



Università degli Studi di Roma Tor Vergata

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**OTTIMIZZAZIONE DI FLUSSI ESTERNI ED
INTERNI MEDIANTE METODI CFD
ADJOINT E MESH MORPHING**

A.A. 2019 / 2020

Candidato:

Andrea Lopez

Relatore:

Prof. Marco Evangelos Biancolini

Correlatore:

Ing. Corrado Groth

Indice

1	INTRODUZIONE	7
1.1	Struttura della tesi.....	8
2	CFD.....	11
2.1	Volumi finiti.....	11
2.2	CFD workflow	13
2.3	Equazioni di governo.....	16
2.3.1	Conservazione della portata.....	16
2.3.2	Conservazione della quantità di moto	17
2.3.3	Conservazione dell'energia	19
2.3.4	Equazioni di Navier-Stokes	20
2.4	Modelli di turbolenza	21
2.4.1	Turbolenza: definizione.....	21
2.4.2	Cascata di energia e dissipazione.....	22
2.4.3	Turbolenza omogenea ed isotropa e scala di Kolmogorov	23
2.4.4	Reynolds stress e lunghezza di mescolamento.....	24
2.4.5	Simulazione numerica della turbolenza.....	27
	Simulazione diretta (DNS)	28
	Modellistica RANS	28
2.4.6	Risoluzione a parete	30
2.5	Errori e validazione di risultati CFD	32
3	FLUSSI ESTERNI ED INTERNI.....	35
3.1	Flussi esterni.....	35
3.1.1	Il principio di Bernoulli.....	35
3.1.2	Coefficiente di pressione C_p	36
3.1.3	Lo strato limite.....	37
3.1.4	Gallerie del vento.....	38
3.1.5	Reazione aerodinamica	39
3.2	Flussi interni.....	43
3.2.1	Legge di Bernoulli modificata e valutazione delle perdite di carico	43
4	METODI DI OTTIMIZZAZIONE.....	47

4.1	Optimal Shape Design (OSD)	47
4.2	Definizione di un problema di ottimizzazione	48
4.2.1	Formulazione matematica di un problema di ottimizzazione	49
4.3	Classificazione dei metodi di ottimizzazione	50
4.3.1	Minimizzazione globale e locale.....	50
4.3.2	Metodi di ordine zero	51
4.3.3	Metodi basati sul gradiente.....	52
5	CALCOLO DELLA SENSIBILITÀ	55
5.1	Differenze finite (FD)	55
5.1.1	Metodo delle variabili complesse.....	56
5.1.2	Differenziazione automatica.....	57
5.2	Adjoint	57
5.2.1	Adjoint e moltiplicatori di Lagrange.....	58
5.2.2	Adjoint continuo e discreto.....	59
5.2.3	Utilizzo dell'adjoint	60
6	PARAMETRIZZAZIONE DI FORMA E MESH MORPHING	63
6.1	Mesh-morphing	64
6.2	Radial Basis Function (RBF)	65
6.2.1	Formulazione matematica	66
6.2.2	RBF morph TM	69
	Traslazione	70
	Rotazione.....	71
	Scaling.....	72
	Proiezione.....	73
	Offset.....	73
	Morphing sequenziale	74
7	METODI DI OTTIMIZZAZIONE CFD ADJOINT E MESH-MORPHING	75
7.1	Adjoint-sculpting	75
7.1.1	Smoothing	76
7.1.2	Adjoint-sculpting workflow.....	78
7.2	Adjoint-preview	80
7.2.1	Smorph-adjoint	81
7.2.2	Adjoint-preview workflow	83

7.3	Confronto tra i workflow proposti.....	85
8	APPLICAZIONI	87
8.1	Cubo	87
8.1.1	Geometria, mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento	87
8.1.2	Adjoint-sculpting	89
8.1.3	Adjoint-preview	91
	Automatic adjoint-preview	92
8.1.4	Analisi e confronto dei risultati.....	94
8.1.5	Cubo multi-obiettivo.....	96
	Adjoint-sculpting drag (ASD).....	97
	Adjoint-sculpting con due osservabili (AS2).....	98
	Adjoint-sculpting sum (ASS).....	98
	Adjoint-preview (AP).....	100
	Analisi e confronto dei risultati.....	101
8.2	Tubo con curva a 90°.....	103
8.2.1	Geometria, mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento	103
8.2.2	Adjoint-sculpting (AS).....	105
8.2.3	Adjoint-preview: encaps cilindrici (APC).....	109
8.2.4	Adjoint-preview: points (APP)	113
8.2.5	Analisi e confronto dei risultati.....	115
	Influenza della mesh	115
	Confronto risultati	116
8.3	Ahmed-body	120
8.3.1	Mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento.....	121
8.3.2	Adjoint-sculpting (AS).....	123
8.3.3	Adjoint-preview (AP).....	125
8.3.4	Adjoint-sculpting 2 (AS2)	131
8.3.5	Analisi e confronto dei risultati.....	133
8.3.6	Adjoint-preview multi-obiettivo	139
	Analisi dei risultati	141
8.4	Convogliatore d'aria.....	143
8.4.1	Geometria, mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento	144
8.4.2	Adjoint-sculpting	146
8.4.3	Adjoint-preview: encaps cilindrici	148
8.4.4	Analisi e confronto dei risultati.....	151
	Influenza della mesh	151
	Confronto risultati	152

9	CONCLUSIONI	155
10	APPENDICE	157
11	BIBLIOGRAFIA	161

1 Introduzione

In questa tesi sono stati proposti diversi flussi di lavoro basati su sulla fluidodinamica computazionale (CFD), su tecniche adjoint e sul morphing basato sulle Radial Basis Functions (RBF) per l'ottimizzazione di flussi interni ed esterni, sfruttando la simulazione numerica per il design di geometrie più performanti.

Un processo di miglioramento del design è composto sostanzialmente da due blocchi interconnessi: simulazioni numeriche e metodi di ottimizzazione. Per simulazione numerica si intende l'insieme dei metodi per prevedere e simulare accuratamente un problema fisico. La simulazione al computer ha assunto negli ultimi anni un ruolo predominante nell'ambito della progettazione meccanica, permettendo di ridurre notevolmente i tempi e i costi legati alla prototipazione di nuovi modelli e alla loro sperimentazione. Nelle applicazioni fluidodinamiche, i solutori CFD sono utilizzati non solo per eseguire analisi su modelli preesistenti, ma i risultati ottenuti ed elaborati, possono essere usati anche per guidare il processo di ottimizzazione, individuando la geometria migliore per l'applicazione considerata. In questo modo è possibile selezionare solo le configurazioni più interessanti, limitando il numero di modelli da realizzare e testare, e riducendo quindi tempi e costi richiesti per lo sviluppo del nuovo design.

I metodi di ottimizzazione descrivono la logica che guida il processo di miglioramento del design. In altri termini, sono degli algoritmi che trasformano i risultati della simulazione in un design migliore per l'applicazione considerata. I metodi di ottimizzazione possono essere classificati in metodi di ordine zero e metodi basati sul gradiente. Questi ultimi sono più vantaggiosi nei problemi con un elevato numero di parametri di progetto e sono stati approfonditi e applicati in questo studio. I parametri di progetto sono l'insieme di elementi del problema che possono essere modificati per migliorare le prestazioni dell'oggetto in esame. Possono essere condizioni al contorno, i materiali con cui è realizzato o proprietà geometriche. In questo lavoro i parametri di progetto presi in considerazione sono geometrici. L'approccio scelto per parametrizzare la geometria è fondamentale. Esistono diversi metodi per parametrizzare la mesh. In questa tesi è stato usato un approccio basato sul mesh-morphing, che permette di evitare il costoso processo di generazione di una nuova mesh per ogni variazione di forma, aggiornando le posizioni dei nodi per deformare la griglia. In particolare, è stato usato un metodo di mesh-morphing che sfrutta le RBF

per interpolare gli spostamenti imposti sui nodi della mesh. Le RBF presentano, tra gli altri, il vantaggio di essere mesh-less, ovvero indipendenti dalla mesh.

Ad oggi è sempre più importante poter considerare un elevato numero di parametri nei processi di ottimizzazione del design. Un esempio di questa necessità è dato dal recente successo industriale di metodi di produzione basati sull'additive manufacturing, caratterizzati da un alto numero di gradi di libertà in termini di possibili forme ottenibili, che hanno reso necessario dover esplorare l'influenza di molti parametri e in questo contesto, come detto in precedenza, i metodi basati sul gradiente sono più indicati. Queste tecniche sfruttano la sensibilità di forma, ovvero la derivata della funzione obiettivo rispetto allo spostamento superficiale, per guidare il processo di ottimizzazione individuando la direzione ottimale verso cui procedere. Calcolata la sensibilità, i dati ottenuti possono essere riportati sulla geometria studiata, ottenendo delle mappe di sensibilità che il progettista può esplorare per decidere come spostare le superfici per migliorare le prestazioni. Infatti, se una zona è caratterizzata da un valore maggiore del gradiente, vuol dire che, deformando tale zona, a parità di spostamento, si otterrà una variazione più significativa dell'osservabile. Ci sono diversi metodi per calcolare la sensibilità, ma nei problemi con un elevato numero di parametri risulta molto vantaggioso usare i solutori aggiunti. Infatti, con un solo calcolo adjoint, per ogni osservabile, è possibile valutare l'influenza di ciascun parametro di modifica di forma definito.

Sono stati proposti due flussi di lavoro basati su adjoint e mesh-morphing. Nel primo, denominato adjoint-sculpting, la parametrizzazione è automatica, mentre nel secondo, denominato adjoint-preview, le variazioni di forma sono imposte dal progettista.

1.1 Struttura della tesi

In questo paragrafo è delineata la struttura della tesi:

- Nel capitolo 1 è stato tracciato il percorso seguito nella tesi, riportando i temi trattati e schematizzandone la struttura;
- Nel capitolo 2 sono stati riportate delle linee guida per il calcolo CFD. In particolare, è stato presentato il workflow da seguire per un'analisi CFD, sono state approfondite le equazioni di governo e i modelli di turbolenza utilizzati ed è stato affrontato il problema degli errori e della validazione dei calcoli CFD;
- Nel capitolo 3 sono riportate delle considerazioni generali su flussi esterni ed interni, necessarie per comprendere ed interpretare i risultati delle analisi effettuate;

- Nel capitolo 4 è stata delineata una classificazione dei metodi di ottimizzazione, approfondendo il metodo di steepest descent, utilizzato nelle applicazioni proposte;
- Nel capitolo 5 è stata definita la sensibilità e sono stati descritti brevemente i principali metodi per calcolarla, approfondendo maggiormente il metodo adjoint, usato in questo lavoro di tesi;
- Nel capitolo 6 sono stati riportati i principali metodi di parametrizzazione della geometria, incentrando la trattazione sul metodo di mesh-morphing usato che sfrutta le RBF;
- Nel capitolo 7 sono stati presentati i flussi di lavoro di adjoint-sculpting e adjoint-preview;
- Nel capitolo 8 sono state riportate le applicazioni analizzate e i risultati ottenuti;
- Nel capitolo 9 sono state tracciate le conclusioni sul lavoro svolto;
- Nell'appendice è stato riportato lo script in linguaggio Scheme che permette di implementare in modo automatico il workflow di adjoint-preview sfruttando il metodo di caduta del gradiente.

2 CFD

La fluidodinamica computazionale, o CFD (Computational Fluid Dynamics), è una tecnica che permette di predire il comportamento del flusso fluido, il trasferimento di massa e calore, eventuali relazioni chimiche e relativi fenomeni. Tramite un'analisi CFD è possibile ricavare informazioni dettagliate sull'equilibrio di un flusso, come la distribuzione di pressione, di velocità o di temperatura, forze come lift e drag, etc. I solutori CFD sono usati in tutte le fasi di molti processi ingegneristici, dallo sviluppo di nuovi design, alla risoluzione di problemi, per ottimizzare superfici, etc. L'analisi CFD ha assunto, negli ultimi anni, un ruolo predominante nell'ambito della progettazione meccanica. Infatti, attraverso la simulazione numerica, è possibile ottenere risultati in maniera rapida ed economica, se confrontata con tecniche di prototipazione e sperimentazione. La simulazione numerica consente non solo di poter analizzare attentamente una configurazione assegnata, ma suggerisce anche quali potrebbero essere nuove soluzioni, che possono essere testate senza un grande dispendio di energia. È quindi possibile variare molti parametri ed utilizzare strategie normalmente improponibili utilizzando esclusivamente un approccio sperimentale. Questo si traduce in un'analisi di una casistica molto ampia, in tempi relativamente contenuti, permettendo di selezionare solo i casi più interessanti per la successiva fase di prototipazione e sperimentazione, limitando tempi e costi di quest'ultima fase che rimane comunque fondamentale.

