facilitare e garantire la convergenza della soluzione, come nella simulazione precedente, è bene definire la *reference value*, ponendo però l'attenzione su un aspetto fondamentale per una buona riuscita dell'ottimizzazione.

Come già spiegato in precedenza, per il nostro caso, si è scelto di fissare, come superficie di riferimento, l'area frontale del cubo, o meglio quella responsabile della creazione della forza di resistenza all'avanzamento. È quindi evidente che, nel momento in cui si vanno ad attuare le modifiche di forma, l'area proiettata lungo la direzione del flusso, responsabile del drag, sarà

diversa dal caso indeformato. Se quindi si lasciasse invariata l'area, si otterrebbero valori del coefficiente di drag (e conseguentemente di lift) non veritieri.

Per poter quindi inserire automaticamente il valore corretto dell'area della superficie di riferimento, poiché non è stato possibile parametrizzare l'area proiettata (esiste infatti una funzione in Fluent che consente di calcolare l'area dell'oggetto proiettata secondo una direzione fissata, ma non è possibile usarla come parametro), si è ricorso alla realizzazione di uno script, che permette di aggiornare l'area nella *reference value* in automatico.

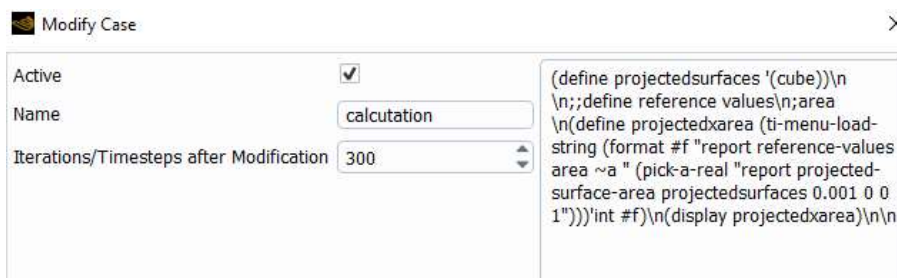


Figura 53-Script per calcolare il valore dell'area responsabile della resistenza all'avanzamento

Questo script, per essere utilizzato automaticamente dal programma, va inserito nelle impostazioni per l'inizializzazione e fasi successive di modifica dell'oggetto e del settaggio della simulazione. Infatti, una volta parametrizzati i file RBF Morph, è stato necessario realizzare uno script per consentire al programma di prendere in ingresso questi file e utilizzarli, secondo il valore fissato, per attuare le modifiche di forme corrispondenti.

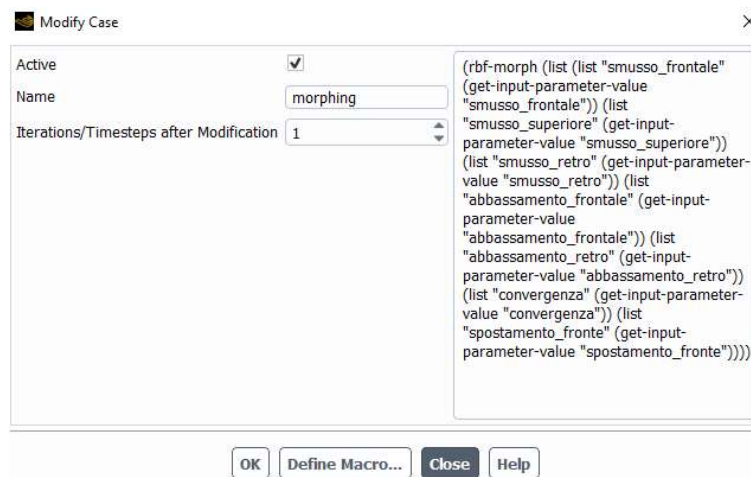


Figura 54-Script per il morphing della geometria e della mesh

La seguente linea di codice è stata inserita nelle impostazioni per il calcolo (“*Calculation Activities*”), inizialmente salvata come operazione di pre-inizializzazione, in modo tale da assicurare che le modifiche di forma avvenissero precedentemente all'inizializzazione e al calcolo

stesso. Analogamente, anche lo script per l'aggiornamento della *Reference Value* è stato inserito nelle "Calculation Activities", stavolta come operazione successiva. A causa di quest'ordine, il numero di iterazioni correlate a ciascuna modifica delle impostazioni del calcolo sono state scelte pari ad 1 per le modifiche di forma e pari al numero delle iterazioni necessarie per la convergenza del problema per la seconda attività.

Terminata l'impostazione della simulazione, è bene verificare che funzioni tutto correttamente, iniziando e controllando l'andamento dei residui e della simulazione. A fine calcolo, da Workbench è possibile trovare i valori finali di tutti i parametri in output che si erano definiti e visualizzare i grafici corrispondenti l'andamento della simulazione.

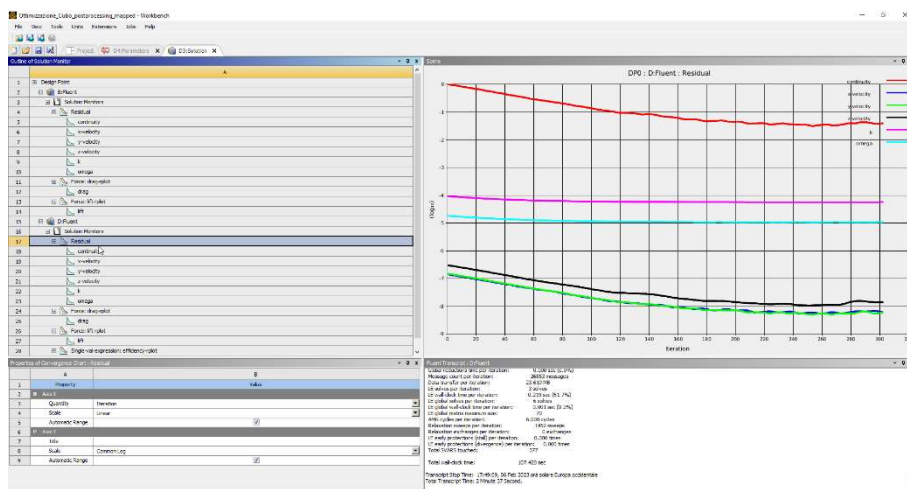


Figura 55-Andamento residui partendo dalla condizione di convergenza della baseline

Prima però di procedere con la creazione della DOE e con la fase di ottimizzazione, è stata effettuata una modifica delle impostazioni, per poter rendere il calcolo più rapido nelle fasi successive e in una condizione iniziale di convergenza. La geometria indeformata è stata studiata, salvandone il risultato in convergenza. Tale risultato è quindi stato importato per ogni simulazione successiva come inizializzazione del calcolo, riducendo il numero di iterazioni necessarie per il raggiungimento della convergenza.

In questo modo però, è stato necessario cambiare l'ordine delle modifiche nelle *Calculation Activities*. Infatti, poiché il risultato di convergenza può essere solo settato come inizializzazione, l'operazione di pre-inizializzazione è stata disattivata e le altre sono state definite come modifiche successive, sempre però mantenendo l'ordine precedente (prima morphing e poi aggiornamento dell'area con i calcoli correlati).



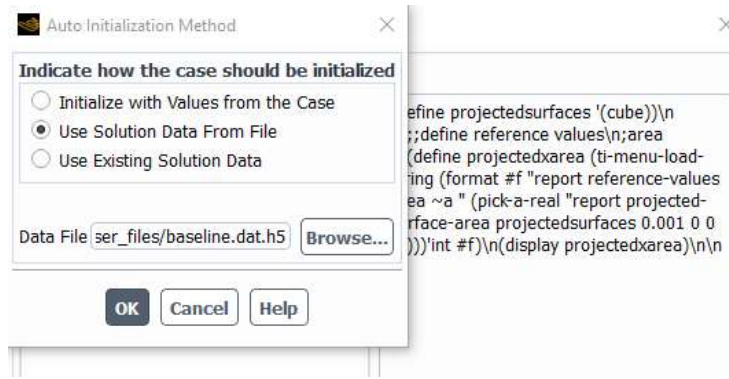


Figura 56- Impostazioni dell'inizializzazione utilizzando la soluzione della baseline

Eseguita una simulazione di verifica delle nuove impostazioni, è possibile tornare in Fluent per diminuire il numero di iterazioni (100 iterazioni), operazione possibile proprio grazie alla condizione di convergenza di partenza che è stata impostata.

Una volta terminata la fase di impostazione di Fluent, si è passati alla creazione della DOE, che come visto nel capitolo precedente, è lo strumento grazie al quale è possibile valutare tutte le possibili combinazioni dei parametri di ingresso per trovare, nelle fasi successive, la soluzione ottimale sulla base dell'obiettivo che ci si è prefissati.

Inserendo per ogni parametro di ingresso l'intervallo in cui far variare il suo valore; ogni intervallo è stato scelto valutando la condizione massima per cui la mesh risultasse ancora di una qualità accettabile. Scelto l'algoritmo di generazione e risoluzione della DOE, è stato possibile visionarne l'anteprima. Ad aggiornamento e calcoli eseguiti, l'aspetto della DOE è come segue.

Table of Outline A2: Design Points of Design of Experiments												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	Name	P11-smusso_forside	P12-smusso_superiore	P13-smusso_retro	P14-abbassamento_forside	P15-abbassamento_retro	P16-convergenza	P17-piastinamento_forno	P18-angolo	P19-altezza	P20-efficienza_cp	
2	DP 128	-1,06	1,32	-1,82	2,92	0,32	0,79	3,02	0,64679	0,78347	1,2113	
3	2 DP 179	1,1	-0,5	-1,38	-0,28	2,2	0,09	1,54	1,503	0,56304	0,37462	
4	3 DP 130	-0,86	-0,38	0,3	-1,16	-3,48	1,61	0,14	0,95523	0,52903	0,53382	
5	4 DP 149	-0,1	1,82	-0,78	2,44	3,32	0,61	1,26	1,8014	0,81381	0,81284	
6	5 DP 137	-0,58	-0,66	0,42	0,44	3,8	0,01	1,22	1,2992	0,69608	0,53577	
7	6 DP 189	1,54	-0,22	1,46	0,76	-2,6	1,87	2,42	0,75922	0,49789	0,65579	
8	7 DP 128	-0,94	0,46	0,94	2,76	2,44	1,95	2,5	0,61032	0,82018	1,197	
9	8 DP 163	0,46	-1,18	-0,7	-0,38	2,92	0,71	3,38	1,5146	0,73988	0,39293	
10	9 DP 168	-1,74	0,94	-0,5	1,24	-1,88	1,69	3,42	0,85221	0,58851	1,0557	
11	10 DP 172	0,82	-1,34	0,02	3,64	-3,08	0,65	1,14	0,84261	0,49225	0,63219	
12	11 DP 127	-0,98	-1,5	-1,18	-0,04	-0,52	1,21	3,74	0,77717	0,77865	1,0019	
13	12 DP 110	-1,66	0,34	1,5	-1	3,56	1,25	1,38	1,1549	0,72556	0,62824	
14	13 DP 182	-1,88	-0,62	1,18	-0,84	-0,2	0,77	0,22	1,8879	0,62428	0,57386	
15	14 DP 187	0,22	-1,22	0,46	2,52	3,64	1,19	0,42	0,78933	0,6682	0,85117	
16	15 DP 121	-1,22	0,5	-1,58	-3,88	1,88	1,27	1,74	1,3174	0,59583	0,49228	
17	16 DP 181	1,18	1,7	0,66	1,16	2,32	1,53	0,7	1,6943	0,63721	0,61793	
18	17 DP 177	1,02	-0,98	1,02	-0,12	0,36	1,51	3,94	1,8998	0,83372	0,51862	
19	18 DP 136	-0,62	1,18	1,9	0,6	-0,26	1,43	1,58	1,2861	0,57717	0,47853	
20	19 DP 112	-1,58	0,38	-0,8	3	1,96	1,47	0,62	0,57947	0,72126	1,2578	
21	20 DP 189	-1,86	1,14	-0,94	-0,52	1,4	0,27	0,98	1,2209	0,73098	0,98226	
22	21 DP 122	-1,18	-0,86	-0,06	-0,56	2,12	1,49	3,46	1,2532	0,65629	0,52367	
23	22 DP 169	0,7	1,1	1,02	3,16	-3,88	0,75	2,94	0,80006	0,28462	0,35574	
24	23 DP 201	1,88	0,9	-1,98	0,6	1,16	1,05	2,14	1,148	0,74963	0,65288	
25	24 DP 113	-1,94	-1,46	-0,98	-0,6	0,28	1,03	1,7	0,82616	0,64143	0,77641	
26	25 DP 168	0,66	-1,66	0,34	-0,36	-0,52	0,15	3,7	1,1284	0,7362	0,65243	
27	26 DP 158	0,26	-0,46	-1,34	-1,64	-3,32	1,37	0,9	1,1071	0,58006	0,40789	
28	27 DP 161	1,18	0,2	0,74	0,48	1,24	0,39	3,22	1,5142	0,69529	0,3998	
29	28 DP 145	-0,26	-1,14	1,86	1,4	-2,12	0,13	2,06	0,84812	0,6981	0,82214	

Figura 57-DOE del cubo completata

Una volta completata la generazione della DOE, composta da 100 Design Points, è stato possibile passare all'analisi dei risultati ottenuti mediante le superfici di risposta e la ricerca dei punti di massimo e minimo. In particolare, poiché l'obiettivo del progetto era quello di trovare la

configurazione ottimale al fine di migliorare le prestazioni aerodinamiche, il punto ottimale coincide con la geometria che massimizza l'efficienza aerodinamica.