2.1 Volumi finiti

In questo lavoro di tesi è stato utilizzato il solutore CFD di Ansys®, Fluent®. Fluent® è basato sul metodo a volumi finiti (FVM). FVM è un metodo per rappresentare e valutare le equazioni differenziali parziali come equazioni algebriche. Il dominio è suddiviso in un numero finito di volumi di controllo (figura 2.1), un set di celle non sovrapposte. Le equazioni di trasporto vengono applicate in alcuni punti discreti, detti nodi, per determinare le variabili di flusso. Questi nodi sono posizionati all'interno delle celle in posizioni tipiche come il centro i vertici e vi è un'ampia libertà nella scelta di celle e nodi. Le leggi di governo (approfondite maggiormente nel paragrafo successivo) sono l'equazione di continuità, di conservazione del momento della quantità di moto e dell'energia. Queste equazioni differenziali sono discretizzate in un sistema di equazioni algebriche. Infine le equazioni algebriche sono risolte numericamente, ovvero per via iterativa, per ricavare il campo della soluzione.

[1] Per una generica proprietà scalare ϕ l'equazione del trasporto di Reynolds è:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V (\rho\phi) dV + \int_{S_v} (\rho\phi)\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{S_v} (\Gamma \text{grad}\phi)\mathbf{n} dS + \int_{cV} S_\phi dV \quad (2.1)$$

Gli integrali dell'equazione rappresentano, da sinistra verso destra:

- Variazione locale di ϕ nel volume di controllo;
- Trasporto convettivo attraverso la superficie di contorno del volume di controllo;
- Trasporto diffusivo di ϕ attraverso la superficie di contorno del volume di controllo, con Γ coefficiente di diffusione;
- Incremento di ϕ dovuto a sorgenti generiche.

In Figura 2.2 è riportata una griglia di calcolo, al centro di ogni volume è posto un nodo in corrispondenza del quale vengono calcolate tutte le grandezze di interesse. In un caso bidimensionale, stazionario e senza sorgenti l'equazione del trasporto in forma discretizzata diventa:

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w + (\rho u A \phi)_n - (\rho u A \phi)_s = \left(\Gamma A \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \right)_w + \left(\Gamma A \frac{\Delta\phi}{\Delta y} \right)_n - \left(\Gamma A \frac{\Delta\phi}{\Delta y} \right)_s \quad (2.2)$$

I pedici indicati in lettera minuscola stanno ad indicare le superfici del volume di controllo (come indicato in figura). Essendo note solo le variabili nei nodi per risalire ai valori sulle interfacce bisogna ricorrere a delle tecniche di interpolazione.

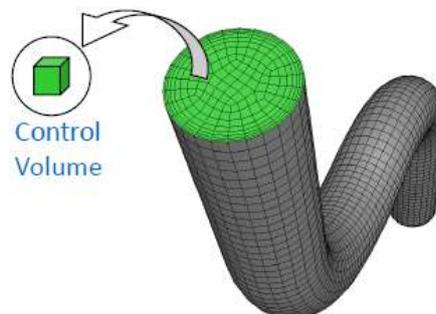


Figura 2.1: Dominio diviso in un set di volumi di controllo [2]

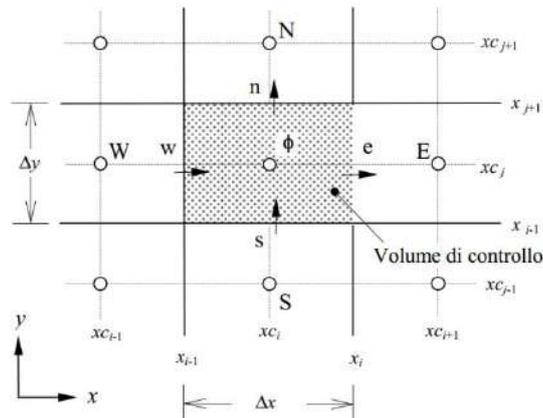


Figura 2.2: Discretizzazione volumi finiti

2.2 CFD workflow

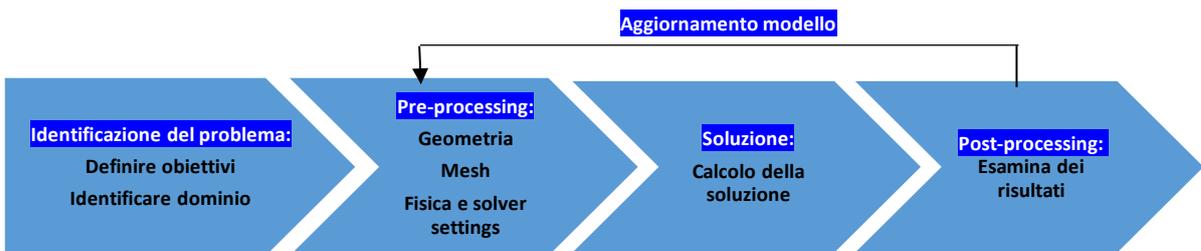


Figura 2.3: CFD workflow

In un'analisi CFD [2] si segue il seguente workflow (figura 2.3):

- Identificazione del problema
 - ➔ Definire gli obiettivi dell'analisi;
 - ➔ Individuare il dominio di interesse. In alcuni casi è possibile eseguire delle semplificazioni sulla geometria sfruttando proprietà come periodicità e simmetria. Può essere vantaggioso modificare delle zone non particolarmente significative come piccoli dettagli o irregolarità che comporterebbero difficoltà nel meshing. Infine in alcuni casi è possibile considerare solo una parte dell'oggetto studiato. Queste semplificazioni vengono considerate in base al livello di accuratezza richiesto, ai tempi e alla capacità di calcolo disponibili.
- Pre-processing
 - ➔ Definire la geometria dell'analisi. Generalmente viene costruito un modello CAD in base alle considerazioni fatte nella fase precedente;

- ➔ Definire la mesh. La mesh influenza molto tempi e attendibilità dei calcoli. Mesh più rade sono generalmente associate a tempi di calcolo minori ma ad una minor attendibilità dei risultati. Viceversa mesh più fitte comportano tempi di calcolo molto maggiori ma risultati più precisi. In alcuni casi può essere definita una mesh più fitta solo nella zona di maggior interesse, ad esempio in prossimità delle pareti o di dettagli più piccoli della geometria. Un altro aspetto fondamentale è la qualità della mesh. I principali indicatori di qualità sono lo skewness e l'orthogonal quality. Lo skewness indica la deformazione di una cella rispetto ad una cella ideale (figura 2.4). Sono quindi preferibili valori bassi di questo indicatore (figura 2.5). Il concetto di ortogonalità della mesh (figura 2.6) si riferisce a quanto gli angoli tra le facce degli elementi adiacenti (o i bordi degli elementi adiacenti) sono vicini a un angolo ottimale (a seconda della topologia pertinente). La misura dell'ortogonalità (figura 2.7) varia da 0 (non accettabile) a 1 (eccellente).
- ➔ Definire la fisica e settare il solutore. In questa fase sono definite le proprietà dei materiali (solidi, fluidi e miscele), viene selezionato il modello fisico pertinente al problema analizzato (modello di turbolenza, combustione, etc), vengono prescritte le condizioni al contorno e viene impostato il set-up per il controllo del solutore e della convergenza.

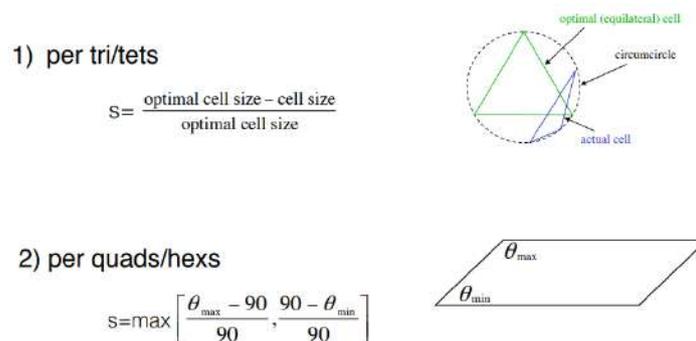


Figura 2.4: Definizione skewness

Excellent	Very good	Good	Acceptable	Bad	Unacceptable
0-0.25	0.25-0.50	0.50-0.80	0.80-0.94	0.95-0.97	0.98-1.00

Figura 2.5: Range di variazione skewness.

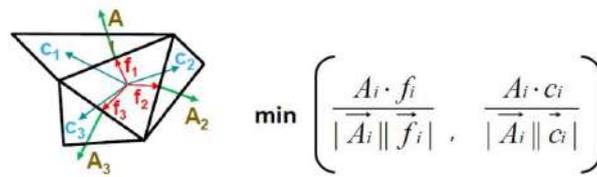


Figura 2.6: Definizione orthogonal quality

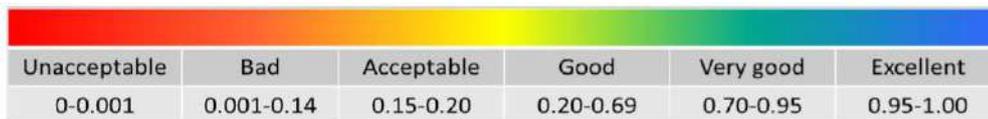


Figura 2.7: Range di variazione orthogonal quality

- Soluzione. Le equazioni di conservazione discretizzate sono risolte iterativamente fino a convergenza. La convergenza può essere considerata raggiunta quando la grandezza di interesse ha raggiunto un valore stabile (figura 2.8 sinistra), o quando si ottiene la conservazione complessiva delle proprietà, ovvero i residui monitorati raggiungono valori molto prossimi a 0 (figura 2.8 destra). L'accuratezza della soluzione dipende dalle assunzioni fatte, dai modelli fisici usati, dalla mesh utilizzata (se il problema è ben posto e la mesh ha una buona qualità, i risultati dovrebbero essere indipendenti dalla mesh) e da errori numerici.
- Post-processing. Vengono analizzati i risultati e, se non sono soddisfacenti, si modificano geometria o modelli utilizzati.

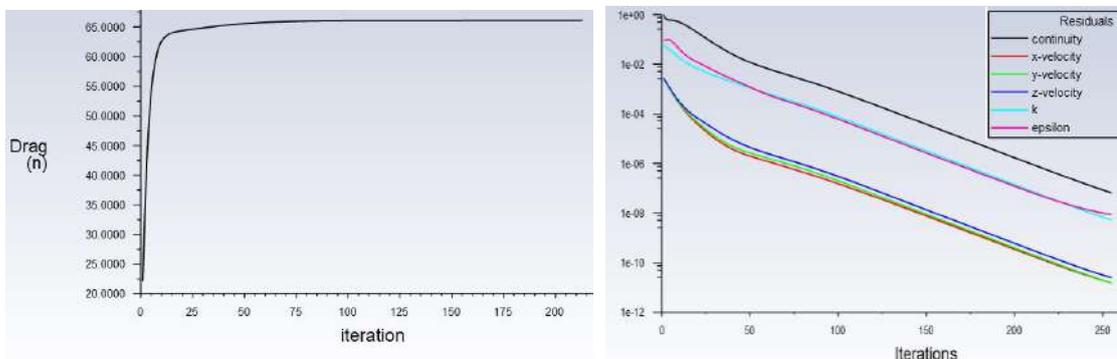


Figura 2.8: A sinistra il parametro di interesse (in questo caso il drag) raggiunge un valore stabile, a destra andamento dei residui per il corrispondente calcolo CFD.

2.3 Equazioni di governo

Le equazioni di governo di un solutore CFD sono sostanzialmente l'equazione di continuità, di conservazione del momento della quantità di moto e dell'energia. Le equazioni di trasporto sono risolte per il set di volumi di controllo definito applicando opportune condizioni al contorno. Per ricavare tali equazioni è necessario definire due ipotesi di lavoro:

- Ipotesi del continuo. All'interno del volume di analisi le medie risultano indipendenti dal numero di elementi contenuti nello stesso volume. Si può così parlare di proprietà del fluido senza considerare le caratteristiche delle singole molecole.
- Aria e acqua, che costituiscono il fluido di interesse nella stragrande maggioranza dei casi, si comportano come fluidi newtoniani.

La descrizione del moto di un fluido risulta più complessa rispetto a quella di un solido e la sola informazione sul baricentro e sugli angoli di Eulero non sono sufficienti a caratterizzare la distribuzione del fluido nello spazio. Quindi è possibile seguire due diversi approcci per descrivere l'evoluzione di un flusso. Il primo consiste nel seguire il moto di tutte le particelle fluide nel tempo mantenendo separata la loro identità. Questo approccio è detto lagrangiano. Nel secondo, invece, si descrive il moto del fluido considerando dei punti fissi nello spazio indipendentemente dalle particelle che li attraversano (approccio euleriano). Generalmente, essendo impossibile identificare le singole particelle fluide in un flusso, la descrizione lagrangiana non viene praticamente mai utilizzata anche se dal punto di vista teorico ha il vantaggio di fornire delle espressioni di più immediata comprensione per molte grandezze fluidodinamiche.

2.3.1 Conservazione della portata

L'equazione di conservazione della massa si ottiene imponendo nell'equazione 2.1:

$$\phi = 1; \quad \mathbf{u} = (u, v, w); \quad S_\phi = 0 \quad (2.3)$$

Da cui:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

L'equazione 2.4 è la legge di conservazione della portata in forma differenziale e può essere ricavata [1] considerando un generico elemento di volume infinitesimo con lati dx , dy e dz (figura 2.9).

Considerando, ad esempio, la direzione x , nel generico istante dt , si possono distinguere due contributi alla portata:

- Ingresso di massa attraverso la superficie $dy dz$ secondo la componente di velocità u :
 $\rho u dy dz dt$;
- Sviluppo in serie di Taylor dell'ingresso di massa, attraverso la superficie opposta a distanza dx dalla precedente, secondo la componente di velocità u :

$$-\left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx\right) dy dz dt.$$

Lo stesso ragionamento deve essere ripetuto anche in direzione y e z .

Essendo la massa una grandezza estensiva, considerando un fluido uniforme, con una densità costante rispetto al volume, si può scrivere:

$$\frac{Dm}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_V \rho dV = \frac{D\rho}{Dt} \cdot V = \frac{\partial\rho}{\partial t} dx dy dz \quad (2.5)$$

Sostituendo nell'equazione 2.5 il bilancio della portata al termine $\frac{Dm}{Dt}$, semplificando si ottiene:

$$\frac{\partial\rho u}{\partial x} + \frac{\partial\rho v}{\partial y} + \frac{\partial\rho w}{\partial z} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}) = 0 \quad (2.6)$$

La 2.6 è l'equazione di conservazione della portata in forma differenziale. Per fluidi a densità costante si semplifica ulteriormente: $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$

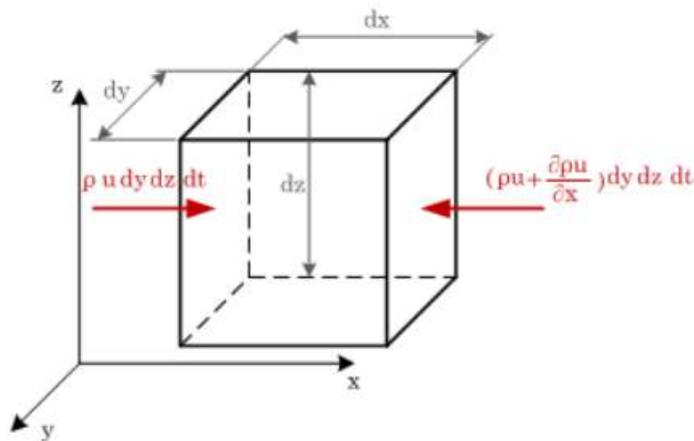


Figura 2.9: Bilancio della portata in direzione x

2.3.2 Conservazione della quantità di moto

L'equazione di conservazione della quantità di moto si ottiene [3] applicando la legge di Newton al generico volume di controllo: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

Le forze che agiscono sul volume di controllo possono essere distinte in forze di superficie e forze di volume. Fanno parte della prima categoria le forze di pressione e le forze viscosive, mentre la forza peso, la forza centrifuga e quella di Coriolis fanno parte delle forze di volume.

Senza perdita di generalità si pone:

$$\mathbf{F}_s = \int_{S_0} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS \quad \text{e} \quad \mathbf{F}_v = \int_{V_0} \rho \mathbf{f} dV \quad (2.7)$$

Nella relazione 2.7, è stato indicato con f la densità delle forze di volume (nel caso della sola forza peso f risulterebbe essere l'accelerazione di gravità) mentre T è il tensore degli sforzi di superficie. Si pone $\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}$, dove p è la pressione, \mathbf{I} è il tensore identità e $\boldsymbol{\tau}$ è la parte deviatorica degli sforzi viscosi. In questa decomposizione il tensore degli sforzi di superficie T viene decomposto in una parte isotropa dovuta alla pressione ed una parte deviatorica dovuta alla viscosità.

Quindi l'equazione di Newton può essere riscritta come:

$$\mathbf{F}_s + \mathbf{F}_v = m\mathbf{a} = \int_V \rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} dV \quad (2.8)$$

In figura 2.10 sono riportate le forze di superficie e volume che agiscono in direzione x , esplicitando tutti i contributi. Dall'equazione di bilancio si ottiene, semplificando:

$$-\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x = \rho \frac{Du}{Dt} \quad (2.9)$$

Valutando anche le direzioni y e z , considerando che per l'equilibrio alla rotazione del volume di controllo $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ e $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, si ottiene in definitiva l'equazione di conservazione della quantità di moto in forma differenziale:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{f} \quad (2.10)$$

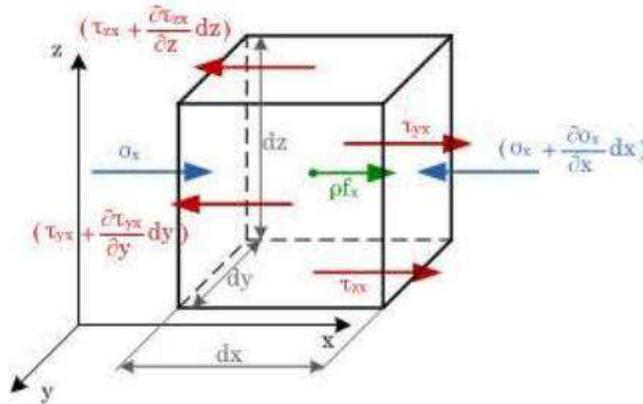


Figura 2.10: Forze di volume e superficie agenti in direzione x

2.3.3 Conservazione dell'energia

Per la formulazione dell'equazione [4] di conservazione dell'energia per un fluido, si parte dal primo principio della termodinamica che sancisce l'equivalenza tra le varie forme di energia. Indicando con E il contenuto totale di energia del volume materiale, e con \dot{L} e \dot{Q} rispettivamente il lavoro fatto sul sistema ed il calore introdotto nel sistema, entrambi per unità di tempo, si può scrivere:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{L} + \dot{Q} \quad (2.11)$$

Se si indica con ε l'energia totale specifica, ossia la grandezza intensiva coniugata ad E , applicando il teorema del trasporto di Reynolds, si può scrivere:

$$\int_{V_0} \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} dV + \int_{S_0} \rho \varepsilon \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \dot{L} + \dot{Q} \quad (2.12)$$

La 2.12 è l'equazione di conservazione dell'energia in forma integrale.

Per ricavare l'equazione di conservazione dell'energia in forma differenziale, si procede distinguendo anche \dot{L} e \dot{Q} nei contributi di volume e superficie:

$$\dot{L}_S = \int_{S_0} (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u} dS \quad \text{e} \quad \dot{L}_V = \int_{V_0} \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} dV \quad (2.13)$$

$$\dot{Q}_S = - \int_{S_0} \mathbf{K} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{S_0} \lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} dS \quad \text{e} \quad \dot{Q}_V = \int_{V_0} \rho \dot{q} dV \quad (2.14)$$

Nella 2.14 è posto, in base alla legge di Fourier, $\mathbf{K} = -\lambda \nabla T$ (essendo λ la conducibilità termica del materiale e ∇T il gradiente di temperatura).

Sostituendo nella 2.12 e applicando il teorema della divergenza, si ottiene:

$$\int_{V_0} \left(\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \mathbf{u}) \right) dV = \int_{V_0} \left(-\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \rho \dot{q} \right) dV \quad (2.15)$$

Data l'assoluta arbitrarietà del volume di controllo V_0 , devono risultare uguali le funzioni integrande a primo e secondo membro, da cui ne consegue l'equazione di conservazione dell'energia in forma differenziale:

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} \nabla \cdot (\rho \varepsilon \mathbf{u}) = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \rho \dot{q} \quad (2.16)$$

Infine, sottraendo alla 2.16 la 2.6 moltiplicata per ε si ottiene:

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \rho \dot{q} \quad (2.17)$$

2.3.4 Equazioni di Navier-Stokes

Data l'equazione la relazione costitutiva per i fluidi Newtoniani:

$$\boldsymbol{\tau} = -\frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E} \quad (2.18)$$

L'equazione di Navier-Stokes si ricava sostituendo la relazione 2.18 nell'equazione di conservazione della quantità di moto (2.10).

Nell'equazione 2.18 è stato indicato con \mathbf{E} la parte simmetrica di $\nabla\mathbf{u}$. Quindi sostituendo nella 2.10 si ottiene:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p - \frac{2}{3}\nabla \cdot [\mu(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I}] + 2\nabla \cdot (\mu\mathbf{E}) + \rho\mathbf{f} \quad (2.19)$$

La 2.19 è l'equazione di Navier-Stokes. Nel caso in cui si possa assumere che la viscosità del fluido non sia funzione della posizione allora si può scrivere:

$$\nabla \cdot (\mu \nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} = \mu \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad \text{e} \quad 2 \nabla \cdot (\mu \mathbf{E}) = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mu \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (2.20)$$

Da cui:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho\mathbf{f} + \frac{\mu}{3}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.21)$$

La 2.21 è l'equazione di Navier-Stokes per flussi a viscosità costante nello spazio. Se infine si aggiunge l'ulteriore ipotesi che il flusso sia incomprimibile, per cui l'equazione di conservazione della massa diventa $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, allora l'equazione di Navier-Stokes diventa:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho\mathbf{f} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.22)$$

Il numero di equazioni da utilizzare per la soluzione di un problema fluidodinamico dipende dalla natura del flusso. Se un flusso è incomprimibile la sua densità è costante e quindi le incognite sono solamente la velocità (3 componenti scalari) e la pressione (1 scalare). Risultano quindi necessarie 4 equazioni per la chiusura del problema. Queste 4 equazioni si ottengono dalla 2.22 (1 equazione vettoriale, ovvero 3 equazioni scalari) e dalla conservazione della portata $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ (1 equazione scalare). Nella soluzione dei flussi incomprimibili, quindi, non è necessario utilizzare la conservazione dell'energia. Al contrario, nel caso di flussi comprimibili, la densità è una variabile del problema. Risultano quindi necessarie 5 equazioni, per cui si deve aggiungere anche l'equazione di conservazione dell'energia (1 equazione scalare). Questa equazione, tuttavia, introduce come ulteriore incognita la temperatura e quindi richiede l'uso di un'altra relazione per chiudere il problema. Questa relazione è costituita dall'equazione di stato del fluido considerato che, mettendo in relazione densità pressione e temperatura senza introdurre incognite aggiuntive, pareggia il bilancio tra incognite ed equazioni.

2.4 Modelli di turbolenza

2.4.1 Turbolenza: definizione

Un flusso turbolento è caratterizzato da un moto disordinato, completamente tridimensionale e non stazionario e da fluttuazioni di velocità con caratteristiche non deterministiche. Il primo a condurre esperimenti in modo sistematico su flussi interni a tubi di sezione circolare fu O. Reynolds, il quale definì il fattore Ud/v (che in seguito prese il nome di numero di Reynolds) combinando la velocità media del flusso U , il diametro del tubo d e la viscosità cinematica del fluido v . Il numero di Reynolds fornisce una misura dell'importanza relativa delle forze d'inerzia rispetto a quelle viscosi. In base al valore di tale fattore, si possono distinguere 3 categorie differenti per la dinamica di un flusso. Un flusso può essere (figura 2.11) laminare, di transizione o turbolento. Il numero di Reynold è quindi definito come:

$$Re_L = \frac{UL}{\nu}$$

L è la lunghezza della scala e può essere l'ascissa, il diametro, il diametro idraulico, etc. Il valore del numero di Reynolds per il quale si ha la transizione, dipende dal tipo di flusso:

- Flusso esterno:
 - Lungo una superficie: $Re_x > 500000$
 - Intorno ad un ostacolo: $Re_L > 20000$
- Flusso interno: $Re_D > 2300$

Nei flussi contraddistinti da numeri di Reynolds abbastanza piccoli gli effetti viscosi prevalgono su quelli inerziali (non lineari) e, essendo inibito ogni trasferimento di energia, il moto medio a grande scala non degenera in strutture più piccole. In caso di numeri di Reynolds sufficientemente alti, al contrario, gli effetti inerziali prevalgono su quelli viscosi attivando il trasferimento tra i modi che porterà alla formazione di strutture fluidodinamiche più piccole.