Table of Outline A17: Min-Max Search											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Name	P11 - smusso_frontale	P12 - smusso_superiore	P13 - smusso_retro	P14 - abbassamento_frontale	P15 - abbassamento_retro	P16 - convergenza	P17 - spostamento_fronte	P18 - drag-op	P19 - lift-op	P20 - efficiency-op
2	Output Parameter Minimums										
3	P18 - drag-op	-1,0561	-0,45233	-0,019935	4	-0,2834	1,2097	2,1376	<b>0,25433</b>	0,59224	1,5718
4	P19 - lift-op	0,66189	0,58467	0,03922	4	-4	1,3257	1,7741	0,62359	<b>0,1205</b>	0,2593
5	P20 - efficiency-op	0,25433	-0,11761	0,098825	-3,6389	0,59841	0,69107	1,2779	1,6279	0,42595	<b>0,20582</b>
6	Output Parameter Maximums										
7	P18 - drag-op	0,3715	0,27781	0,01586	-3,6318	0,66292	0,34623	2,1065	<b>1,7051</b>	0,51043	0,25144
8	P19 - lift-op	-1,1155	0,32505	-0,78673	1,6854	3,6752	1,3828	3,475	0,88139	<b>0,98956</b>	1,1678
9	P20 - efficiency-op	-1,7545	-1,4587	-0,04004	4	1,1837	1,2534	2,5059	0,37727	0,80669	<b>1,938</b>

Figura 58-Valori minimi e massimi dei parametri in uscita

Tramite lo strumento della superficie di risposta è possibile, fissati tre parametri, uno per ciascun asse, visionare graficamente l'insieme delle configurazioni ottenibili. Inoltre, poiché in realtà ci stiamo interfacciando con un insieme n-dimensionale (tanti quanti sono i parametri definiti), fissando i tre parametri sugli assi del diagramma, è possibile variare gli altri e visionare dove si trovano nello spazio rispetto agli altri (ovviamente non necessariamente si troveranno sulla stessa superficie di risposta).

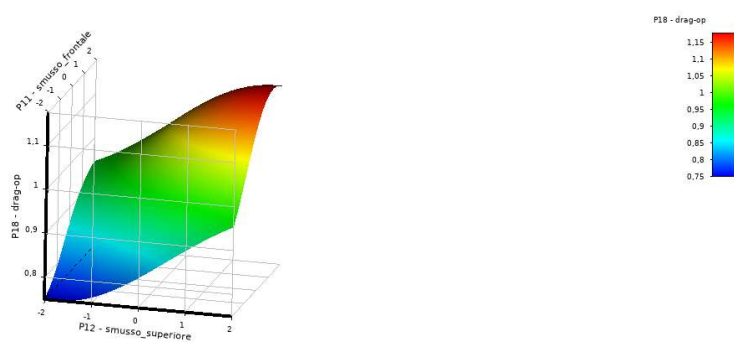


Figura 59-Superficie di risposta del coefficiente di drag in funzione dello smusso frontale e di quello superiore

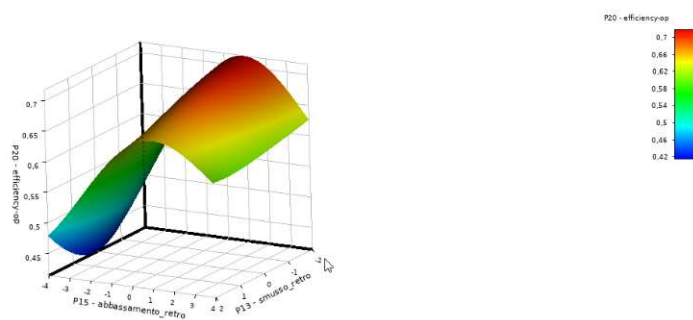


Figura 60-Superficie di risposta dell'efficienza in funzione dell'abbassamento e dello smusso del retro

Un altro strumento interessante per compiere l'analisi dei risultati ottenuti è il grafico delle sensibilità, il quale mostra quale tra i vari parametri in input imposta influenza maggiormente i parametri in uscita e quindi la soluzione; come riportato di seguito, la modifica di forma sull'abbassamento frontale risulta il più influente nei confronti del coefficiente di drag.

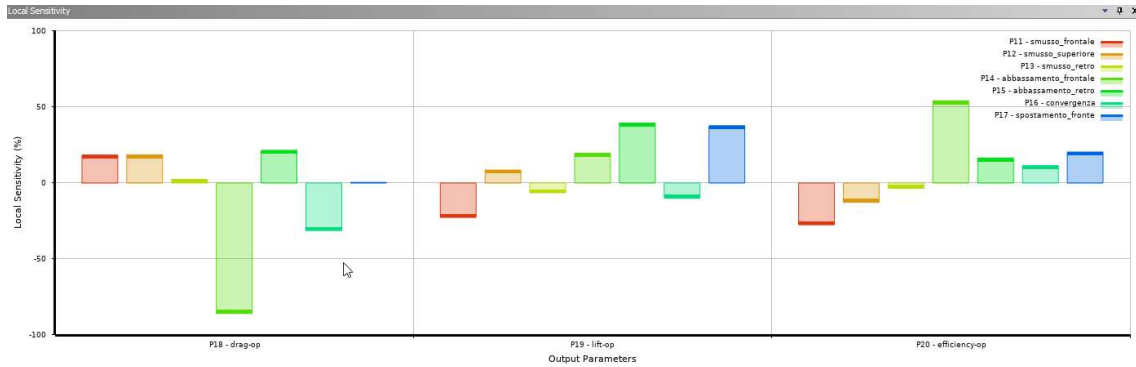


Figura 61-Sensibilità dei parametri di input nei confronti di quelli di output

In fine, nel luogo di ottimizzazione successivo, si è potuto, stabilito un parametro con il relativo obiettivo numerico, trovare un numero di possibili candidati che ottimizzano al meglio la geometria.

Non è detto che i candidati che l’algoritmo restituisce siano effettivamente ottimali, motivo per cui è stato necessario eseguire un’operazione di verifica dei candidati. Importandoli come Design Point, sono state rieseguite le simulazioni; a fine calcolo, è possibile vedere i relativi risultati e di quanto si discostano dal valore trovato in fase di ottimizzazione. Se ci discosta con percentuali contenute (nel nostro caso massimo ci si discosta del 2%), l’ottimizzazione si può ritenere conclusa con successo.

Table of Schematic E4: Optimizer - Candidate Points												
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Reference	Name	P11 - smusso_frontale	P12 - smusso_superiore	P13 - smusso_retro	P14 - abbassamento_frontale	P15 - abbassamento_retro	P16 - convergenza	P17 - spostamento_frente	P18 - drag-op	P19 - lift-op	P20 - efficiency-op	
											Parameter Value	Variation from Reference
3	Candidate Point 1								0,17899	0,80777	1,9339	0,23%
4	Candidate Point 1 (verified) DP 207	-1,7523	-1,4824	-0,069868	3,0711	1,071	1,2135	2,6245	0,43632	0,79365	1,9015	-1,45%
5	Candidate Point 2								0,3852	0,81797	1,9332	0,19%
6	Candidate Point 2 (verified) DP 208	-1,7565	-1,359	-0,045449	3,998	1,4071	1,3039	2,6058	0,41831	0,80358	1,921	-0,44%
7	Candidate Point 3								0,39417	0,81245	1,9294	0,00%
8	Candidate Point 3 (verified) DP 209	-1,9533	-1,4059	-0,068891	3,9347	1,1999	1,2765	2,5247	0,41623	0,80598	1,9364	0,36%
9	New Custom Candidate Point	0	0	0	0	0	0	0				

Figura 62-Configurazioni ottimali di massima efficienza

Impostando come *Current Design Point*, è possibile aprire la geometria e mesh dentro Fluent, per poter analizzare l’andamento delle velocità e delle pressioni nella configurazione ottimale trovata.

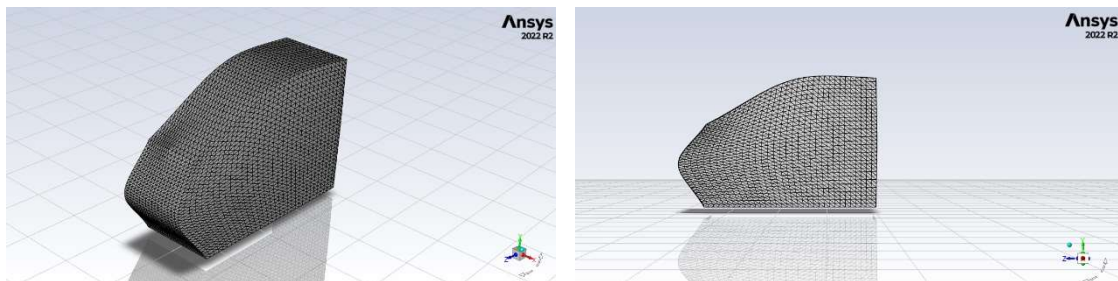


Figura 63-Geometria del cubo ottimizzato

L'incremento percentuale a seguito del processo di ottimizzazione è pari al 331%: si è infatti passati da un valore iniziale dell'efficienza di 0,45 ad un valore di 1,94 per la configurazione ottimale.

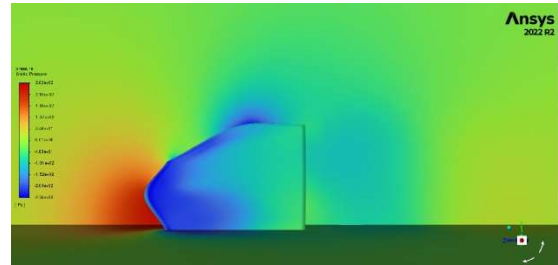
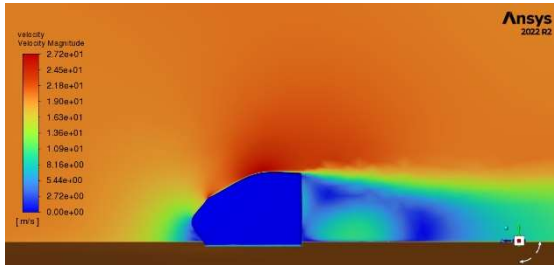


Figura 64-Andamento delle velocità del cubo ottimizzato    Figura 65-Andamento delle pressioni del cubo ottimizzato

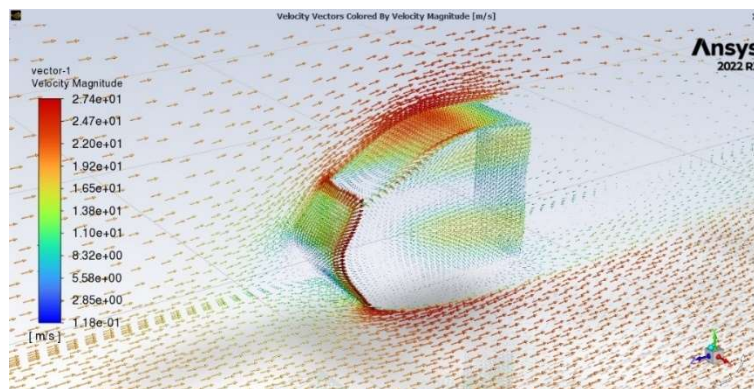


Figura 66-Andamento delle velocità tramite vettori del cubo ottimizzato



## 6. La Formula SAE

### 6.1. Introduzione

La Formula SAE è una competizione universitaria internazionale ingegneristica ideata nel 1981 dalla società statunitense “*Society of Automotive Engineers*”, da cui l’acronimo SAE, che prevede la progettazione e la produzione di un prototipo di una vettura da corsa, valutata in ogni suo aspetto mediante delle prove statiche e dinamiche da una commissione di esperti del settore.



*Figura 67-Evento in Ungheria 2022, foto dei team partecipanti*

Lo scopo della Formula SAE è di fornire agli studenti universitari la possibilità di confrontarsi in una competizione di scala internazionale, mettendo in atto ciò che apprendono durante il proprio percorso formativo universitario. La competizione è diffusa in tutto il mondo, mediante l’organizzazione di eventi annuali, organizzati dalla stessa SAE o dalle varie associazioni ed enti nazionali di ingegneri e tecnici del mondo dell’*Automotive*.

### 6.2. Il regolamento

Ogni università, per poter progettare e produrre la propria vettura da corsa, deve attenersi ad un preciso regolamento, divulgato ogni anno dalla SAE, al fine di garantire la sicurezza dei piloti e di tutte le persone coinvolte durante l’evento, cercando inoltre di livellare le prestazioni dei vari veicoli.

Per tanto il regolamento impone che la vettura abbia protezioni per il pilota in caso di urto laterale, ribaltamento o urto frontale: per esempio, anteriormente deve essere presente un sistema per

l'assorbimento e dissipazione di energia, chiamato Impact Attenuator, anche quest'ultimo opportunamente regolamentato (in dimensioni, materiale, distanze, ecc.).

Inoltre, sono presenti numerosi vincoli anche sulla progettazione e sviluppo delle sospensioni, del telaio, dell'aerodinamica, dell'elettronica, del motore e della trasmissione, oltre a normative sull'abbigliamento dei piloti e sul comportamento da tenere in pista durante gli eventi.

In particolare, per l'aerodinamica, la sezione del regolamento di riferimento è la T8, ove sono presenti vincoli per esempio sull'estensione dei componenti aerodinamici rispetto alle ruote o al suolo. Inoltre, ogni componente aerodinamico deve rispettare alcune condizioni sull'entità del carico massimo sopportabile e relativa deformazione massima consentita (da verificare e documentare).

Altre regole che influenzano la progettazione in campo aerodinamico si trovano sparse nel regolamento oppure alcuni vincoli derivano dalle regole sulla progettazioni di altri componenti delle vettura, come il telaio.

Per il progetto in questione, si è dovuto tenere in considerazione il paragrafo T2.3 sulle regole per la progettazione del muso, il quale deve essere un componente chiuso (salvo piccole aperture concesse nella zona delle sospensioni). Inoltre, tutti i bordi del componente che possono entrare in contatto con le persone devono avere un raccordo minimo di 1 mm; ulteriormente, sono presenti vincoli sulle angolazioni e dimensioni della parte terminale del muso, che deve necessariamente contenere il sistema di Impact.

### 6.3. La competizione

Ogni evento di Formula SAE prevede diverse prove, suddivise a seconda della tipologia in prove statiche e prove dinamiche. Prima di affrontare questa parte della competizione è necessario però che ciascun team iscritto all'evento superino le ispezioni tecniche da parte dei commissari.