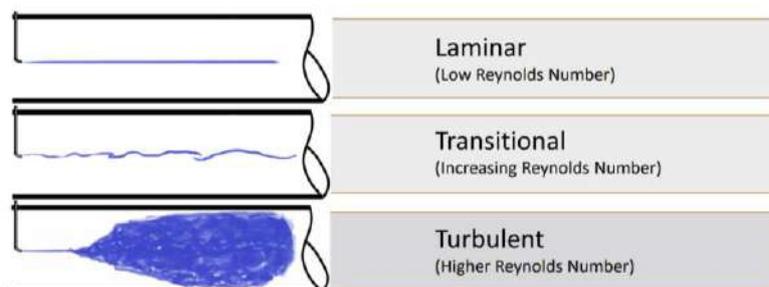


Figura 2.11: Schematizzazione tipi di flusso

2.4.2 Cascata di energia e dissipazione

Nei flussi turbolenti si osserva un processo di trasferimento di energia dalle grandi strutture vorticosi verso scale sempre più piccole che ne causano la dissipazione. Alla base di questo fenomeno c'è l'instabilità dei vortici di grandi dimensioni che si frammentano in strutture sempre più piccole producendo la cascata di energia dalle grandi verso le piccole scale. Naturalmente questo scenario è possibile se il tempo di sopravvivenza della singola struttura è superiore al tempo caratteristico di crescita delle instabilità. Dopo un certo numero di frammentazioni il meccanismo di cascata si arresterà in quanto le strutture avranno dimensioni così piccole da venire dissipate prima che l'instabilità abbia avuto il tempo di amplificarsi. La fisica dei fenomeni descritti, ovvero il trasferimento di energia dalle grandi alle piccole scale dove viene infine dissipata, è contenuta interamente nelle equazioni di Navier-Stokes [5].

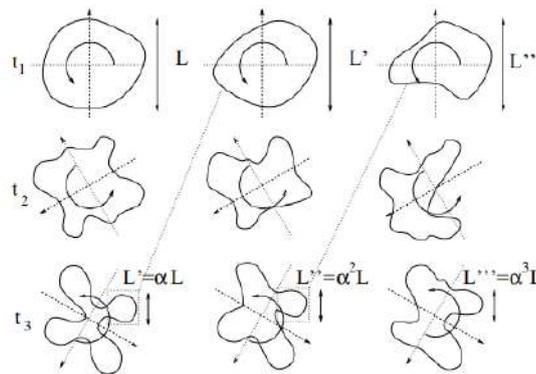


Figura 2.12: Disegno schematico dell'instabilità di un vortice che lo suddivide in strutture sempre più piccole (meccanismo di cascata).

Si definisce K l'energia cinetica del sistema:

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV = \frac{1}{2} \rho \int_V |\mathbf{u}|^2 dV \quad (2.23)$$

Sostituendo la 2.23 nell'equazione di Navier-Stokes per un flusso viscoso ed incomprimibile (2.22), attraverso alcuni passaggi [5] si ottiene:

$$\frac{dK}{dt} = \int_V \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} dV - \int \rho \nu |\nabla \mathbf{u}|^2 dV \quad (2.24)$$

L'ultimo termine di questa equazione contiene la definizione della "velocità di dissipazione dell'energia cinetica per unità di massa":

$$\epsilon = \nu |\nabla \mathbf{u}|^2 \quad (2.25)$$

Nell'equazione 2.24 sono presenti solamente i termini derivati dalle forze di volume e dal termine viscoso, mentre non è rimasta alcuna traccia dei termini non lineari e di pressione. Poiché K è l'energia cinetica del sistema fluido integrata su V , ciò implica che i termini non lineari e di pressione non alterano il bilancio globale di energia ma agiscono solo sul suo trasferimento, sia da un punto all'altro dello spazio, sia attraverso le varie scale. L'altra osservazione è legata alla definizione di ϵ che, risultando definita positiva, indica la continua diminuzione di energia cinetica del sistema a causa di questo termine. In altre parole, se nella relazione non ci fosse il termine contenente f allora l'energia cinetica diminuirebbe inesorabilmente nel tempo fino ad ottenere un flusso in quiete. Al contrario se un flusso è statisticamente stazionario allora la sua energia cinetica è costante e l'equazione 2.24 implica che $\int_V \rho f \cdot u \, dV = \int_V \rho \epsilon \, dV$

2.4.3 Turbolenza omogenea ed isotropa e scala di Kolmogorov

Quanto detto, si può riassumere osservando che l'energia si trasferisce in una sorta di processo a cascata (essenzialmente non viscosa) dalle strutture rotazionali più grandi a quelle più piccole (rispettivamente di dimensioni L e η) dove viene dissipata. Tuttavia per poter quantificare questo processo occorrono delle ipotesi, come ad esempio quelle fatte da Kolomogorov (1941) su una turbolenza omogenea ed isotropa. La turbolenza si definisce omogenea ed isotropa, rispettivamente, quando le sue caratteristiche statistiche non dipendono dalla posizione nello spazio e sono uguali in tutte le direzioni. È bene precisare subito che la turbolenza omogenea ed isotropa è un'astrazione concettuale e che non è mai riprodotta in modo esatto da alcun sistema fisico reale. Tuttavia la sua utilità per lo studio della turbolenza è duplice in quanto da un lato semplifica enormemente la trattazione teorica, dall'altro si osserva che tutti i sistemi reali soddisfano localmente le condizioni di omogeneità ed isotropia. Le tre ipotesi di Kolomogorov sono le seguenti:

- Per numeri di Reynolds sufficientemente elevati le strutture fluidodinamiche piccole sono statisticamente isotrope. Questo può essere compreso ipotizzando che, ad ogni passo della cascata, le strutture perdano sempre più memoria delle caratteristiche dei vortici che hanno innescato il trasferimento di energia, quindi le strutture più fini di qualunque flusso turbolento hanno tutte le stesse caratteristiche. Risulta necessario avere numeri di Reynolds sufficientemente grandi affinché gli effetti inerziali siano di gran lunga più importanti di quelli viscosi rendendo possibile un lungo processo di cascata dell'energia dalle strutture più grandi alle più piccole;

- Per numeri di Reynolds sufficientemente elevati, le caratteristiche delle piccole scale di tutti i flussi turbolenti sono universali e sono determinate dalla viscosità ν e dalla potenza dissipata ϵ . Infatti da un'analisi dimensionale [4] si ottiene:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}} ; u_\eta = (\nu\epsilon)^{\frac{1}{4}} ; t_\eta = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.26)$$

Le 3 relazioni 2.26 sono usate rispettivamente per la lunghezza, velocità e tempo delle scale dissipative (le più piccole). Quindi, considerando che per un processo stazionario ϵ coincide con la potenza immessa nel flusso dalle scale di moto più grandi, dette U ed L , rispettivamente, la velocità e la lunghezza caratteristiche di queste scale, si ottiene da considerazioni dimensionali $\epsilon = U^3/L$. È utile osservare che in questa stima dimensionale non è stata considerata la viscosità in quanto per le strutture più grandi gli effetti viscosi sono trascurabili. Dalla stima per ϵ e dalle relazioni delle scale più piccole, ricordando la definizione del numero di Reynolds $Re = UL/\nu$, si ottiene:

$$\frac{L}{\eta} = Re^{3/4} ; \frac{U}{u_\eta} = Re^{1/4} ; \frac{T}{t_\eta} = Re^{1/2} ; \quad (2.27)$$

Queste relazioni permettono di stimare i rapporti tra le caratteristiche delle scale più grandi e quelle più piccole in un flusso turbolento in funzione del solo numero di Reynolds;

- La terza ipotesi, necessaria per analizzare la dinamica delle strutture, dice che ad alti numeri di Reynolds le caratteristiche delle strutture di dimensione r ($L \gg r \gg \eta$) sono universali e dipendono unicamente da ϵ (sono quindi indipendenti da ν). Definita K l'energia cinetica per unità di massa del flusso, dalla terza ipotesi di Kolmogorov e da argomenti dimensionali si ottiene $E(k) = C\epsilon^{2/3}k^{-5/3}$, in cui C è una costante universale.

2.4.4 Reynolds stress e lunghezza di mescolamento

Le equazioni di Navier-Stokes che sono in grado di descrivere il moto e l'interazione di tutte le scale di moto, fino alle più piccole e dissipative. Purtroppo, dal punto di vista pratico, l'estremo dettaglio con cui queste equazioni descrivono il flusso costituisce al tempo stesso la debolezza del modello, in quanto le risorse di calcolo necessarie per la risoluzione di queste equazioni crescono vertiginosamente con il numero di Reynolds ($\sim Re^3$). In molte applicazioni pratiche la sola conoscenza delle grandezze medie può essere sufficiente per la soluzione del problema. In questi casi, partendo dalle equazioni di Navier-Stokes, si vogliono derivare delle equazioni più semplici per le sole grandezze medie. Nel caso di flussi turbolenti i parametri fluidodinamici possono essere

decomposti in una componente media $\langle U \rangle$, e in una fluttuante u : $U = \langle U \rangle + u$. È possibile scomporre ogni termine delle equazioni di Navier-Stokes distinguendo componente media e componente fluttuante. L'equazione così ottenuta [6] della q.d.m. media in direzione tangenziale, ha un termine in più rispetto al caso laminare, il Reynolds stress, che esprime il trasferimento di q.d.m tra i diversi layer mediante mescolamento:

$$0 = \nu \frac{d^2 \langle U \rangle}{dy^2} - \frac{d \langle uv \rangle}{dy} - \frac{1}{\rho} \frac{d \langle p \rangle}{dx} \quad (2.28)$$

In particolare, il termine $\varphi \cdot \nu \frac{d^2 \langle U \rangle}{dy^2}$ è il termine viscoso, risulta predominante vicino alla parete, dove la velocità è minore (per ipotesi di aderenza), il numero di Reynolds è più basso e le strutture turbolente non riescono a svilupparsi. Invece il termine $\varphi \frac{d}{dy} \langle uv \rangle$ è il termine inerziale, diventa predominante lontano dalla parete ed è legato al mescolamento. Quindi lo strato limite turbolento può essere diviso in tre regioni:

- Sottostrato viscoso, in prossimità della parete, in cui prevalgono gli sforzi viscosi;
- Regione inerziale, lontana dalla parete, in cui prevale lo sforzo di Reynolds;
- Zona di transizione.

Considerando innanzitutto la regione più vicina alla parete, si può definire un'altra scala, che definisce lo spessore del sottostrato viscoso, attraverso la velocità di attrito (u_τ):

$$\delta_v = \nu \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \frac{\nu}{u_\tau} \quad (2.29)$$

Quindi, la distanza dal muro si può adimensionalizzare rispetto a δ_v :

$$y^+ = \frac{y}{\delta_v} = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (2.30)$$

Nel sottostrato viscoso si può ritenere lo sforzo costante (e pari allo sforzo a parete), ipotesi che determina la dipendenza lineare della velocità dalla distanza dal muro. Infatti in termini adimensionali risulta:

$$u_\tau^2 = \frac{\tau_w}{\rho}; \quad y^+ = \frac{y}{\delta_v} = \frac{u_\tau y}{\nu}; \quad u^+ = \frac{\langle U \rangle}{u_\tau}. \quad (2.31)$$

Da cui:

$$\rho u_\tau^2 = \tau_w = \mu \frac{d \langle U \rangle}{dy} = \varphi u_\tau^2 \frac{du^+}{dy^+} \quad (2.32)$$

Confrontando il primo e l'ultimo termine e semplificando:

$$\frac{du^+}{dy^+} = 1 \Rightarrow u^+ = y^+ \quad (2.33)$$

Mentre il sistema originale di equazioni è chiuso (4 equazioni nelle 4 incognite) le equazioni del campo medio rimangono 4 a fronte di un numero di incognite maggiore. Questo problema è noto come “chiusura” della turbolenza. Per risolvere la velocità media è quindi necessario formulare un modello di turbolenza. Nella regione inerziale si può assumere che lo sforzo di Reynolds sia definito in maniera «simil-laminare», mediante la definizione di una viscosità turbolenta (ipotesi di Boussinesq):

$$-\langle uv \rangle = \frac{\tau}{\rho} = \nu_T \frac{d\langle U \rangle}{dy} = l_m^2 \left(\frac{d\langle U \rangle}{dy} \right)^2 \quad (2.34)$$

Sulla relazione 1.34 è necessario fare alcune considerazioni:

- Mentre ν è una proprietà molecolare del fluido e nelle ipotesi $\rho = \text{const}$, è costante in tutto il campo, ν_T è una proprietà del flusso il cui valore cambia in ogni punto del campo e nel tempo ($\nu_T = \nu_T(x, t)$);
- l_m è la lunghezza di mescolamento. Se si identificano i vortici più piccoli del flusso come le “molecole” della turbolenza si può immaginare che questi, dopo aver percorso una distanza l_m ad una velocità V , interagiscano mescolandosi tra loro e quindi diffondendo la quantità di moto. Il problema della determinazione di ν_T si tradurrà quindi nella valutazione di l_m (detta appunto lunghezza di mescolamento). Attraverso questo modello di turbolenza è possibile descrivere un fenomeno che avviene su scale molto piccole mediante una grandezza definita su una scala maggiore.
- Nello strato limite $l_m = ky$, con $k = \text{“costante di Von Karman”} = 0,41$.