Infatti, ogni vettura è sottoposta a rigidi controlli per assicurare che siano regolamentari e che non costituiscano alcun pericolo; anche i dispositivi di sicurezza sono soggette a ispezione tecnica. Superate le ispezioni tecniche, condotte anche sulla base della documentazione fornita da ciascun team, la vettura deve subire ulteriori controlli.

Primo fra questi è il Tilt Test: la vettura, comprensiva del pilota, viene posta su una rampa che viene inclinata fino ad un angolo di 60° da terra. Lo scopo della prova è verificare che non vi

siano alcune perdite (fluidi che devono essere al loro livello massimo); inoltre, le ruote devono restare a contatto con la superficie della rampa.

Il test successivo serve per accertare che il motore non emetta un rumore superiore al valore massimo stabilito dal regolamento; la prova viene condotta da un giudice munito di fonometro ed è chiamata Noise Test.



*Figura 68-Tilt Test di Artemide, evento in Ungheria 2022*

L'ultima verifica è il Break Test, atto ad assicurare che la vettura sia in grado di arrestarsi in maniera opportuna. Su un rettilineo, una volta raggiunta la velocità stabilita da regolamento, il pilota deve frenare e conseguentemente tutte e quattro le ruote devono bloccarsi.

Passate le ispezioni tecniche e i test appena descritti, la vettura è ritenuta idonea per poter sostenere le prove successive.

Come detto all'inizio del paragrafo, le prove si suddividono in due categorie. In particolare, fanno parte delle prove statiche tutte quelle in cui il team relaziona ai commissari la fase di progettazione e produzione che hanno portato alla realizzazione della vettura, sia dal punto di vista ingegneristico che da quello economico e finanziario. Le prove statiche sono infatti tre e sono nominate come segue: Business Plan Presentation, Cost and Manufacturing, Engineering Design.

Per quanto concerne le prove dinamiche, la prima è un test sull'accelerazione della vettura, la quale deve percorrere un rettilineo di 75 m. La prova può essere condotta solamente da un pilota del team, il quale ha a disposizione due tentativi. Il punteggio viene assegnato sulla base del miglior tempo registrato.



La prova successiva prende il nome di Skid Pad; il circuito prevede due paia di cerchi, le cui dimensioni sono stabilite dal regolamento, disposti a forma di otto delimitati dalla presenza di coni.

Anche in questo caso, la prova deve essere effettuata da un solo pilota che dispone di due tentativi. Dalla linea di partenza, la vettura dovrà compiere due giri nel cerchio di destra e altri due a sinistra; in entrambi i casi il secondo tentativo sarà quello cronometrato e che assegnerà i punti alla squadra.

La terza prova prevede un percorso, delimitato da coni e dalle dimensioni e caratteristiche stabilite dal regolamento, della lunghezza di 1,5 km; in questo caso, ogni squadra può far eseguire la prova a due piloti i quali hanno due tentativi ciascuno.



*Figura 69-Prova Endurance, evento in Ungheria 2022*

L'ultima prova si svolge lungo un percorso simile a quello dell'Autocross per un totale di 22 km; la prova prevede una volta completati i primi 11 km il cambio pilota, il quale deve avvenire in una zona prestabilita e secondo le modalità indicate da regolamento (ad esempio, il cambio deve necessariamente avvenire entro i tre minuti).

## **7. Simulazioni CFD su Artemide (configurazione passata stagione)**

### 7.1. Introduzione

Poiché non erano mai state condotte simulazioni aerodinamiche in ANSYS, le prime simulazioni sono state condotte sulla configurazione della passata stagione, al fine di confrontare i risultati delle scorse simulazioni con quelli derivanti dall'impiego di un solutore diverso come Fluent.

### 7.2. Semplificazione della geometria

Come per il primo caso di studio, anche in questo si è dovuti partire dalla realizzazione della geometria dell'oggetto in questione, ovvero la vettura della Scuderia di Tor Vergata. Chiaramente, il team nella passata stagione aveva già un CAD dell'intera vettura, sia in versione completa che in versione semplificata per il reparto dell'aerodinamica. E' stato quindi possibile utilizzare direttamente il file della geometria semplificata messa a disposizione dal team (in formato .SDLPRT), apportando però qualche ulteriore modifica e semplificazione, al fine di non appesantire le fasi successive.

Innanzitutto, tutti i solidi della geometria sono stati opportunamente rinominati e classificati per componenti e le linee erroneamente importate o superflue sono state eliminate. Questi errori sono sicuramente correlati alla non perfetta compatibilità tra il luogo in cui è stato originalmente creato il file e quello utilizzato attualmente.

Nel CAD importato i braccetti delle sospensioni anteriori e posteriori erano estremamente semplificati, motivo per cui si è scelto di disegnarli nuovamente, in quanto rappresentano una forte zona di disturbo del flusso in cui è quindi importante valutare attentamente ciò che succede. Oltre ai braccetti delle sospensioni, sono stati creati anche gli attacchi dell'ala posteriore.

Si è passati quindi alla semplificazione ulteriore della geometria, partendo dall'eliminazione di tutti i raggi di raccordo dell'abitacolo, inutili al fine delle simulazioni e soprattutto elementi di disturbo per il Meshing.

Le correzioni più importanti hanno però riguardato le pance, le quali risultavano non perfettamente a contatto con le pareti esterne dell'abitacolo. Per correggere questo errore, è stata utilizzata la funzione di estrusione: selezionate le facce delle pance, sono state estruse fino a contatto con le pareti dell'abitacolo. Da sottolineare che questo approccio non è riuscito per tutte

le superfici: il minuscolo spazio che restava da colmare, per evitare problemi successivi, è stato risolto con un ulteriore procedimento. Inoltre, le pance riportavano i fori degli attacchi al telaio, estremamente inopportuni, i quali sono stati quindi riempiti, mediante la funzione dal nome analogo.

Altra semplificazione, ha riguardato il sedile, che non era perfettamente allineato con l'abitacolo, presentando delle superfici che spuntavano lateralmente, andando a generare degli spessori problematici da discretizzare in fase successiva.

Anche le ruote per le prime simulazioni hanno subito una forte semplificazione, ma accettabile considerando il grado di precisione che si cercherà nelle simulazioni successive: togliendo cerchi e pastiglie dell'impianto frenante, ciascun pneumatico è stato riempito uniformemente.

Il pilota ha subito ulteriori semplificazioni: sono stati infatti eliminati tutti i solidi nascosti dall'abitacolo, che non impattando con il flusso dell'aria non costituiscono un fattore rilevante per la simulazione e sono stati riempiti alcuni spazi vuoti, presenti a causa del modello stilizzato che si è creato nel CAD.

Tutti i solidi facenti parte di uno stesso componente sono stati uniti per poterli ricondurre facilmente ad uno stesso solido; ove non è stato possibile, per problemi di CAD, sono stati raggruppati per componenti, come nel caso dell'ala posteriore.

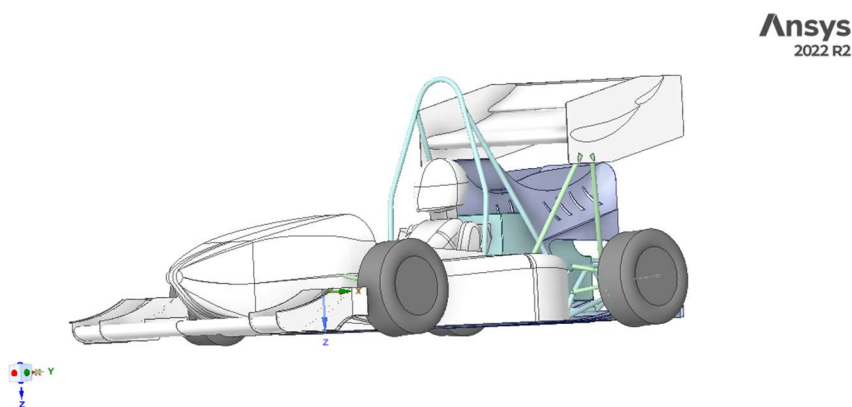


Figura 70-CAD finale semplificato della vettura

Eseguito un controllo della geometria finale, si è passati alla realizzazione della galleria del vento per la vettura, tramite la funzione “Enclosure”, analogamente a quanto era avvenuto per il caso del cubo. Le dimensioni della galleria del vento sono state scelte in modo tale da evitare l'effetto delle pareti nei confronti del flusso; da questa considerazioni, si è reputato opportuno applicare la regola del 3:1:1, secondo la quale dietro la vettura la lunghezza della galleria va dimensionata tre

volte quella della vettura, mentre per altezza e larghezza va lasciato lo spazio pari alle dimensioni della vettura stessa.

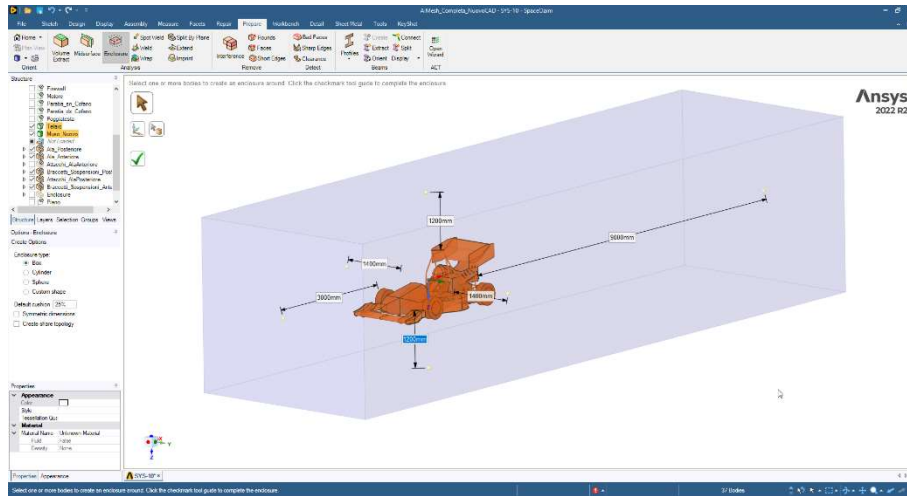


Figura 71-Enclosure della vettura

Data la complessità e le elevate dimensioni della geometria, poiché il problema è simmetrico, si è scelto di dividere l'Enclosure generata rispetto il piano di simmetria, in modo da lavorare solamente con metà geometria. Inoltre, è stato necessario eseguire un'ulteriore divisione per il piano di contatto delle ruote della vettura.

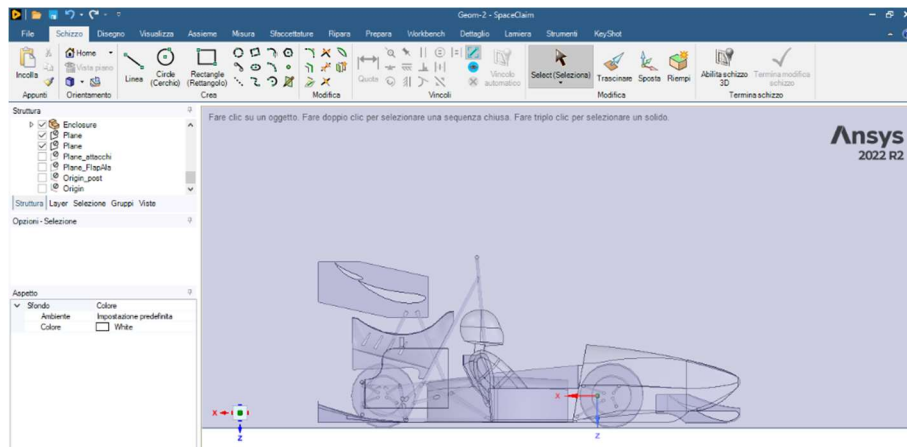


Figura 72-Enclosure a seguito del taglio lungo i piani di simmetria e di contatto con il pavimento

### 7.3. Mesh

Come visto in capitoli precedenti, la qualità della mesh è fondamentale per una buona riuscita delle simulazioni CFD, soprattutto per geometrie e problemi particolarmente complessi. Per tanto, la creazione della mesh della vettura è stata, molto probabilmente, la fase più impegnativa e delicata della progettazione.

A differenza infatti della geometria del cubo in questo caso vi sono superfici particolarmente complesse da discretizzare in maniera ottimale, come i profili alari dei componenti aerodinamici. Una mesh accurata però richiede tempistiche e capacità di calcolo più elevate sia per la creazione che per l'elaborazione in fase successiva, motivo per cui si è sempre cercato di ottimizzare la mesh, minimizzando il più possibile il numero di elementi totali costituenti la griglia di calcolo, senza rinunciare ad una buona qualità.

Vista la complessità della geometria, è stato fondamentale creare le “*named selection*” di tutte le superfici presenti, che sono state raggruppate a seconda dell'appartenenza ai diversi componenti. Si è quindi partiti da superfici semplici e facili da selezionare, come le superfici della galleria del vento, andando di volta in volta a nascondere le *named selection* create, per consentire la creazione delle successive.

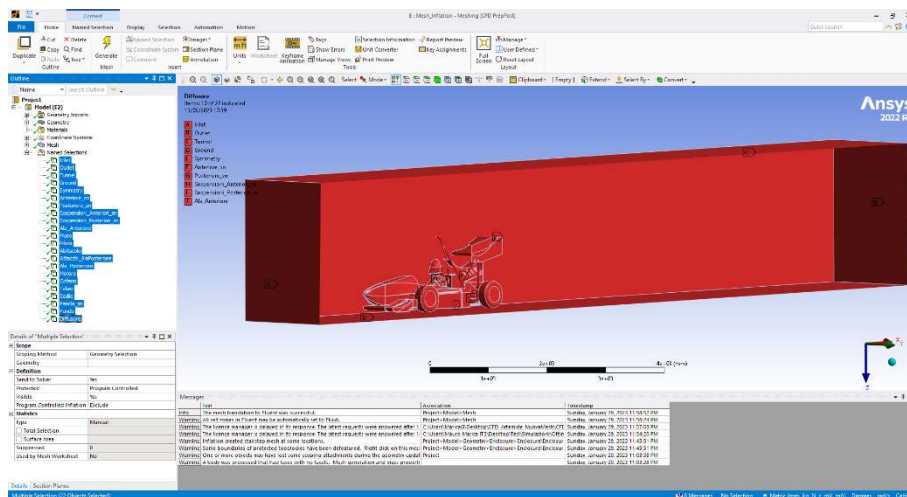


Figura 73-Named Selections create

Inoltre, per semplificare l'individuazione delle diverse superfici, si è ricorso all'utilizzo ad alcune funzioni messe a disposizione dal programma, vedi l'opzione “*limits*” e “*adjacent*” o lo strumento di *box selection*. Spesso non tutte le superfici appartenenti ad una stessa *named selection* riuscivano ad essere prese contemporaneamente, motivo per cui si sono create più *named selection* per poi unirle sotto lo stesso nome.

Dopo di che la prima problematica riscontrata è stata la scelta della dimensione generale degli elementi; il luogo di Meshing fornisce di default un valore, che, oltre ad essere eccessivo, è risultato non valido per la discretizzazione di alcune superfici della geometria. Infatti, cambiando il valore massimo di un elemento, si varia anche quello minimo, che viene applicato per dimensionare gli elementi in prossimità di bordi e superfici ridotte.

Prima di andare a rifinire la mesh per i componenti di maggiore rilevanza, gli elementi per i flap dell'ala anteriore sono stati dimensionati diversamente per consentire la generazione di una mesh in corrispondenza di tali superfici.

Si è condotta quindi un'operazione di meshing esclusivamente sulla geometria dell'ala anteriore, per cercare di ottenere le giuste condizioni di dimensionamento degli elementi dei flap dell'ala. Per cercare di riprodurre al meglio la geometria del profilo alare è stata attivata l'opzione per catturare la curvatura del profilo e la dimensione degli elementi è stata diminuita il più possibile.

A questo punto, come visto nel caso precedente del cubo, è stato necessario introdurre degli infittimenti in corrispondenza di alcune pareti dei componenti, al fine di assicurare una corretta analisi dell'andamento del flusso in quelle zone. Poiché gli infittimenti generati comportano un aumento drastico del numero degli elementi complessivi della mesh, si è deciso di ricercare questa elevata precisione solamente nelle zone di maggiore interesse aerodinamico per questo progetto, come per esempio i flap dell'ala anteriore e posteriore o il muso, in quanto oggetto dell'ottimizzazione.

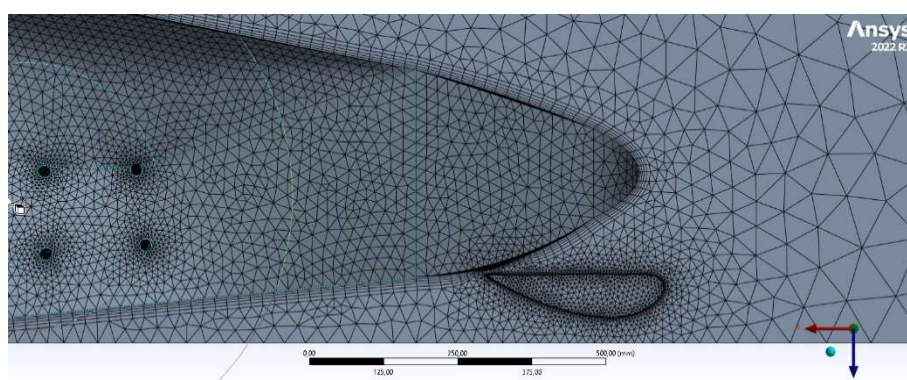


Figura 74-Inflations in corrispondenza del muso e dell'ala anteriore

Inoltre, per evitare di generare elementi di scarsa qualità, alle superfici, sulle quali è stato deciso di applicare le “*Inflation*”, sono state cambiate le impostazioni delle dimensioni massime e minimi degli elementi, operando un “*Sizing*” che potesse migliorare la qualità della mesh.

In alcuni punti della geometria, per esempio nella zona di interazione tra il flap principale dell'ala anteriore e il muso, gli elementi risultano purtroppo di pessima qualità, a causa della limitata clearance tra le varie superfici.

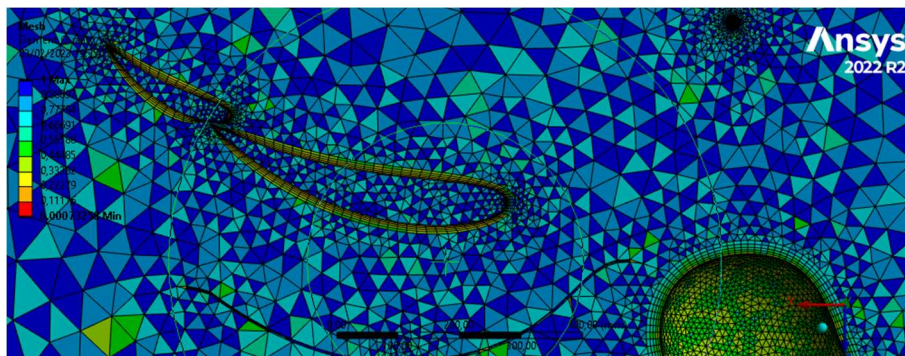


Figura 75-Qualità degli elementi e inflations in corrispondenza dell'ala posteriore

Per migliorare la mesh in queste zone, la soluzione ottimale sarebbe stata diminuire sensibilmente la dimensione degli elementi per il meshing delle superfici, ma inevitabilmente il numero complessivo di elementi sarebbe aumentato drasticamente, rendendo la mesh molto pesante da elaborare successivamente. In queste zone si è quindi accettata una qualità peggiore.

Per verificare se le *inflation* generate fossero valide per catturare lo strato limite del flusso nel miglior modo possibile, è stato già visto come sia possibile andando a valutare la distanza da parete (la coordinata  $y^+$ ), operazione però eseguibile solo a simulazione CFD conclusa. Lo spessore del primo strato di elementi è possibile valutarlo utilizzando formule analitiche semplificate, sulla base del valore di coordinata che si vuole ottenere.

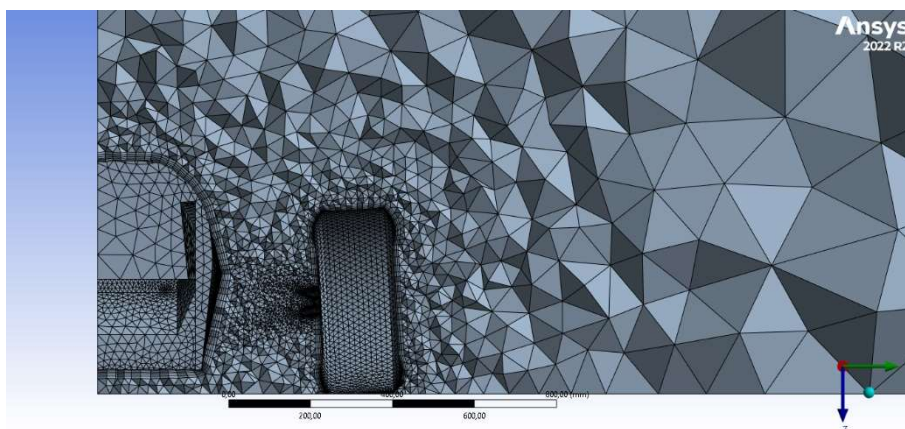
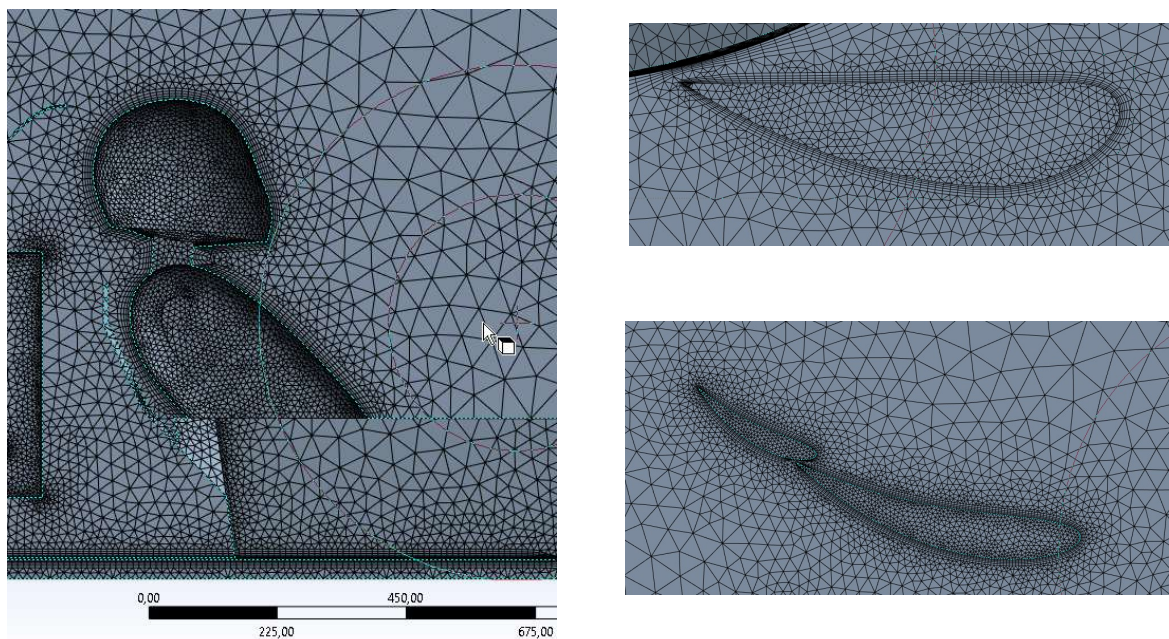


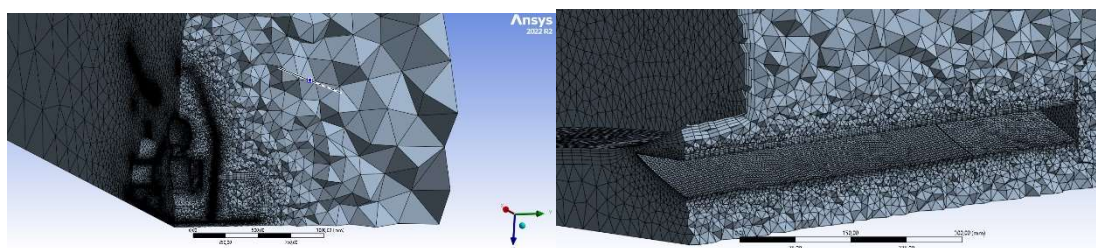
Figura 76-Mesh in corrispondenza di un piano di sezione

Spesso, come nel caso del fondo, gli elementi erano di una dimensione eccessiva rispetto a quelli dell'ultimo infittimento, motivo per cui sono state diminuite le dimensioni degli elementi in quella zona (alternativamente si poteva incrementare il numero di layer o il rapporto di crescita, ma dato lo spazio limitato si è optato per modificare la dimensione degli elementi).



*Figura 77-Inflations in corrispondenza del pilota e dei profili alari anteriore e posteriori*

Una volta completata la generazione della mesh, è stato necessario eseguire un'attenta analisi della griglia di calcolo ottenuta, non soltanto controllandone la qualità, ma assicurandosi che non ci fossero zone in cui gli elementi variassero bruscamente di dimensione. Quest'operazione è stata svolta mediante l'impiego di piani per sezionare la geometria.



*Figura 78-Mesh in corrispondenza di un piano di sezione; Figura 79-Mesh del flap dell'ala anteriore in corrispondenza di un piano di sezione*

Dovendo scegliere un giusto bilanciamento tra onere computazionale e qualità della griglia di calcolo, è stato scelto di mantenere la mesh lasca soprattutto in zone di scarso interesse fluidodinamico, come sul braccio del pilota.

La mesh ottenuta e impiegata nella fase successiva delle simulazioni è riportata nelle immagini sottostanti.



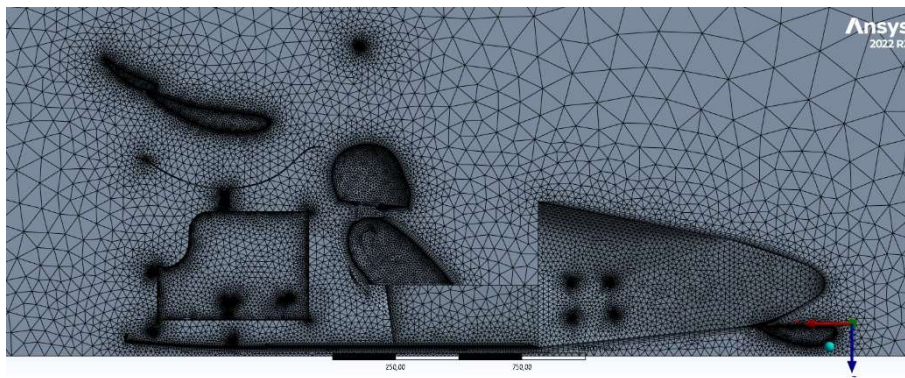


Figura 80-Mesh finale della vettura

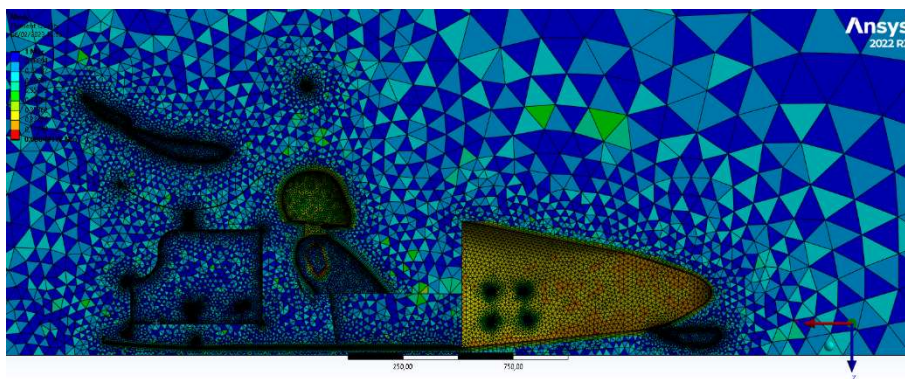


Figura 81-Qualità degli elementi della mesh della vettura

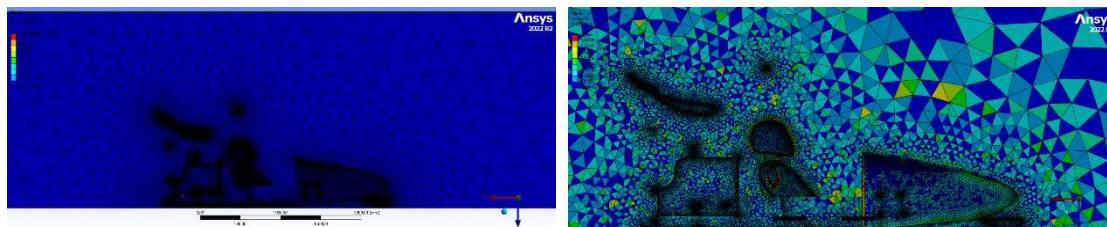


Figura 82-Aspect Ratio degli elementi della mesh della vettura; Figura 83-Skewness degli elementi della mesh della vettura

#### 7.4. Simulazioni CFD (calcolo dell'efficienza aerodinamica)

Una volta importata la mesh in Fluent, prima di procedere con l'impostazione della simulazione, come era avvenuto per il cubo, è stato eseguito un controllo della mesh, che ha evidenziato delle criticità di alcune celle. Nonostante questo, la mesh è risultata idonea e utilizzabile per i calcoli successivi.