Dalla 2.34 si ottiene:

$$(ky)^2 \left(\frac{d\langle U \rangle}{dy} \right)^2 = u_\tau^2 \Rightarrow \frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{ky^+} \Rightarrow u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \quad (2.35)$$

Un andamento tipico della velocità normalizzata U^+ in funzione delle coordinate di parete y^+ è riportato in figura 2.13, da cui si nota che il flusso ha due comportamenti distinti. Il primo per $y^+ \leq 5$ in cui la U^+ segue una legge lineare; questa regione corrisponde al sottostrato laminare come già anticipato, è caratterizzata da sforzi puramente viscosi di intensità circa costante. La seconda regione per $y^+ \geq 30$ segue una legge logaritmica. La regione intermedia ($5 \leq y^+ \leq 30$) è una regione di sovrapposizione dei due regimi in cui sia sforzi viscosi che turbolenti hanno rilevanza sul fenomeno (regione di transizione).

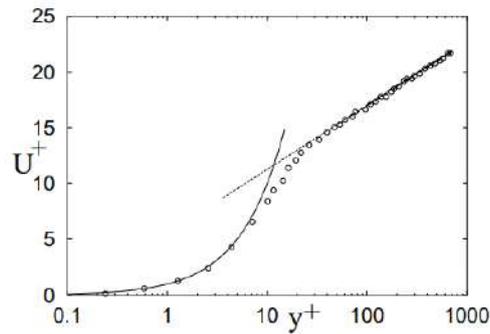


Figura 2.13: Andamento della velocità media normalizzata in funzione della distanza a parete normalizzata (scala logaritmica). Le linee indicano gli andamenti teorici, mentre i simboli sono valori misurati.

2.4.5 Simulazione numerica della turbolenza

Il meccanismo comune a tutti i fenomeni di turbolenza è la cascata dell'energia dalle strutture più grandi delle dimensioni del corpo che genera la turbolenza fino alle strutture più fini dell'ordine di grandezza della scala di Kolmogorov η . Il trasferimento di energia dalle grandi alle piccole scale avviene tramite i termini non lineari e di pressione con un processo essenzialmente non viscoso che quindi non dissipa energia. La maggior parte dell'energia del flusso è nelle grandi scale, mentre la dissipazione avviene alle piccole scale. Purtroppo per i flussi ad elevato numero di Reynolds la differenza di dimensioni esistente tra le scale più grandi e quelle più piccole diventa molto elevato ed in qualche punto della cascata bisogna necessariamente operare un taglio al di là del quale utilizzare un modello. La differenza esistente tra le varie tecniche di calcolo consiste proprio nella posizione del "taglio". Ci sono sostanzialmente tre approcci che possono essere seguiti: DNS, LES e RANS. In figura 2.14 [2] è riportato un disegno schematico dell'ampiezza della spaziatura di griglia in relazione alla tecnica di calcolo e delle scale del moto. In tabella 2.1 è riportato uno schema che confronta i tre approcci evidenziando le principali differenze.

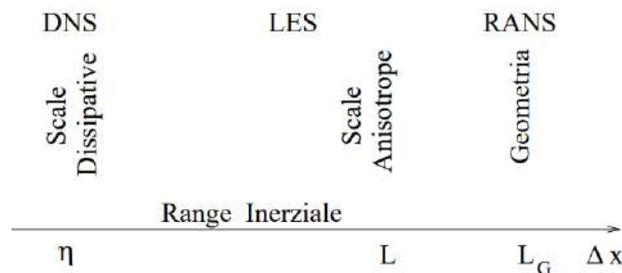


Figura 2.14: Disegno schematico dell'ampiezza della spaziatura di griglia in relazione alla tecnica di calcolo e delle scale del moto.

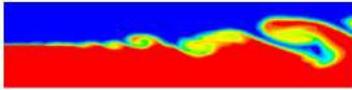
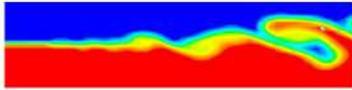
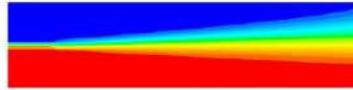
DNS (Direct Numerical Simulation)	LES (Large Eddy Simulation)	RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation)
		
Risolve interamente le equazioni di Navier-stokes	Risolve equazioni di N-S filtrate	Risolve equazioni di N-S mediate
Risolve l'intero spettro di scale	Alcune turbolenze vengono risolte direttamente	Tutta la turbolenza è modellata
Non sono richiesti modelli semplificativi	Meno costoso del DNS, ma le risorse di calcolo necessarie sono ancora troppo grandi per la maggior parte delle applicazioni pratiche	Per la maggior parte dei problemi, il flusso medio nel tempo (e il livello di turbolenza) sono tutto ciò che serve
Costo computazionale insostenibile		È l'approccio più utilizzato a livello industriale

Tabella 2.1: Confronto tra i tre approcci DNS, LES e RANS

Simulazione diretta (DNS)

La tecnica più ovvia è quella di non applicare nessun taglio alle scale del moto e simularle tutte (DNS) dalla dimensione L caratteristica del corpo, fino alla scala di Kolmogorov η [5]. Come detto, la dinamica della turbolenza è interamente contenuta nelle equazioni di Navier Stokes, ma dal punto di vista pratico le risorse di calcolo necessarie per la risoluzione di queste equazioni crescono vertiginosamente con il numero di Reynolds ($\sim Re^3$). Ad oggi la simulazione diretta di un flusso con un numero di Reynolds di qualche migliaio già costituisce una sfida per i moderni supercalcolatori anche limitandosi ad una geometria semplice. Se poi si considerano geometrie più complesse, richieste nelle applicazioni industriali, e le disomogeneità del flusso, si arriva alla conclusione che la simulazione diretta della turbolenza, ossia la soluzione delle equazioni di Navier Stokes senza alcun modello, non costituisce una possibilità di indagine di problemi pratici neanche nei prossimi decenni.

Modellistica RANS

Una filosofia completamente opposta alla simulazione diretta è quella dei metodi RANS [7]; questo acronimo, Reynolds-Averaged-Navier-Stokes (equations) ossia equazioni di Navier-Stokes

mediate secondo Reynolds, implica la soluzione delle equazioni di Reynolds per risolvere la velocità media.

- Modello K- ϵ . In questi modelli, l'energia cinetica turbolenta K e la sua velocità di dissipazione ϵ vengono utilizzate per creare, mediante considerazioni dimensionali, una scala di lunghezze e di tempo, $l_m = K^{3/2}/\epsilon$ e $T = K/\epsilon$, rispettivamente. Con queste quantità è possibile costruire una viscosità turbolenta $\nu_T = C_\nu l_m^2/T$ ossia:

$$\nu_t = C_\nu \frac{K^2}{\epsilon} \quad (2.36)$$

Dove C_ν è una costante da determinare empiricamente, mentre K ed ϵ sono ottenute dalle seguenti equazioni di trasporto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \epsilon \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} &= \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon_1} P_k - C_{\epsilon_2} \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

dove P_k rappresenta il termine di produzione di energia cinetica turbolenta, C_{ϵ_1} , C_{ϵ_2} e σ_ϵ costanti da determinare. Appare evidente come la soluzione del sistema di equazioni, insieme alle equazioni di Reynolds per il campo medio, sia fortemente dipendente dai valori delle costanti empiriche; un set di valori largamente utilizzato è $C_\nu = 0.09$, $C_{\epsilon_1} = 1.44$, $C_{\epsilon_2} = 1.92$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\epsilon = 1.3$.

Il modello k - ϵ viene largamente utilizzato in campo ingegneristico poiché robusto ed economico dal punto di vista computazionale. Le sue principali limitazioni consistono nel poterlo applicare solamente nel caso di flussi con turbolenza pienamente sviluppata. Inoltre, fornisce risultati non affidabili in presenza di zone ad elevata separazione, elevata curvatura delle linee di corrente ed elevati gradienti di pressione.

- Modelli k- ω . Il modello k- ω utilizza sempre due equazioni per chiudere il problema, ma invece di considerare il rateo di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta introduce una nuova grandezza ω detta rateo di dissipazione specifica:

$$\omega = \frac{\epsilon}{k} \quad (2.38)$$

Tale quantità può essere interpretata come una frequenza caratteristica del moto turbolento. La viscosità turbolenta viene allora calcolata, a partire dalla definizione di questa nuova grandezza, come:

$$v_T = \frac{k}{\omega} \quad (2.39)$$

A tal punto, le due equazioni di trasporto utilizzate nel modello sono:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma^* \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \beta^* \omega k \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} &= \alpha \frac{\omega}{k} P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] - \beta \omega^2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

dove P_k è il termine di produzione dell'energia cinetica turbolenta, mentre i vari coefficienti di chiusura del modello sono:

$$\alpha = \frac{5}{9}; \quad \beta = \frac{3}{40}; \quad \beta^* = \frac{1}{2}; \quad \sigma^* = \frac{1}{2}$$

A differenza del modello k-ε, quello appena introdotto funziona molto meglio nelle regioni vicino a parete e nelle zone in cui si evidenziano elevati gradienti di pressione. Uno dei problemi principali, invece, risiede nella difficoltà di scelta delle giuste condizioni al contorno da assegnare alla corrente indisturbata a monte. Al variare del valore di ω scelto all'ingresso del dominio, le grandezze del flusso calcolate possono variare sensibilmente. Tale comportamento è meno evidente invece nel modello k-ε, in cui dunque si evince una maggiore insensibilità alle condizioni al contorno che competono alla corrente esterna.

In figura 2.15 sono riportati tutti i modelli RANS [2] disponibili su Ansys Fluent

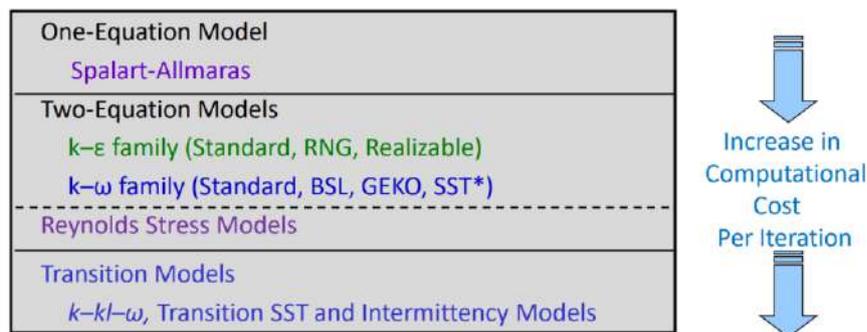


Figura 2.15: Modelli RANS disponibili su Ansys Fluent

2.4.6 Risoluzione a parete

In prossimità di pareti la dinamica della turbolenza è notevolmente diversa rispetto alle condizioni di omogeneità ed isotropia e ciò implica importanti modifiche nei modelli di turbolenza e variazioni (in peggio) delle stime delle risorse computazionali richieste dalle varie tecniche di

simulazione. Un primo importante effetto di parete è la diminuzione del numero di Reynolds locale che invalida l'ipotesi di alto numero di Reynolds alla base dei modelli di turbolenza. La manifestazione più evidente di tale fenomeno è l'eccessiva dissipazione prodotta dalla ν_T in prossimità di parete che, se non corretta produce risultati non affidabili. Per compensare questo effetto si usano delle funzioni di smorzamento (damping functions) $f(y)$ con cui modificare la viscosità turbolenta ν_T . Alcune funzioni di smorzamento sono le seguenti, tendono ad un valore unitario lontano dalla parete [5]:

$$f(y^+) = 1 - e^{-(0.0002y^+ + 0.00065(y^+)^2)}$$

$$f(y^+) = \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}}\right)^2, \text{ con } A^+ = 18 \quad (2.41)$$

Inoltre, mentre in condizioni di omogeneità ci sono la scala integrale L e quella dissipativa η , in prossimità delle pareti entrambe convergono a δ^+ , quindi sia i metodi RANS che i DNS devono risolvere le strutture fino alla scala δ^+ in prossimità delle pareti. Si consideri la simulazione numerica di uno strato limite turbolento su una lastra piana. Si indichi rispettivamente con x e z le coordinate nel piano della lastra ed y la direzione ortogonale. Siano Δx , Δy e Δz i passi di discretizzazione della griglia di calcolo. Per limitare il numero di punti di calcolo, generalmente si procede definendo una discretizzazione non uniforme nella direzione ortogonale alla parete (figura 1.16). Tuttavia il numero di punti di calcolo rimane comunque elevato perché Δx e Δz sono vincolati, devono essere proporzionali a δ^+ in quanto in un contesto di griglie strutturate, la stessa spaziatura di griglia in x e z deve essere mantenuta sia vicino che lontano dalla parete. Dunque se si potesse evitare di simulare esplicitamente lo strato di fluido più prossimo alla parete ($y_c \leq 30-300$) sarebbe possibile adottare una mesh considerevolmente meno fitta e soprattutto indipendente da δ^+ . Tuttavia, in questo caso, si deve sostituire lo stato di fluido che non viene esplicitamente simulato ($0 \leq y \leq y_c$) con un ulteriore modello, detto appunto modello di parete. Una delle possibilità più semplici, ed anche più utilizzate per simulazioni ingegneristiche RANS, è quella di sfruttare l'universalità del profilo di figura 2.13 per assegnare direttamente il valore di u^+ al particolare valore y_c^+ a cui viene posto il primo nodo di griglia rispetto alla parete. L'implementazione pratica di questa procedura, detta di "wall function", dipende molto sia dallo schema numerico che dal modello di turbolenza utilizzato. È inoltre importante notare che l'universalità del profilo di figura 2.13 è ottenuto solo per una lastra piana con gradiente di pressione esterno nullo e tale condizione non è mai soddisfatta da applicazioni computazionali di interesse ingegneristico. Inoltre in alcune situazioni, come la separazione dello strato limite, il profilo dello strato limite non è logaritmico, il che significa che le

funzioni della parete, che si basano sul profilo di velocità logaritmico, non prevedono correttamente lo strato limite.