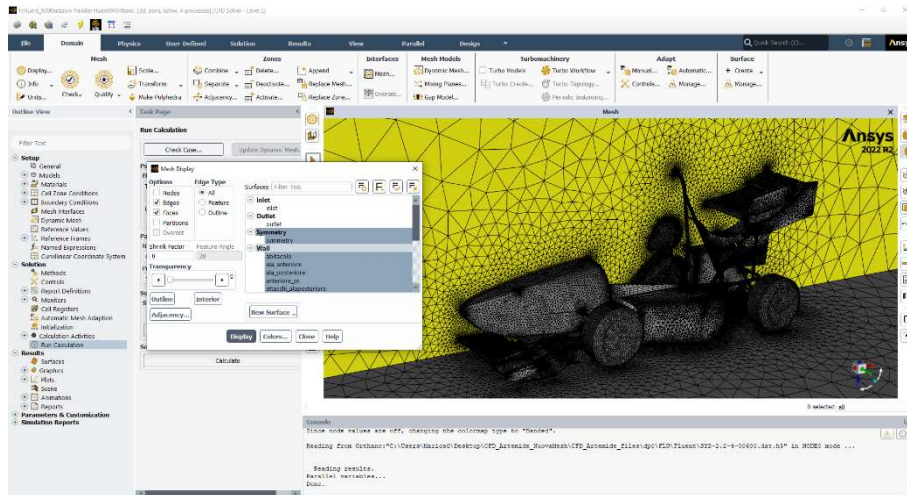


Figura 84-Geometria e mesh della vettura dentro Fluent

Il modello di turbolenza adottato è stato ancora una volta il k-omega SST. Anche le condizioni al contorno impostate sono le medesime del caso studiato in precedenza: in particolare, per la sezione di ingresso si è imposta una velocità di 20 m/s e per la sezione di uscita il valore nullo di pressione. Al pavimento è stata assegnata un'analogia velocità di traslazione, nel medesimo verso del flusso d'aria in ingresso, mentre a tutte le altre pareti della galleria è stata scelta la condizione di no slip del flusso.

La scelta di eseguire le simulazioni alla velocità di 20 m/s (ovvero circa 70 km/h) è conseguenza delle condizioni in cui mediamente la vettura si trova. Infatti, le prove dinamiche degli eventi previste dal regolamento della Formula SAE non danno modo di andare a velocità più elevate. Contrariamente, condurre delle prove a velocità più basse non consente di mostrare e studiare i fenomeni di turbolenza che si verificano a velocità più elevate.

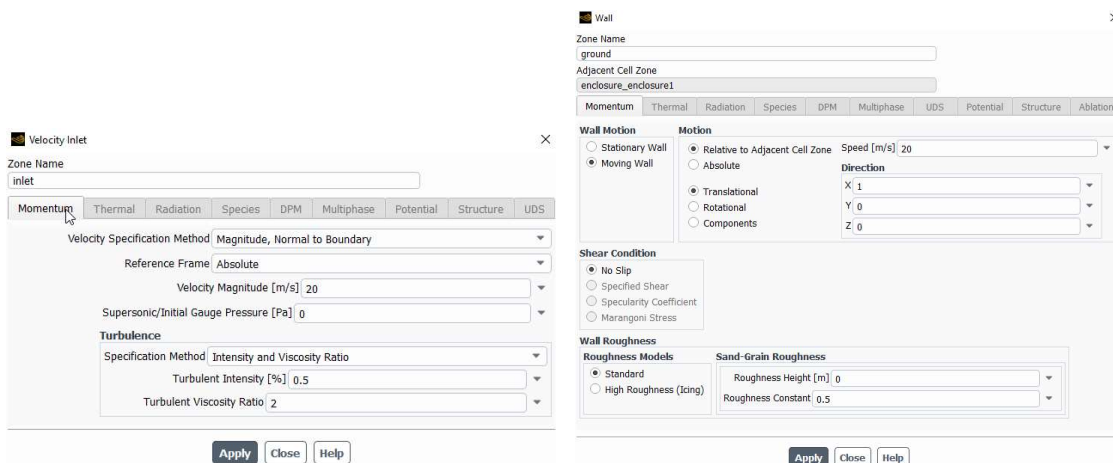


Figura 85-Impostazioni sezioni di ingresso; Figura 86-Impostazioni ground

Per aiutare la convergenza della soluzione, soprattutto per questo caso particolarmente complesso, è stata impostata come *reference value* l'area della vettura proiettata nella direzione del flusso. Per calcolarne il valore è stata usata la funzione omonima “*Projected Area*”, selezionando tutti i componenti della vettura e la direzione lungo cui si desiderava proiettarla; inoltre, diminuendo gradualmente la dimensione minima, si arriva ad un valore convergente.

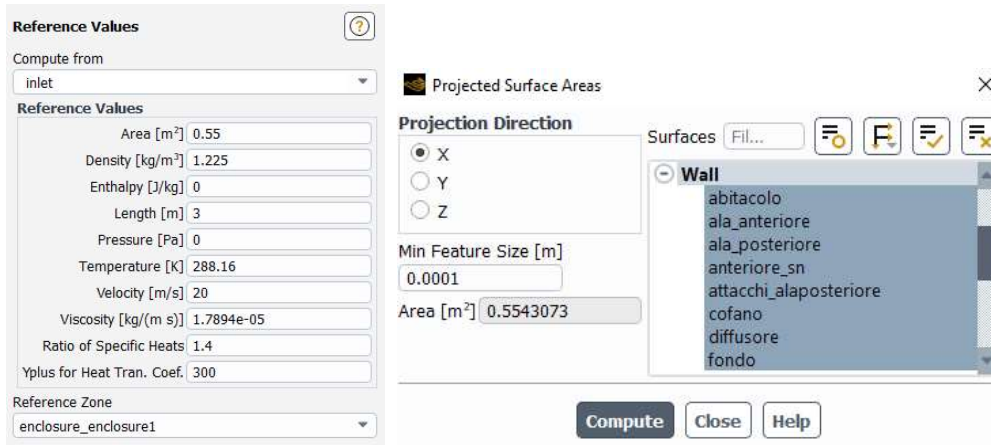


Figura 87-Reference Value; Figura 88-Calcolo dell'area frontale mediante Projected Area

Anche in questo caso, l'obiettivo delle simulazioni era la valutazione delle prestazioni aerodinamiche della vettura, motivo per cui è stato definito il calcolo per il coefficiente di resistenza aerodinamica, di deportanza e l'efficienza aerodinamica.

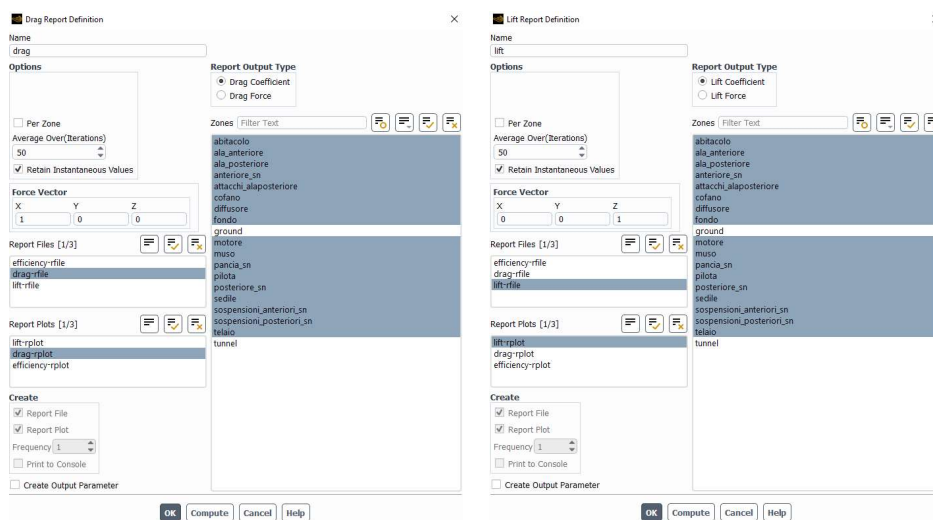


Figura 89-Report coefficiente di drag; Figura 90-Report coefficiente di lift

Inizializzato il calcolo, si sono impostate 600 iterazioni, a causa dell'elevata complessità del problema. Come si può notare dai grafici ottenuti, il calcolo per la determinazione del coefficiente di lift non riesce a giungere ad una convergenza.

La periodicità dell'andamento ogni circa 50 iterazioni sta a significare che, anche aumentando il numero di iterazioni, molto probabilmente la soluzione non giungerà mai a convergenza; poiché però l'intervallo di variazione del valore del coefficiente si trova entro limiti accettabili ingegneristicamente, è possibile considerare come valore finale la media degli ultimi circa 50 valori.

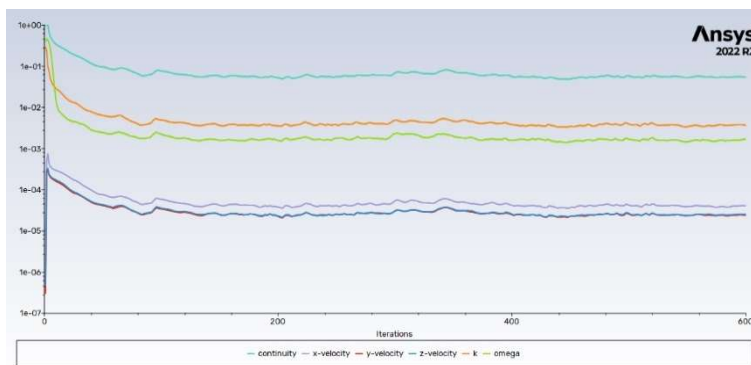


Figura 91-Andamento residui

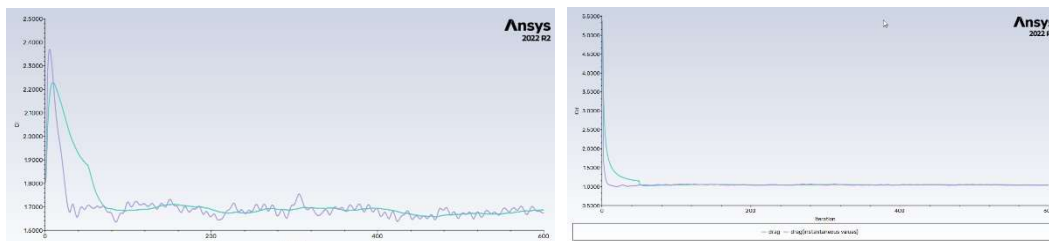


Figura 92-Andamento coefficiente di lift; Figura 93-Andamento coefficiente di drag

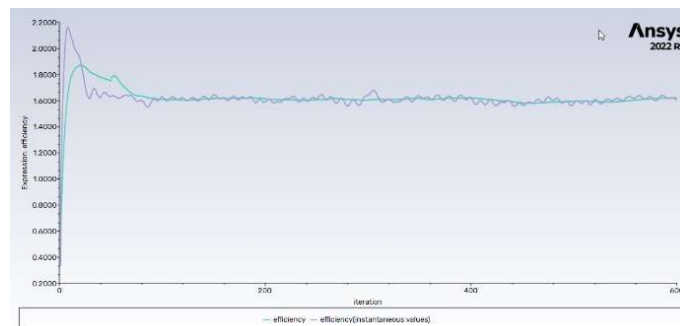


Figura 94-Andamento efficienza

A causa di una diversa complessità, il calcolo del coefficiente di drag si assesta ad un valore costante anche dopo poche iterazioni. L'andamento del calcolo dell'efficienza aerodinamica risulta invece meno irregolare dell'andamento del coefficiente di lift, poiché quest'ultimo viene rapportato con quello del coefficiente di drag.

Una volta terminata la simulazione, ovviamente, è stata eseguita una valutazione complessiva del comportamento aerodinamico della vettura, graficando l'andamento delle velocità e delle pressioni. Le zone interessanti sono quelle limitrofe ai componenti alettati, ove è possibile vedere con chiarezza la differenza di pressione generata dai profili alari, responsabili di aumento di deportanza.

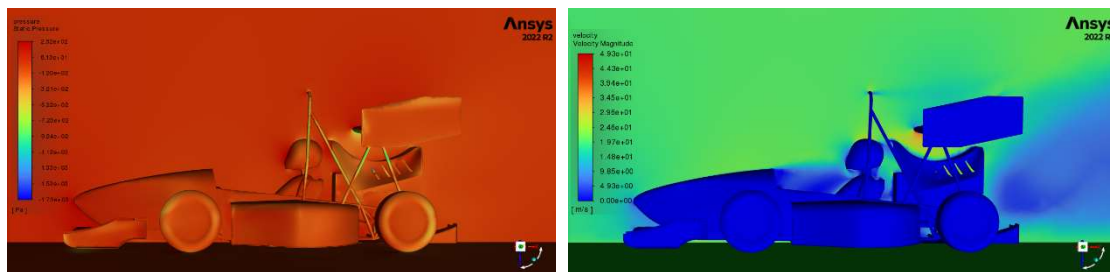


Figura 95-Andamento delle pressioni della vettura Figura 96-Andamento delle velocità della vettura

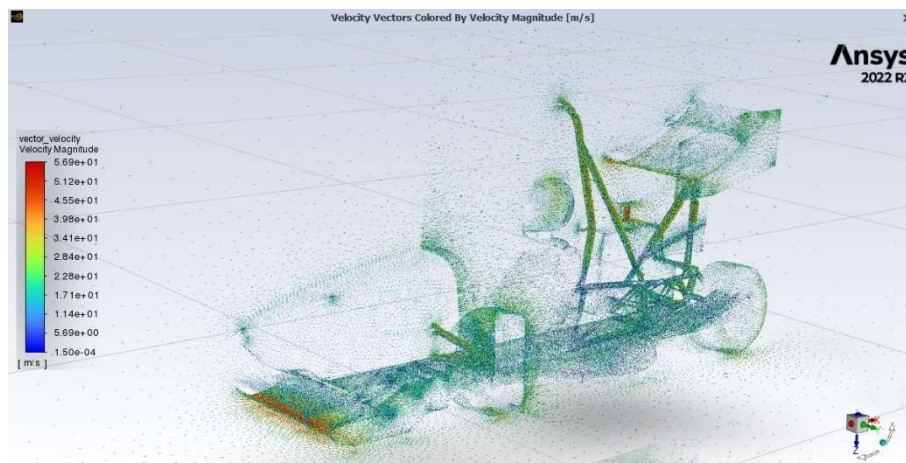


Figura 97-Andamento delle velocità con vettori attorno alla vettura

Inoltre, graficando l'andamento delle velocità mediante l'impiego dei vettori, è possibile notare con estrema precisione lo strato limite del flusso in corrispondenza per esempio del muso. Ciò sta

a significare una buona qualità dei layer utilizzati per l'infittimento; la distanza da parete assume infatti valori ottimi in queste zone.

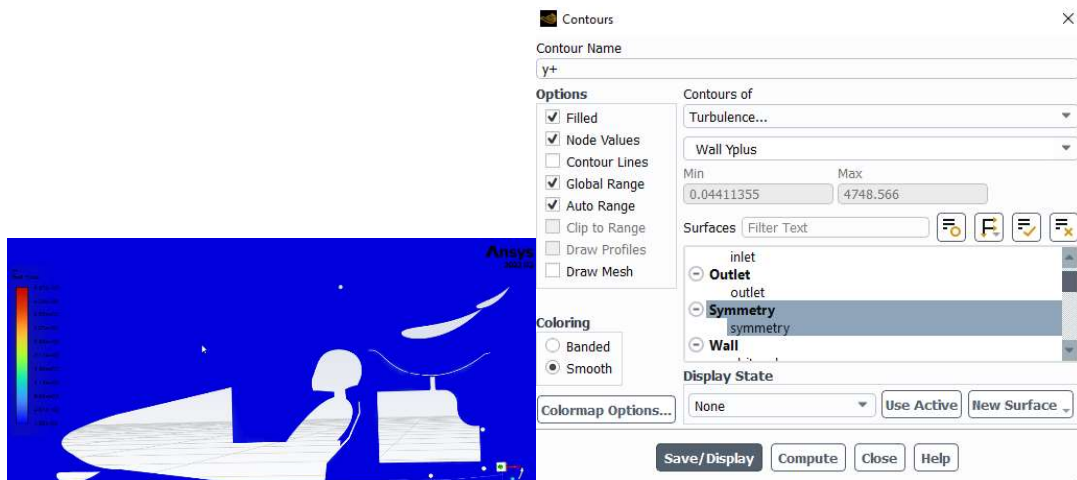


Figura 98-Andamento  $y^+$  sul piano di simmetria Figura 99-Dettagli  $y^+$  sul piano di simmetria

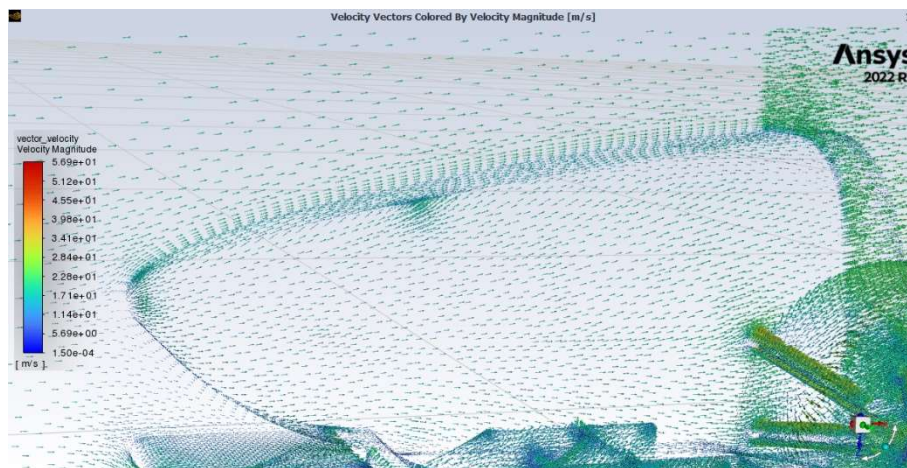


Figura 100-Strato limite in corrispondenza del muso

## 8. Ottimizzazione del muso

### 8.1. Simulazione sulla nuova configurazione (geometria, mesh e impostazioni CFD)

Avendo ottenuto un riscontro positivo dal confronto con i risultati ottenuti dalle passate simulazioni della scorsa stagione, si è passati a condurre le simulazioni CFD sul nuovo CAD disegnato, per poter impostare poi l'ottimizzazione del muso.

Il nuovo CAD del muso è stato disegnato su SolidWorks rispettando la geometria dei tubi del nuovo telaio e importato successivamente in SpaceClaim. La punta del muso invece è stata realizzata in linea con il regolamento e assicurandosi che contenesse la struttura dell'Impact.

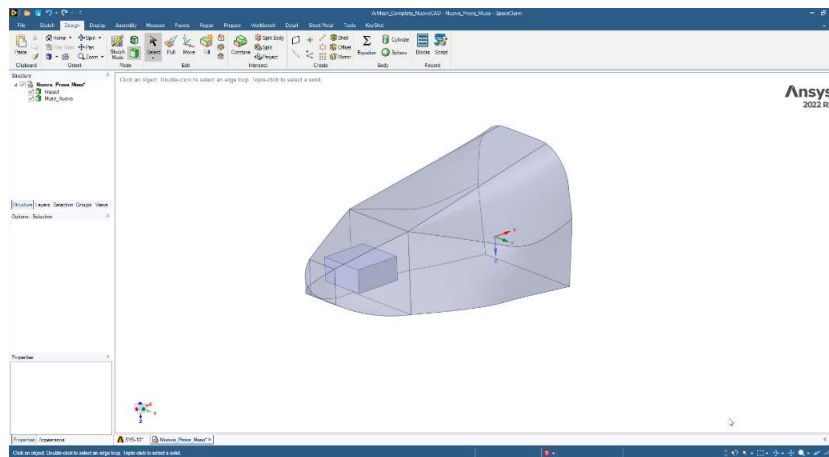


Figura 101-Nuovo CAD del muso (in trasparenza) e dell'Impact (al suo interno)

La geometria complessiva della vettura è stata quindi aggiornata sostituendo il vecchio muso con quello disegnato sulla base del nuovo telaio. Per il resto, la geometria utilizzata non ha subito particolari variazioni.

Analogamente è stata quindi generata la relativa *Enclosure*, sfruttando la simmetria del problema, così come la mesh, che non ha subito alcuna modifica di impostazione rispetto al caso precedente. Si rimanda quindi al paragrafo del capitolo precedente, come è stata impostata e generata la mesh sotto riportata.

Anche le impostazioni di Fluent non hanno subito alcuna modifica; per tanto si analizzeranno direttamente i nuovi risultati ottenuti dalla nuova geometria. Il coefficiente di resistenza aerodinamica ha subito una leggera diminuzione, come mediamente anche il coefficiente di deportanza.

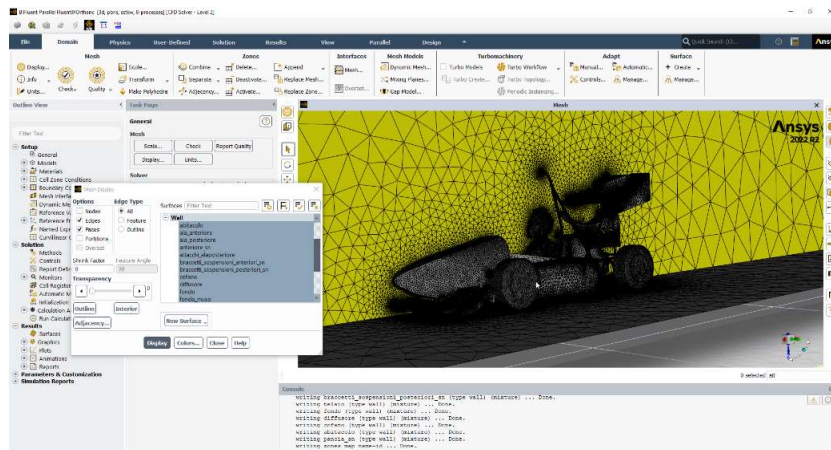


Figura 102-Geometria e mesh del nuovo CAD in Fluent

L'andamento delle velocità e delle pressioni non ha subito drastiche modifiche; infatti, ciò che è cambiato è solamente il muso, che, rispetto ad altri componenti aerodinamici come i profili alari, non impatta notevolmente sull'aerodinamica complessiva della vettura, in termini di deportanza. Inoltre, il coefficiente di drag è rimasto pressoché inalterato a causa della geometria molto simile a quella passata.

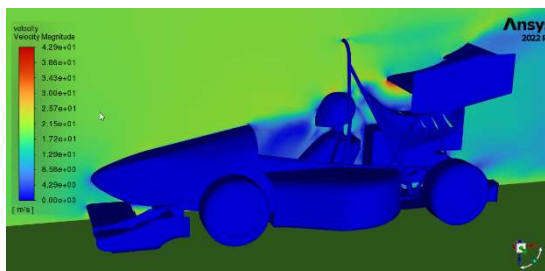


Figura 103-Andamento delle pressioni nuovo CAD; Figura 104-Andamento delle velocità nuovo CAD

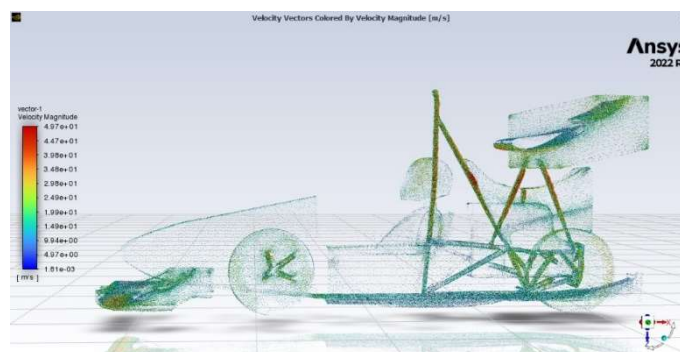


Figura 105-Andamento delle velocità con vettori in corrispondenza della vettura



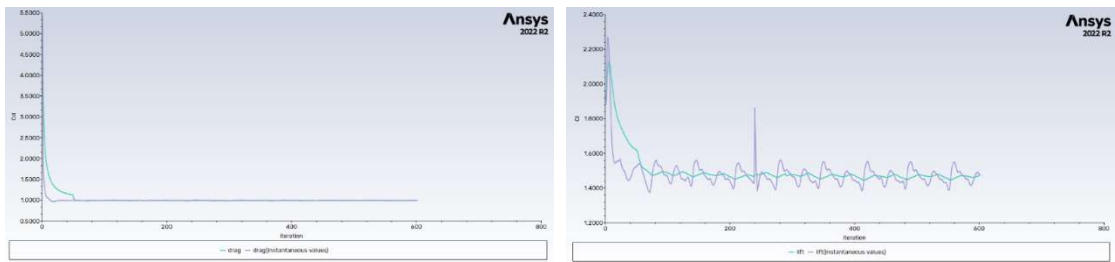


Figura 106-Andamento del coefficiente di drag; Figura 107-Andamento del coefficiente di lift

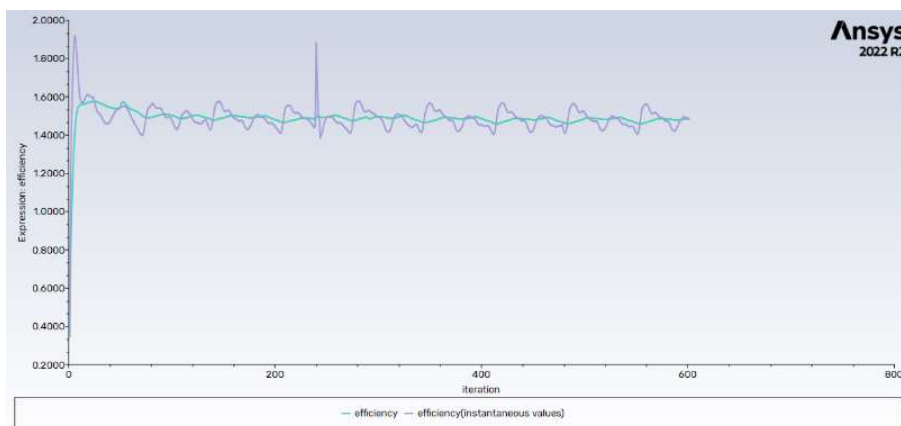


Figura 108-Andamento dell'efficienza

## 8.2. Preparazione dei file RBF Morph

Per eseguire l'ottimizzazione aerodinamica sul muso della vettura di Formula SAE, le modifiche di forma che si sono attuate hanno riguardato esclusivamente quel componente. In particolare, poiché buona parte della geometria del muso è fortemente vincolata alla struttura tubolare del telaio che riveste, si è potuto intervenire unicamente nella zona terminale costituente la punta del muso. Come verrà analizzato più avanti, inoltre, l'intervallo di variazione delle modifiche di forma applicate sono state limitate dalla presenza dell'impact.