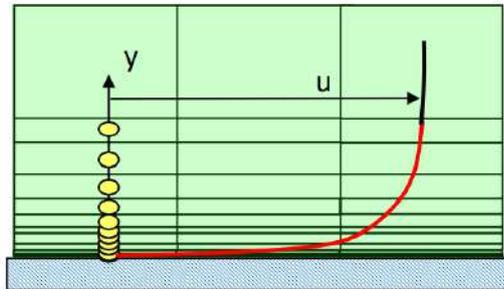


Figura 2.16: Mesh più fitta in prossimità della parete

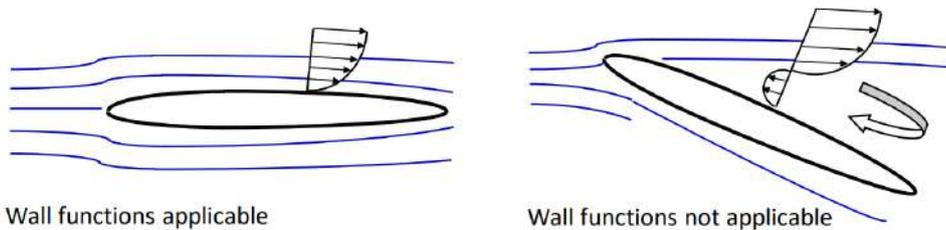


Figura 2.17: In alcune situazioni, come la separazione dello strato limite, le funzioni della parete non prevedono correttamente lo strato limite

2.5 Errori e validazione di risultati CFD

È importante conoscere gli errori che possono essere commessi in un'analisi CFD e averne una stima dell'ordine di grandezza. Il livello accettabile di errore varia a seconda dell'applicazione e della fase del progetto in cui si compie. Gli errori possono essere classificati sostanzialmente in quattro gruppi [2] che sono, in ordine crescente di rilevanza:

- Errori di arrotondamento. Gli errori di arrotondamento sono inevitabili in qualsiasi trattazione matematica. Per quantificare questi errori è sufficiente confrontare i risultati ottenuti su un caso in doppia-precisione, con uno in singola-precisione, a parità di altri parametri, condizioni al contorno e modelli usati;
- Errori di iterazione. Come descritto nei paragrafi precedenti, i sistemi di equazioni discretizzate sono risolti per via iterativa fino a convergenza. Viene definito errore di iterazione la differenza tra la soluzione esatta e quella ottenuta attraverso il processo

iterativo. Si può avere una stima degli errori di iterazione analizzando i residui. Un valore dei residui molto basso si traduce in un errore di iterazione ridotto, ma anche in costi computazionali più elevati. Come regola generale, l'errore di iterazione dovrebbe essere un ordine di grandezza inferiore all'errore di arrotondamento. La tolleranza sull'errore di convergenza deve aumentare se la griglia è fine.

- Errori di discretizzazione. È definito errore di discretizzazione la differenza tra la soluzione esatta delle equazioni e la soluzione esatta dell'approssimazione discreta. Possono essere stimati risolvendo il problema su griglie via via più fini. Anche in questo caso si cerca un compromesso. Infatti mesh molto fitte permettono di ridurre l'errore e avere un risultato più preciso, ma comportano anche un costo computazionale maggiore;
- Errori di modellazione. Ogni problema viene risolto introducendo dei modelli matematici. Ad esempio, per problemi di interesse industriale, come visto, la turbolenza può solo essere solo approssimata attraverso modelli semi-empirici. Ciò comporta l'introduzione di errori la cui entità dipende sostanzialmente dalla bontà del modello utilizzato. Sono i più difficili da stimare e possono essere valutati confrontando i risultati dell'analisi CFD con risultati sperimentali.

I criteri di validità del calcolo stabiliscono l'accuratezza della soluzione numerica al quale si è giunti dopo aver impostato correttamente il problema. Il sistema deve essere stabile, ovvero non si deve amplificare l'errore numerico ad ogni iterazione, ed arrivare correttamente a convergenza. Il soddisfacimento di queste condizioni assicura la coerenza di una soluzione dal punto di vista numerico, ma non necessariamente la sua validità da un punto di vista fisico. Per questo motivo bisogna studiare ed interpretati correttamente i risultati ottenuti; questa fase dello studio risulta agevolata nel caso si disponga di risultati sperimentali con il quale effettuare un confronto.

3 Flussi Esterni ed interni

La principale differenza tra flussi interni ed esterni è che i flussi interni sono dominati dall'influenza della viscosità in tutto il campo di moto, mentre nei flussi esterni, gli effetti viscosi sono limitati sostanzialmente allo strato limite e alla scia. Inoltre, sono diverse le grandezze di interesse. Infatti nell'analisi di flussi esterni, vengono valutate la reazione aerodinamica, drag, deportanza, C_p ed, in generale, i parametri che permettono di quantificare e descrivere l'aerodinamica del profilo. Invece nei flussi interni, nella maggior parte dei problemi di ottimizzazione trattati, si valutano le perdite di carico, che devono essere minimizzate, o in generale le caratteristiche del fluido in uscita dal condotto.

3.1 Flussi esterni

3.1.1 Il principio di Bernoulli

Il principio di Bernoulli è valido nell'ipotesi di trascurare gli effetti di comprimibilità dell'aria, di trascurare la dissipazione di energia per attrito viscoso e di ritenere l'aria un fluido omogeneo. Il principio afferma che la somma di energia di pressione ed energia cinetica è costante lungo una linea di corrente. Da ciò si può ricavare, nelle suddette ipotesi, la costanza della somma di pressione statica e pressione dinamica, ovvero:

$$P_{st} + P_{din} = P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{cost} = P_{tot} \quad (3.1)$$

Dove ρ è la densità dell'aria, V è la velocità del flusso e P è la pressione dell'aria. Richiamando il principio di conservazione della portata volumetrica ($S \cdot V = Q = \text{cost}$), e sostituendo nell'equazione 3.1 applicata su due punti distinti 1 e 2, si ottiene:

$$\frac{Q^2}{S_1^2} + 2\frac{P_1}{\rho} = \frac{Q^2}{S_2^2} + 2\frac{P_2}{\rho} \quad (3.2)$$

Questa equazione ci dice che una restrizione (diminuzione di S) causa una diminuzione della pressione statica: otteniamo così un modo equivalente di esprimere la generazione delle forze aerodinamiche. Infatti, immaginando il campo di moto attorno al veicolo come l'insieme di "n" tubi di flusso, la superficie convessa del corpo vettura "deforma" il campo al di sopra di esso riducendo la sezione di passaggio della portata d'aria, con conseguente aumento della velocità di flusso e

riduzione di pressione statica. Se tale riduzione avviene al di sopra della vettura, ad esso verrà applicata una forza portante, cioè rivolta verso l'alto, viceversa se la superficie convessa è rivolta verso il basso, come nel caso dei profili alari deportanti delle automobili, il corpo verrà investito da una forza deportante, cioè verso il terreno.

3.1.2 Coefficiente di pressione C_p

Un parametro molto importante è il coefficiente di pressione C_p . Esso consente di sintetizzare l'andamento della pressione lungo un generico profilo e quindi correggere in fase di progettazione o sviluppo, eventuali anomalie nelle forme. Si definisce coefficiente di pressione C_p la grandezza adimensionale che si ottiene:

$$C_p = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2}\rho V_0^2} \quad (3.3)$$

Dove P_0 e V_0 sono rispettivamente pressione e velocità a monte del profilo. Si può facilmente verificare che nei punti di arresto del flusso, chiamati punti di ristagno (per esempio il frontale dell'auto) si registra il massimo valore di C_p , pari ad 1. In un qualsiasi punto del campo di moto, sufficientemente lontano da non essere alterato dalla presenza del veicolo, si avrà $C_p = 0$. In figura 3.1 è riportato l'andamento del C_p per una generica vettura. L'esistenza di molti punti di distacco comporta la nascita di elevati coefficienti di drag.

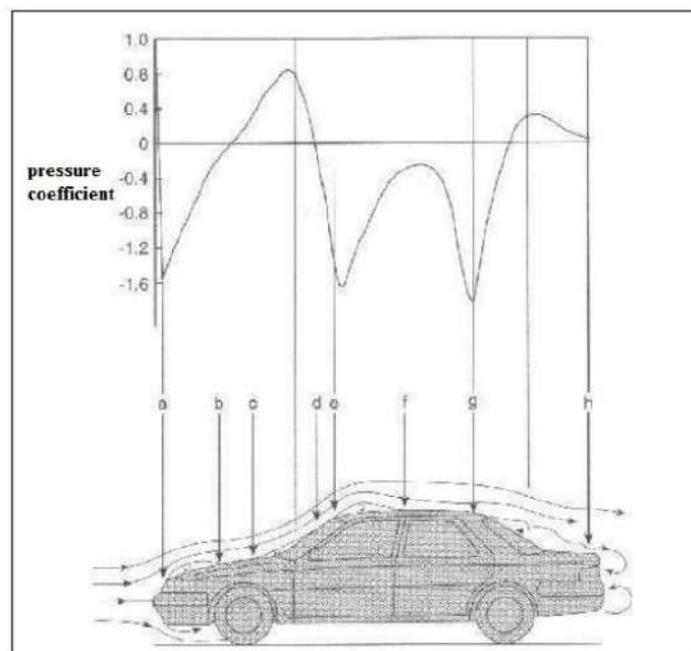


Figura 3.1: C_p su una generica autovettura a tre volumi

3.1.3 Lo strato limite

Lo strato limite è una regione, di piccolissimo spessore, in cui i gradienti di velocità sono molto elevati e le azioni viscosi non sono più trascurabili. Immaginando una lastra piana investita da un fluido uniforme, la velocità delle particelle di fluido adiacenti alla superficie è pari a zero, quindi la velocità aumenta molto rapidamente fino a raggiungere il valore di velocità del flusso indisturbato. Questa differenza di velocità genera dei forti gradienti in prossimità del corpo che rendono non trascurabili gli sforzi viscosi. Il sottile strato di fluido adiacente al corpo dove i termini viscosi non si possono trascurare (o più precisamente dove i termini viscosi sono dello stesso ordine di grandezza di quelli inerziali nel bilancio della quantità di moto) viene detto strato limite. Lo spessore dello strato limite aumenta all'aumentare della distanza lungo la lastra. Applicando questi concetti, ad esempio, al corpo di una autovettura, si nota come lo spessore dello strato limite aumenti man mano che ci si allontana dalla parte anteriore della vettura (figura 3.2). A 100 km/h si passa da uno spessore di pochi millimetri all'anteriore fino ad arrivare a parecchi centimetri al posteriore. È noto che uno strato limite più spesso produca forze viscosi più elevate e quindi una maggiore resistenza all'avanzamento dell'autovettura. Se l'incremento di spessore dello strato limite avviene in maniera troppo brusca, è possibile che si verifichi un distacco della vena fluida, cioè il flusso non rimane più adiacente alla superficie, esattamente come avviene nella parte posteriore della maggior parte delle vetture. Il distacco della vena fluida in alcuni casi viene ricercato dai progettisti, che volutamente rendono la parte posteriore dell'auto spigolosa, creando un piccolo spoiler. Si provoca il distacco per evitare che esso avvenga dopo che il flusso ha aggirato lo spigolo del cofano posteriore. Infatti se ciò accadesse, l'aria acquisterebbe notevole velocità sul bordo, con conseguente riduzione di pressione e aumento del drag. L'utilizzo di un piccolo spoiler, anticipando il distacco della vena fluida, evita questo inconveniente.