Le prima modifica di forma che si è scelto di valutare è l'abbassamento della punta del muso. A differenza del cubo, la geometria della vettura e la relativa mesh sono piuttosto complesse e pesanti da modificare, motivo per cui si è ristretto il dominio di modifica alla zona anteriore della vettura; perciò tutto ciò che si trova all'interno del box definito sarà soggetto a modifica, lasciando invariata la mesh al di fuori di esso.

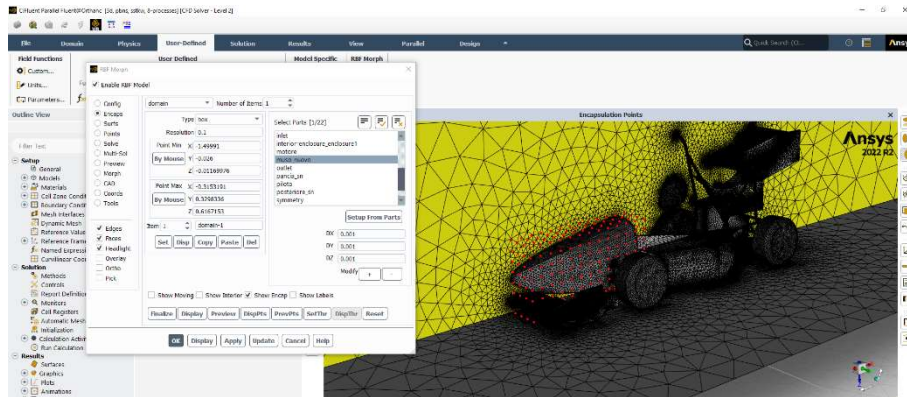


Figura 109-Caratteristiche del dominio di definizione del muso per il mesh morphing

Una volta definito il dominio di modifica, si sono fissate tutte le superfici che al suo interno non devono risentire delle modifiche eseguite sul muso, come l'ala anteriore e i braccetti delle sospensioni anteriori. Alla punta del muso invece, una volta definita, è stata applicata una traslazione nella direzione verticale, in particolare verso il basso. L'entità della traslazione è dettata dalle dimensioni dell'impact all'interno del muso, che non consentono grandi spostamenti.

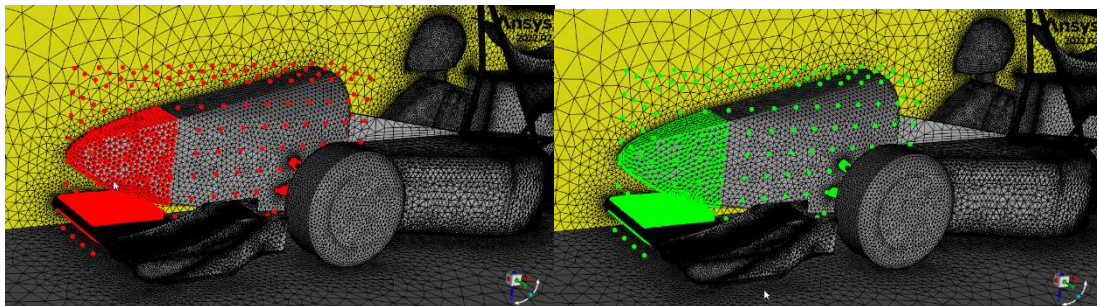


Figura 110-Nuvole di punti prima del morphing; Figura 111-Nuvole di punti dopo il morphing

A soluzione calcolata, è stato eseguito un controllo sulla mesh ottenuta a seguito della modifica, per assicurarsi che non comporti la generazione di elementi negativi.

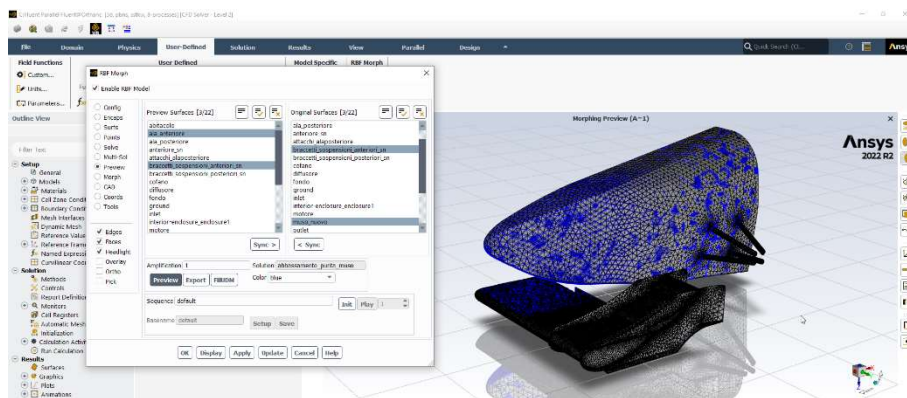


Figura 112-Geometria e mesh del muso prima e dopo l'abbassamento della punta del muso

L'abbassamento della punta del muso può essere eseguito anche mediante una rotazione del sistema, modificando anche l'incidenza delle linee di flusso sul muso.

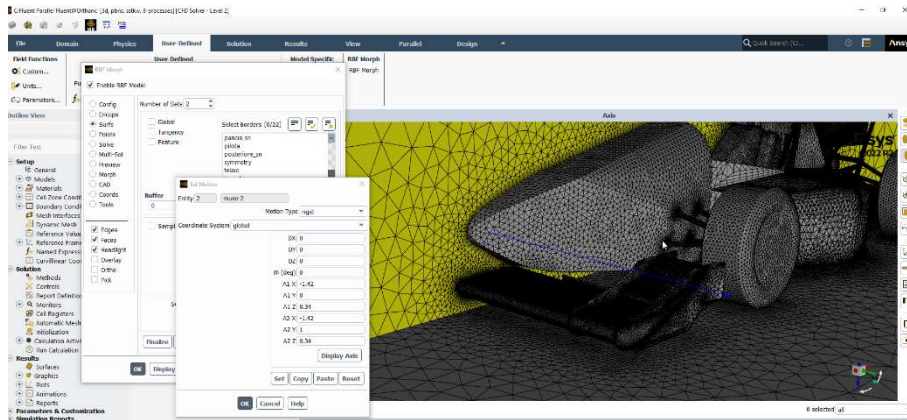


Figura 113- Impostazioni per la rotazione della punta del muso

Un'altra modifica interessante da studiare è l'influenza della punta del muso sulle prestazioni aerodinamiche (in particolare, come varia l'andamento delle pressioni nella zona di interazione tra muso e ala anteriore) se si esegue una traslazione lungo la direzione orizzontale.

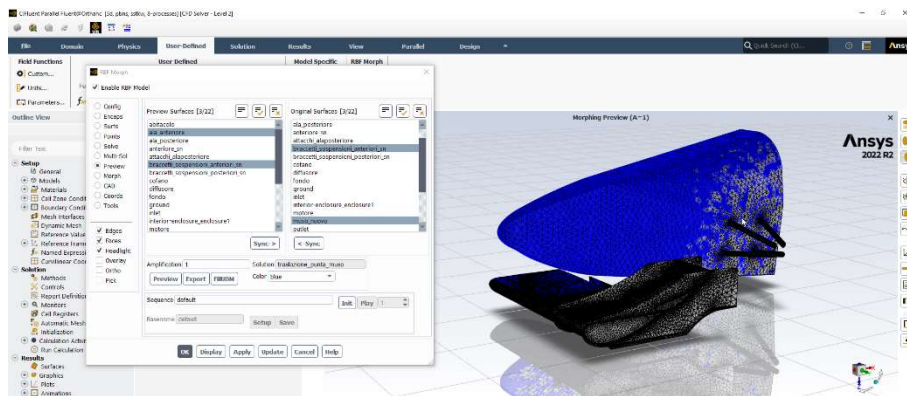


Figura 114- Geometria e mesh del muso prima e dopo la traslazione della punta

Poiché per questa applicazione la mesh non presenta un'ottima qualità come era stato nel caso del cubo, non è sufficiente verificare separatamente la mesh di ogni singola modifica di forma, ma è stato necessario assicurarsi che simultaneamente non compromettessero la griglia di calcolo con la formazione di elementi negativi.

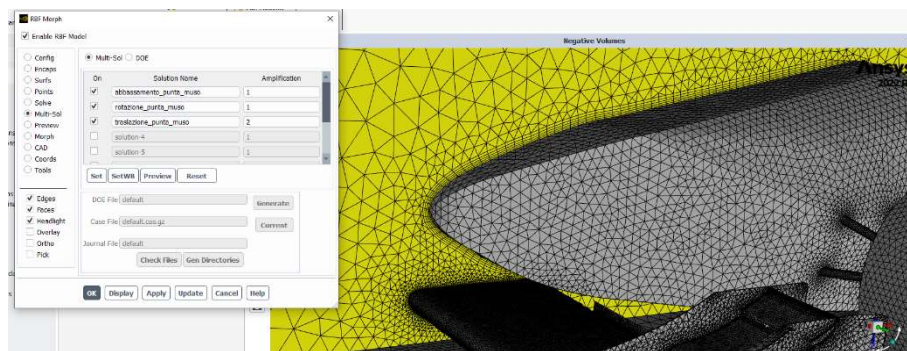


Figura 115- Impostazioni per il multi-sol

Per eseguire questa verifica, è stato utilizzato il solutore “multi-sol” di RBF Morph, che consente appunto l’applicazione simultanea di tutte le modifiche di forma, fissato un determinato fattore di amplificazione. Settato il multi-sol, è stato possibile controllare la qualità della mesh e la geometria a modifiche di forme applicate.

### 8.3. Ottimizzazione DOE e superficie di risposta

In maniera molto analoga a quanto è stato condotto per l’ottimizzazione del cubo, una volta terminata la preparazione dei file RBF Morph per le modifiche di forma, si è impostato Fluent in modo tale da poter eseguire le simulazioni successive sui parametri fissati in ingresso e in uscita.

Definiti quindi come parametri in ingresso le tre modifiche di forma sopra descritte e come parametri in uscita il coefficiente di lift, di drag e l’efficienza aerodinamica, si è eseguita una prima simulazione al fine di ottenere una condizione di convergenza da utilizzare come inizializzazione per i Design Points successivi.

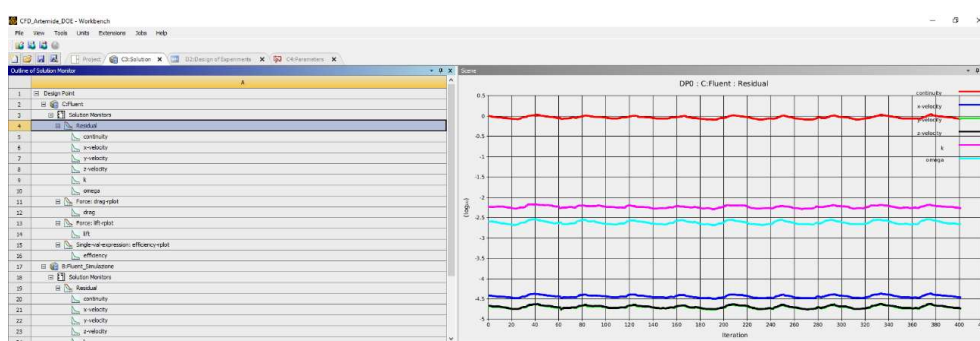


Figura 116- Andamento dei residui con inizializzazione dalla soluzione della baseline

Come per la simulazione eseguita prima dell’introduzione delle modifiche di forma, i parametri in uscita sono stati definiti impostando il calcolo della media degli ultimi 50 valori, in modo da tenere in considerazione l’andamento non perfettamente lineare di ciascuna soluzione.

Una volta esportati i dati della simulazione condotta per la configurazione indeformata, sono state modificate le impostazioni delle *Calculation Activities*, sia introducendo il file appena esportato come condizione di inizializzazione sia diminuendo il numero di iterazioni necessarie per il calcolo.

Aggiornando da Workbench la configurazione di partenza, è stato possibile monitorare l'andamento della simulazione, al fine di assicurarsi un corretto andamento dei residui sulla base delle nuove impostazioni.

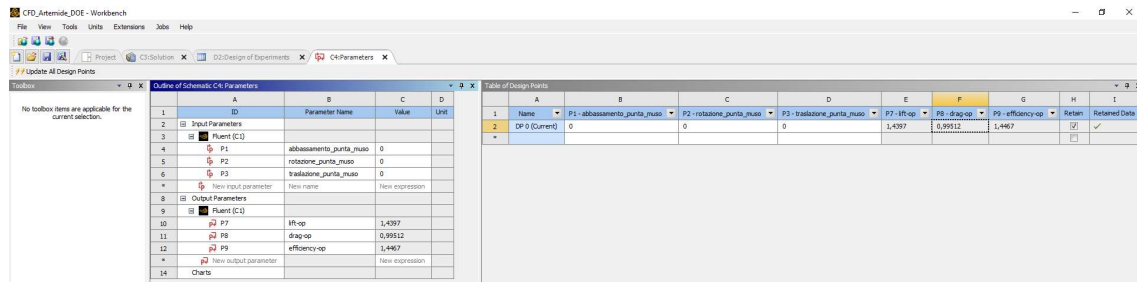


Figura 117-Risultati della baseline da Workbench

Terminata la soluzione, è stato possibile passare all'impostazione della DOE; l'intervallo di modifica dei parametri in ingresso è stato fissato per ciascuno di essi sulla base dei controlli eseguiti precedentemente sulla qualità della mesh che scaturisce dalle modifiche di forma applicate.

Table of Outline A2: Design Points of Design of Experiments								
	A	B	C	D	E	F	G	
1	Name	P1 - abbassamento_punta_muso	P2 - rotazione_punta_muso	P3 - traslazione_punta_muso	P7 - lift-op	P8 - drag-op	P9 - efficiency-op	
2	1 DP 13	0,83333	0,76667	0,33333	1,5168	0,98529	1,5395	
3	2 DP 6	0,36667	0,83333	0,2	1,4554	0,99876	1,4572	
4	3 DP 2	0,1	0,63333	1,5333	1,4628	0,99533	1,4696	
5	4 DP 12	0,76667	0,1	1,4	1,4404	0,98846	1,4572	
6	5 DP 1	0,033333	0,16667	1,1333	1,5161	0,98937	1,5324	
7	6 DP 15	0,96667	0,36667	0,73333	1,4847	0,98316	1,5101	
8	7 DP 10	0,63333	0,3	0,066667	1,4954	0,98795	1,5137	
9	8 DP 14	0,9	0,56667	1,6667	1,4294	0,98562	1,4503	
10	9 DP 9	0,56667	0,43333	0,86667	1,4442	0,99767	1,4476	
11	10 DP 8	0,5	0,7	1,9333	1,4362	0,99352	1,4456	
12	11 DP 4	0,23333	0,96667	1	1,4557	0,99442	1,4639	
13	12 DP 3	0,16667	0,5	0,46667	1,4738	1,0026	1,47	
14	13 DP 7	0,43333	0,033333	0,6	1,4271	0,99342	1,4365	
15	14 DP 11	0,7	0,9	1,2667	1,4438	0,99683	1,4484	
16	15 DP 5	0,3	0,23333	1,8	1,4225	0,99152	1,4347	

Figura 118-DOE completata

Una volta ottenuta la DOE, si è passati alla ricerca dei possibili punti di ottimo del problema, mediante la generazione della superficie di risposta. In questa sezione, è stato possibile valutare, oltre i punti di massimo e minimo, l'influenza delle modifiche di forma nei confronti dei parametri in uscita.

Com'era avvenuto in precedenza per l'ottimizzazione del cubo, è possibile graficare diverse superfici di risposta, per capire dove si trovino i punti di massimo e minimo rispetto ai parametri definiti sugli assi del diagramma.

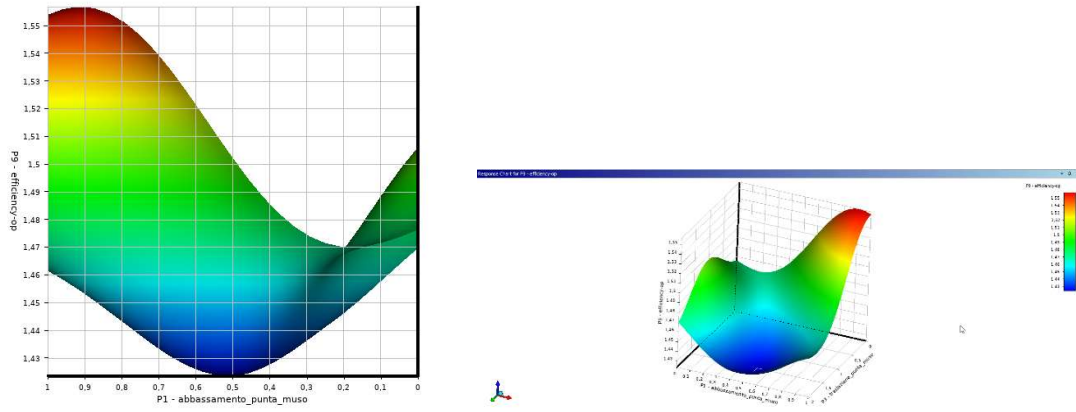


Figura 119-Superficie di risposta dell'efficienza in funzione dell'abbassamento e della traslazione del muso

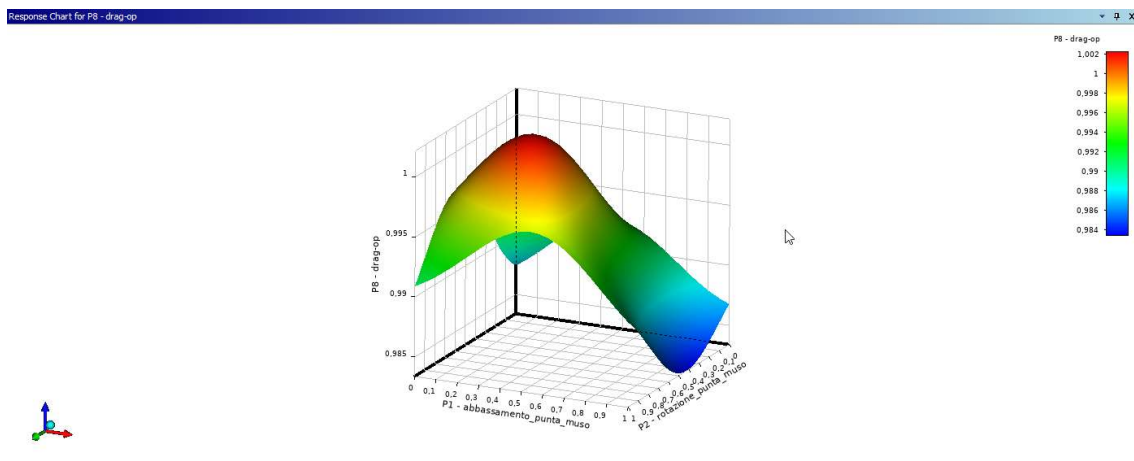


Figura 120-Superficie della risposta del coefficiente di drag in funzione dell'abbassamento e della rotazione della punta del muso

Ottenuta la superficie di risposta, fissata la ricerca del punto di massima efficienza, l'ottimizzazione ha condotto a tre possibili candidati; interessante notare come abbiano tutti un valore di efficienza uguale tra loro, ma dato da una combinazione dei parametri diversa, soprattutto nei valori di amplificazione tra la modifica di forma sulla rotazione della punta e la traslazione.

Il processo di ottimizzazione ha restituito come punto ottimale il Design Point riportato di seguito, il quale presenta un'efficienza aerodinamica pari a 1,54. Tale configurazione ha portato quindi ad

un incremento percentuale delle prestazioni aerodinamiche rispetto alla configurazione originale pari al 7%.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Name	P1 - abbassamento_punta_muso	P2 - rotazione_punta_muso	P3 - traslazione_punta_muso	P7 - lift-op	P8 - drag-op	P9 - efficiency-op
2	1 DP 13	0,83333	0,76667	0,33333	1,5168	0,98529	1,5395

Figura 121-Configurazione ottimale

## 9. Conclusioni

Il lavoro di tesi presentato si poneva l'obiettivo di introdurre gli strumenti e le metodologie per l'esecuzione di un'ottimizzazione in ambito aerodinamico. In particolare, è stato eseguito uno studio preliminare di ottimizzazione su un oggetto semplice come il cubo, per poi poter applicare le simulazioni CFD e gli strumenti di Mesh Morphing ad un progetto per la Formula SAE, ovvero l'ottimizzazione del muso della vettura della Scuderia di Tor Vergata.

Il processo di ottimizzazione del muso, che ha riguardato principalmente la punta a causa dei vincoli regolamentari, ha consentito di migliorare le prestazioni aerodinamiche della vettura del 7%. La metodologia applicata vuole essere solo un punto di partenza per poter consentire alla Scuderia di Tor Vergata di continuarsi a migliorare.

## 10. Bibliografia e Sitografia

Gori F., Corasaniti S., Petracchi I., *Lezioni di termofluidodinamica*, Roma, TeXmat, 2012

Katz J., *Race Car Aerodynamics, Designing for Speed*, Bentley Publishers, 1995

[http://web.tiscali.it/aero\\_web/Strato%20limite.htm](http://web.tiscali.it/aero_web/Strato%20limite.htm)

[https://it.wikipedia.org/wiki/Modellazione\\_della\\_turbolenza#Il\\_problema\\_della\\_chiusura](https://it.wikipedia.org/wiki/Modellazione_della_turbolenza#Il_problema_della_chiusura)

<https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node45.htm>

<https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node421.htm>

[https://moodle2.units.it/pluginfile.php/185767/mod\\_resource/content/1/Turbolenza.pdf](https://moodle2.units.it/pluginfile.php/185767/mod_resource/content/1/Turbolenza.pdf)

[https://elearning.unite.it/pluginfile.php/205260/mod\\_resource/content/0/4.1%29%20Cenni%20di%20Fisica.pdf](https://elearning.unite.it/pluginfile.php/205260/mod_resource/content/0/4.1%29%20Cenni%20di%20Fisica.pdf)

<https://www.corsi.univr.it/documenti/OccorrenzaIns/matdid/matdid715310.pdf>

[https://www.computationalfluiddynamics.com.au/y-plus\\_part1\\_understanding-the-physics-of-boundary-layers/](https://www.computationalfluiddynamics.com.au/y-plus_part1_understanding-the-physics-of-boundary-layers/)

<https://www.corsi.univr.it/documenti/OccorrenzaIns/matdid/matdid715310.pdf>

<http://calliope.dem.uniud.it/CLASS/FLUIDO-PN/separazione-strato-limite.pdf>

[https://www.nicolastella.it/wp-content/uploads/dlm\\_uploads/2016/04/ALL\\_APPUNTI\\_NICOLA\\_STELLA.pdf](https://www.nicolastella.it/wp-content/uploads/dlm_uploads/2016/04/ALL_APPUNTI_NICOLA_STELLA.pdf)

[http://www.ingegneriaaerospaziale.net/documenti/articoli/adepron08\\_0001.pdf](http://www.ingegneriaaerospaziale.net/documenti/articoli/adepron08_0001.pdf)

[https://moodle2.units.it/pluginfile.php/185767/mod\\_resource/content/1/Turbolenza.pdf](https://moodle2.units.it/pluginfile.php/185767/mod_resource/content/1/Turbolenza.pdf)

<https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node1.htm>

<https://www.fsaeonline.com>

[https://it.wikipedia.org/wiki/Formola\\_SAE](https://it.wikipedia.org/wiki/Formola_SAE)

[https://www.nicolastella.it/wp-content/uploads/dlm\\_uploads/2016/04/ALL\\_APPUNTI\\_NICOLA\\_STELLA.pdf](https://www.nicolastella.it/wp-content/uploads/dlm_uploads/2016/04/ALL_APPUNTI_NICOLA_STELLA.pdf)

[http://www.ingegneriaaerospaziale.net/documenti/articoli/adepron08\\_0001.pdf](http://www.ingegneriaaerospaziale.net/documenti/articoli/adepron08_0001.pdf)

[https://moodle2.units.it/pluginfile.php/185767/mod\\_resource/content/1/Turbolenza.pdf](https://moodle2.units.it/pluginfile.php/185767/mod_resource/content/1/Turbolenza.pdf)

<https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node1.htm>

<https://resources.system-analysis.cadence.com/blog/msa2021-cfd-meshing-methods>

<https://www.studiotermotecnicotrovato.it/blog-hvac/mesh/>

<http://docenti.ing.unipi.it/forgione-n/cfd.pdf>

[https://www.computationalfluiddynamics.com.au/y-plus\\_part1\\_understanding-the-physics-of-boundary-layers/](https://www.computationalfluiddynamics.com.au/y-plus_part1_understanding-the-physics-of-boundary-layers/)

<https://resources.system-analysis.cadence.com/blog/msa2021-cfd-meshing-methods>



<https://www.studiotermotecnicotrovato.it/blog-hvac/mesh/>

<https://webthesis.biblio.polito.it/20008/1/tesi.pdf>

<https://www.corsi.univr.it/documenti/OccorrenzaIns/matdid/matdid715310.pdf>

[https://www.RBF Morph.com/wp-content/uploads/2015/12/rivistedigitali\\_pi\\_2012\\_010\\_pag\\_056\\_060.pdf](https://www.RBF Morph.com/wp-content/uploads/2015/12/rivistedigitali_pi_2012_010_pag_056_060.pdf)

[https://www.RBF Morph.com/wp-content/uploads/2015/12/ac\\_56\\_maggio\\_2013\\_pp16\\_25.pdf](https://www.RBF Morph.com/wp-content/uploads/2015/12/ac_56_maggio_2013_pp16_25.pdf)

[https://www.centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/course/material/2015-04-22\\_-\\_cfd.pdf](https://www.centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/course/material/2015-04-22_-_cfd.pdf)

[https://www.mt.com/it/it/home/applications/L1\\_AutoChem\\_Applications/L2\\_ReactionAnalysis/design-of-experiments-doe.html](https://www.mt.com/it/it/home/applications/L1_AutoChem_Applications/L2_ReactionAnalysis/design-of-experiments-doe.html)

[http://www.image.unipd.it/s.lanzoni/teaching/PDF/Meccanica\\_Fluidi.pdf](http://www.image.unipd.it/s.lanzoni/teaching/PDF/Meccanica_Fluidi.pdf)

[http://www.ingmecc.uniroma1.it/attachments/1954\\_PCP\\_6%20Controllo%20Statistico%20di%20Processo%203.pdf](http://www.ingmecc.uniroma1.it/attachments/1954_PCP_6%20Controllo%20Statistico%20di%20Processo%203.pdf)

<https://moodle2.units.it/pluginfile.php/351401/course/section/83323/SuperficiRisposta.pdf>

[http://wpage.unina.it/agodemar/MS/MS\\_04\\_ProfiliedAli.pdf](http://wpage.unina.it/agodemar/MS/MS_04_ProfiliedAli.pdf) (foto)

<https://www.edutecnica.it/macchine/idrodyn/idrodyn.htm> (foto)

<https://simutechgroup.com/why-is-meshing-important-for-fea-fluid-simulations/>(foto)