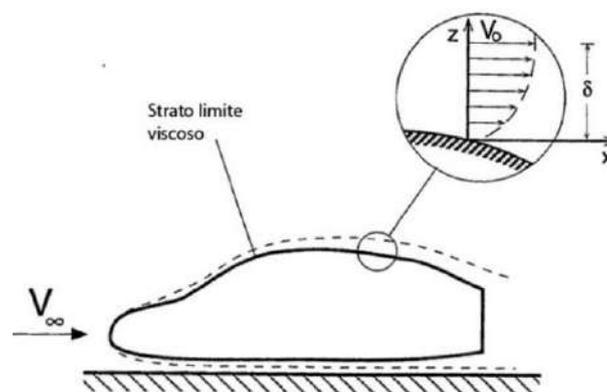


Figura 3.2: Evoluzione strato limite sul corpo di un'autovettura

3.1.4 Gallerie del vento

Quando le vetture vengono sviluppate aerodinamicamente, spesso si utilizzano le gallerie del vento [8], che si basano sul cosiddetto principio di reciprocità: esso afferma che dal punto di vista del valore delle grandezze fisiche che vengono misurate, è indifferente muovere un corpo in un fluido fermo o muovere il fluido attorno ad un corpo fermo. Nelle gallerie del vento il corpo fermo è investito da un flusso alla velocità richiesta per lo specifico oggetto da testare. Per ragioni economiche spesso i modelli utilizzati sono riproduzioni in scala, le difficoltà maggiori di questo approccio sono che le forze misurate non sono semplicemente multiple delle forze che si misurerebbero con la scala originale, a causa della diversità del numero di Reynolds. Per cui, tenendo presente l'equazione che descrive tale parametro, i metodi utilizzati per risolvere questo inconveniente sono quelli di aumentare la velocità del flusso oppure utilizzare gallerie del vento pressurizzate, per aumentare la densità dell'aria e quindi mantenere costante il numero di Reynolds.

La struttura generale di una galleria del vento automobilistica (figura 3.3) è rappresentata da un circuito chiuso in cui il fluido è accelerato da una ventola, segue un parte di condotto in cui si stabilizza, attraversa una serie di reti e strutture a nido d'ape per impedire l'ingresso in camera di prova di corpi estranei ed eliminare le strutture turbolente di scala maggiore, dopodiché tramite un convergente accelera a velocità dell'ordine di 50-70 m/s in camera di prova, dove è presente un dispositivo di suolo mobile grazie al quale si realizza la condizione di velocità relativa nulla fra fluido e suolo. Nonostante vari decenni di sviluppo la galleria del vento presenta ancora alcune problematiche ed approssimazioni, a seguito del quale il flusso attorno al corpo risulta differente rispetto alla condizione reale a causa di svariati fattori, fra cui effetti di bloccaggio, flusso non parallelo, interazione con le strutture di supporto.

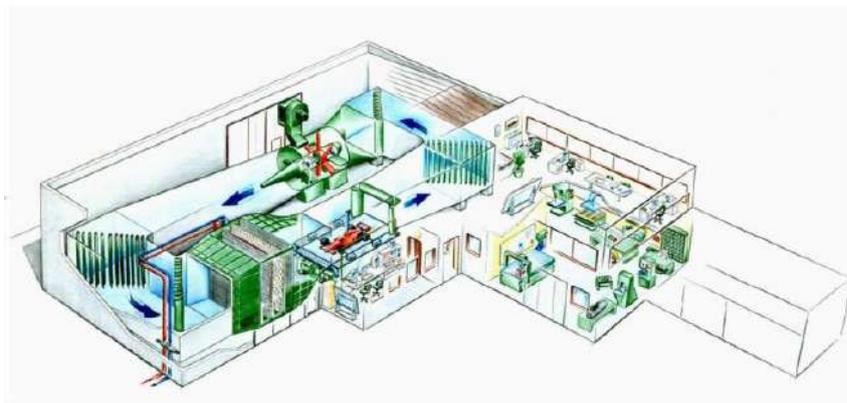


Figura 3.3: Modello galleria del vento Dallara

Anche nelle analisi CFD è possibile utilizzare lo stesso approccio e creare un modello di galleria del vento. Per limitare il numero di nodi ed elementi, generalmente viene utilizzata una spaziatura della griglia di calcolo minore in prossimità della parete dell'oggetto studiato, ed elementi di dimensione maggiore lontano da essa. Questo può essere fatto su Ansys Fluent creando delle apposite geometrie di dimensioni appropriate (body of influence). Per ognuna di esse può essere impostato un sizing diverso. Ad esempio, in riferimento alla figura 3.4 [9], sono stati creati due parallelepipedi oltre alla galleria del vento. Il più interno avrà elementi più piccoli, il più esterno avrà elementi di dimensione maggiore. In questo modo è possibile ridurre il numero di elementi e, quindi, i tempi di calcolo, ma avere comunque strutture abbastanza fini a parete, e, quindi, risultati affidabili e precisi.

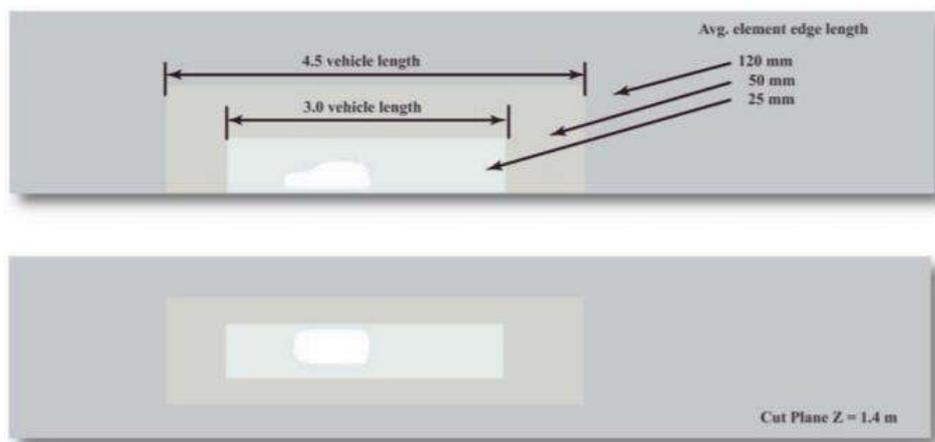


Figura 3.4: Schematizzazione galleria del vento per CFD

3.1.5 Reazione aerodinamica

La reazione aerodinamica è la forza generata per il Terzo Principio della Dinamica di azione e reazione, dall'incidenza di un flusso d'aria in un corpo opportunamente sagomato, applicata nel centro di pressione della superficie considerata. Questa forza nasce da una differenza di pressione esercitata dal flusso dell'aria sotto e sopra l'ala. La forza aerodinamica totale, dunque, non è altro che la differenza di pressione tra le due superfici dell'ala, con la pressione sull'intradosso maggiore rispetto a quella sull'estradosso. Questo discorso può essere ovviamente generalizzato per qualsiasi corpo lambito da un flusso esterno.

È possibile scomporre tale forza in due componenti: la componente nella direzione del moto è il drag, la componente ortogonale è la portanza o lift. Drag e lift possono essere calcolati con le seguenti relazioni:

$$L = \frac{1}{2} c_l \rho A V^2 ; D = \frac{1}{2} c_d \rho A V^2 \quad (3.4)$$

Dove c_l e c_d sono rispettivamente i coefficienti di lift e drag, A è la superficie investita dal fluido, ρ è la densità del fluido e V la velocità relativa tra il profilo e il flusso d'aria.

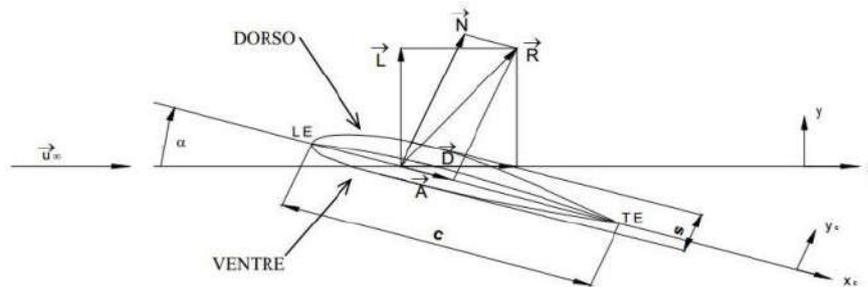


Figura 3.5: Forze aerodinamiche su profilo alare

Nelle applicazioni automotive, generalmente si fa riferimento alla deportanza, che ha stessa direzione del lift ma verso opposto (è rivolta verso il terreno). Nelle autovetture viene minimizzato il lift e, quindi, aumentata la deportanza per migliorare la stabilità, soprattutto nella guida ad alta velocità. Per questo scopo, nelle auto da competizione vengono utilizzati alettoni o dams anteriori. Un altro effetto di natura aerodinamica, che ha come obiettivo quello di aumentare la deportanza al fine di una migliore stabilità, è l'effetto suolo. Questo accorgimento, presente nelle vetture da corsa, sfrutta un aumento della deportanza dovuto all'accelerazione dell'aria nel fondo scocca sfruttando l'effetto Venturi (figura 3.7). In tal proposito sono stati sviluppati molteplici strategie come, ad esempio, il fondo piatto con diffusore finale e le minigonne. L'obiettivo è ridurre la pressione sulla parte inferiore del veicolo per aumentare la deportanza. Per quanto riguarda la distanza dal suolo del corpo vettura, è dimostrato che tale distanza abbia una forte influenza sui coefficienti aerodinamici del veicolo. In particolare, in un veicolo a ruote coperte con una sottoscocca particolarmente liscia, la resistenza (drag) e la portanza (lift) decrescono al diminuire della distanza dal suolo. La diminuzione del lift è imputabile all'incremento della velocità del flusso sotto la vettura, al diminuire della distanza dal suolo (e quindi della sezione di passaggio), che porta ad una diminuzione di pressione. La riduzione di drag invece è imputabile a due effetti: il primo è la riduzione della zona di turbolenza al posteriore della vettura, a causa nuovamente dell'elevata velocità del flusso che proviene da sotto il veicolo che si indirizza nella zona di separazione del

flusso, riducendola; il secondo è la riduzione della sezione frontale delle ruote, che vengono coperte dal corpo vettura quando questo si abbassa.



Figura 3.6: Forze aerodinamiche su un veicolo

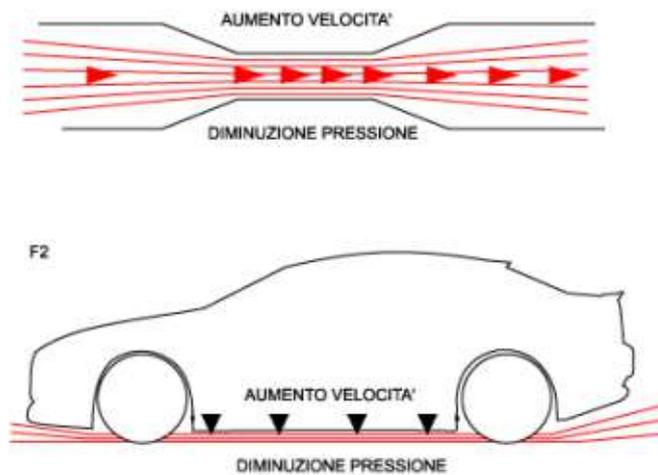


Figura 3.7: Effetto Venturi sulla parte inferiore dell'automobile

Il Drag è il fattore aerodinamico che ha la maggiore influenza su parametri quali il consumo di carburante e la velocità in rettilineo. Il drag ha tre componenti:

- Surface friction drag, è causata dall'attrito prodotto dalle forze viscosse dello strato limite. Più spesso è lo strato limite e maggiormente il fluido sarà rallentato e quindi maggiore sarà il drag di tipo viscoso. Uno strato limite laminare, essendo più sottile, produrrà meno drag rispetto ad uno strato limite turbolento: per cui superfici più lisce, ritardando la transizione lungo il profilo dell'ala da strato limite laminare a turbolento, permetteranno

di ottenere minori drag. Viceversa profili più ruvidi sono associati a sforzi maggiori a parete e quindi ad una maggiore aderenza, ostacolando la separazione;

- Pressure drag o form drag. Nella parte terminale del tetto il flusso si separa dalla superficie causando la formazione di una scia. Il principale effetto del distacco della vena fluida è la formazione di una zona a pressione minore di quella presente nella regione frontale dell'auto e ciò, genera una forza in verso opposto al moto. Tale forza prende il nome di pressure drag e rappresenta la componente maggiore della forza di drag. La Figura 3.8 mostra la formazione delle scie tipiche di un'automobile. Nell'immagine in basso, grazie ad uno spoiler posteriore (posto nella parte finale del lunotto) si riesce ad ottenere un pressure drag minore con conseguente aumento di stabilità e riduzione dei vortici;

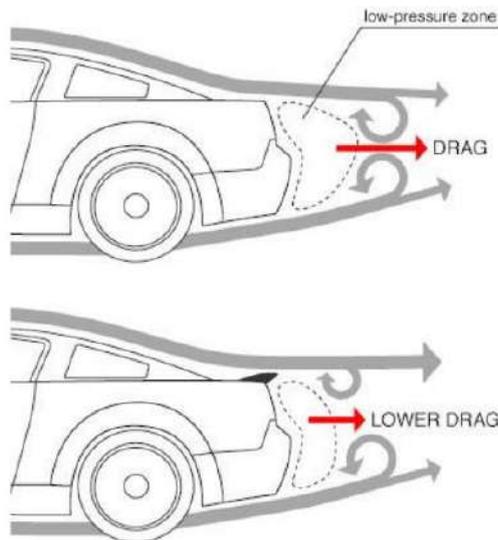


Figura 3.8: Scia di un'automobile

- Vortex-induced drag. A causa della differenza di pressione tra la superficie superiore e quella inferiore, il fluido tende a muoversi dal ventre al dorso, ovvero dall'alta pressione alla bassa pressione. Non potendo fare ciò né aggirando il bordo d'attacco, né quello d'uscita, esso tenderà ad aggirare l'estremità del profilo generando un flusso d'aria nel senso longitudinale rispetto all'asse del profilo stesso, creando dei veri e propri vortici, detti C-pillar, che sono la causa della resistenza indotta. I vortici C-pillar hanno una forma fortemente tridimensionale, possiedono una elevata energia cinetica e provocano una forte abbassamento di pressione attirando il flusso sul lunotto posteriore e ritardandone il distacco.

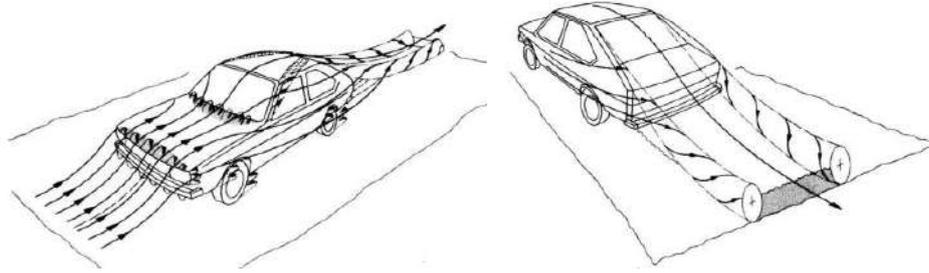


Figura 3.9: Vortici C-pillar su un'autovettura

3.2 Flussi interni

Come detto in precedenza, la principale differenza tra flussi interni ed esterni è che i flussi interni sono dominati dall'influenza della viscosità in tutto il campo di moto. Un flusso interno è caratterizzato dall'essere confinato da una superficie. Questo fa sì che lo sviluppo dello strato limite sia vincolato dalle condizioni geometriche. Nella classe dei flussi interni, rientrano tutti quei flussi in cui un fluido scorre all'interno di un sistema tubi, contemplando anche eventuali variazioni di sezione, gomiti, valvole, rubinetti etc.

L'obiettivo di questa sezione è quella di fornire delle conoscenze utili per leggere e interpretare i risultati CFD, che rimane il metodo di analisi utilizzato. Molte considerazioni fatte nei paragrafi precedenti possono essere estese anche ai flussi interni. Rimangono da definire le perdite di carico nei condotti.

3.2.1 Legge di Bernoulli modificata e valutazione delle perdite di carico

Come detto in precedenza, la legge di Bernoulli è valida nell'ipotesi di trascurare gli effetti viscosi. Quindi nel caso di flussi interni la legge di Bernoulli può essere modificata, aggiungendo un termine correttivo h che tenga conto degli effetti viscosi:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{U_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{U_2^2}{2} + gz_2 + gh \quad (3.5)$$

Dalla conservazione della portata si deduce che, se il diametro è costante, le velocità nelle due sezioni è uguale, quindi l'equazione 3.5 diventa:

$$\frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + gh \quad (3.6)$$

Infine, si si considera un condotto orizzontale si ottiene:

$$\frac{p_1}{\rho} = \frac{p_2}{\rho} + gh \Rightarrow h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad (3.7)$$

Dall'equazione 3.7 si può osservare come l'effetto dei termini viscosi è equivalente a portare il fluido ad un'altezza maggiore, ovvero è necessaria una differenza di pressione maggiore rispetto al caso non viscoso.

Le perdite di pressione possono essere concentrate o distribuite, e possono essere valutate usando la legge di Darcy-Weisbach:

$$h = \frac{1}{2} f \frac{U^2}{g} \frac{l}{D} \quad (3.8)$$

La relazione 3.8 consente di calcolare le perdite per effetti viscosi nota la geometria del condotto (l/D), la velocità media del flusso (U) ed il fattore d'attrito f . Il fattore d'attrito si determina facilmente dal diagramma di Moody che consente, noto il valore di ϵ/D ed il numero di Reynolds, di determinare f . Se il flusso nel tubo è laminare il fattore d'attrito f può essere calcolato analiticamente:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.9)$$

L'assunzione che gli effetti viscosi siano proporzionali alla lunghezza l del condotto funziona nel caso di condotti a sezione uniforme in cui il flusso sia in un regime di turbolenza completamente sviluppata. Appare evidente come ci siano dei componenti, come i gomiti, il rubinetto e la variazione di sezione, in cui tale condizione non è verificata. L'analisi sperimentale mostra comunque che in corrispondenza di tali tratti del circuito si verificano delle perdite di energia la cui entità può superare quella nei tratti rettilinei. Chiaramente, l'entità delle perdite viscosive dipende dalla forma dei componenti, dal modo in cui sono accoppiati con i tratti rettilinei di tubo oltre che dalla portata che li attraversa. Queste perdite vengono dette perdite concentrate (h_c) e vengono quantificate attraverso dei coefficienti empirici K_c :

$$h_c = K_c \frac{U^2}{2g} \quad (3.10)$$

I valori numerici di K_c possono essere trovati sia in forma di tabella in cui è specificata la forma del componente, il materiale con cui è costruito ed il modo in cui è collegato con i tubi rettilinei oppure in forma di grafico come gli esempi forniti nelle figure 3.10.

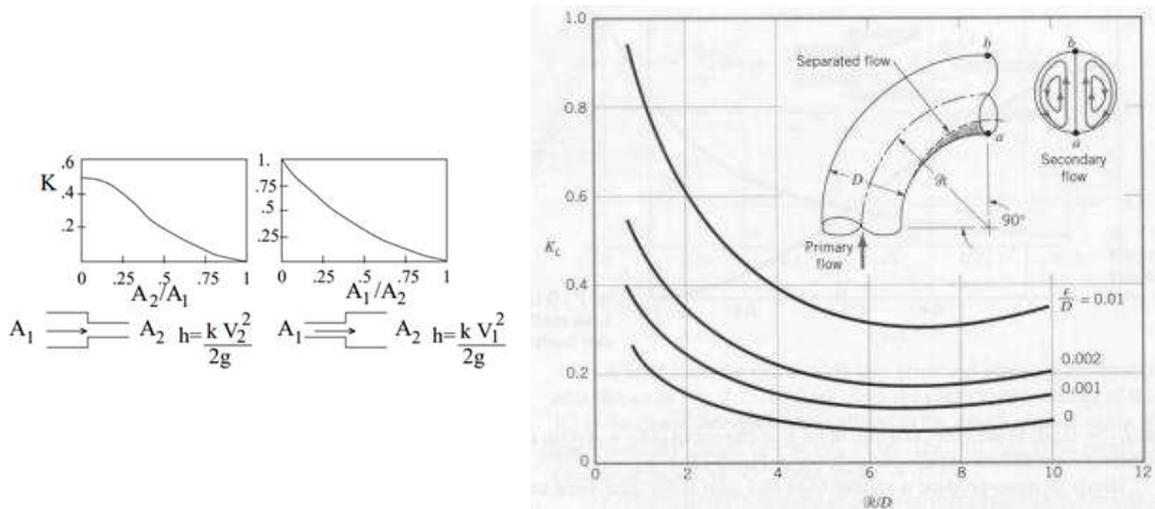


Figura 3.10: Diagrammi per valutare perdite concentrate. A sinistra per variazione di sezione, a destra per curva a 90° [4]

Nella progettazione di molti prodotti, l'andamento della pressione del fluido e le perdite di carico sono aspetti fondamentali per valutare le prestazioni. In estrema sintesi, una perdita di pressione si traduce in una perdita energetica che deve essere compensata inserendo nel sistema una maggiore quantità di energia. Pertanto, appare ovvio come un design fluidodinamico ottimizzato che porti a condizioni di pressione ottimali, produca al tempo stesso anche un risparmio energetico, con tutti i benefici che ne derivano. Se da una parte può essere relativamente semplice comprendere il significato delle singole equazioni del flusso di un fluido, dall'altra risulta decisamente più complicato applicarle per un prodotto complesso. In queste applicazioni l'analisi CFD risulta il principale strumento di sviluppo in mano al progettista, in quanto può aiutare a comprendere le tendenze nel progetto e selezionare i design con un potenziale rispetto a quelli da scartare.

4 Metodi di ottimizzazione

I metodi di ottimizzazione hanno una lunga tradizione, una storia di oltre due secoli, con i primi studi a riguardo che risalgono alla fine del 1600 da parte di matematici, fisici e scienziati del calibro di Bernoulli, Eulero, Newton, Leibniz, Gauss e Weierstrass. Dalla metà del XX secolo lo sviluppo dei calcolatori ha reso possibile un'evoluzione degli algoritmi di ottimizzazione, migliorando i metodi esistenti e sviluppandone di nuovi sfruttando la nuova potenza di calcolo disponibile. Oggi rimangono centrali gli algoritmi di ottimizzazione, utilizzati in quasi tutti i rami dell'ingegneria.

4.1 Optimal Shape Design (OSD)

Con optimal shape design (OSD), si indicano l'insieme di metodi, algoritmi e procedure finalizzati ad ottimizzare una forma. L'obiettivo dell'ottimizzazione dipende dal tipo di applicazione e si identifica con la funzione obiettivo che deve essere minimizzata o massimizzata. Generalmente si parte da un modello preesistente che viene modificato per ottenere un miglioramento delle prestazioni. Negli ultimi anni lo sviluppo dei calcolatori, ed in particolare l'aumento della potenza di calcolo, ma anche l'introduzione di nuovi metodi per realizzare il prodotto finale, ha reso questi metodi ancora più interessanti. Ad esempio, i metodi di additive-manufacturing permettono di realizzare forme molto più complesse, aumentando il numero di variazioni di forma che il progettista può realizzare, e quindi i gradi di libertà del problema. D'altra parte sarebbe impensabile testare una così ampia casistica solo attraverso metodi sperimentali. Un approccio simile richiederebbe tempi lunghissimi e costi molto elevati per realizzare i modelli da testare. In questo contesto, risulta quindi fondamentale l'utilizzo dei calcolatori e di metodi automatici che permettono di considerare un elevato numero di parametri e di variazioni di forma, selezionando, per la fase successiva di sperimentazione, solo le configurazioni più prestanti. Ovviamente queste considerazioni sono generali e non riferite solo all'additive-manufacturing. Infatti poter esplorare una casistica molto ampia di variazioni di forma permette di individuare una soluzione migliore.

L'OSD è diventata una realtà in tutti i campi dell'ingegneria. In campo aeronautico l'applicazione di queste tecniche permette di ottenere una riduzione di consumi, modellando le superfici in modo tale che siano performanti ed efficienti e tali da rispondere a determinate prerogative imposte. Nel settore automotive le tecniche OSD vengono utilizzate per ridurre il peso e migliorare l'aerodinamica della vettura. La progettazione basata sulla ricerca di una forma ottimale

viene utilizzata anche in ambito biomedico, per condotti e tubature, etc. La progettazione ottimale permette di considerare non solo ambiti fluidodinamici ma anche strutturali, acustici, di sicurezza o di controllo. Con le tecniche OSD si può ottenere una gestione del progetto di tipo multidisciplinare, considerando più aspetti contemporaneamente.

4.2 Definizione di un problema di ottimizzazione

Il primo passaggio in un problema di ottimizzazione è stabilire l'obiettivo che si intende raggiungere. Questo passaggio è molto importante in quanto influenza tutti gli step successivi. L'obiettivo viene definito sia in termini di grandezze da ottimizzare, sia in termini di variazioni richieste. La grandezza, o l'insieme di grandezze, da ottimizzare rappresenta la funzione obiettivo del problema di ottimizzazione, l'osservabile che viene misurato e monitorato. Ad esempio, studiando un flusso esterno, la funzione obiettivo può essere il drag, il lift, il loro rapporto, etc. In generale in questa fase viene fissata anche una variazione minima dell'osservabile richiesta. Infatti in molti problemi di ottimizzazione si cerca un miglioramento delle prestazioni rispetto ad una forma iniziale di riferimento. Ad esempio, sempre considerando l'ottimizzazione di un flusso esterno, potrebbe essere richiesta una riduzione del drag del 10% rispetto alla geometria iniziale. In questi casi, quindi, non si cerca un minimo assoluto, ma un minimo locale della funzione obiettivo e il progettista, sceglie dove interrompere il processo di ottimizzazione, in base a tempi di calcolo e al miglioramento delle prestazioni richiesto. Il minimo assoluto della funzione obiettivo rappresenta sicuramente l'ottimo del problema di ottimizzazione, ma in alcuni casi può essere sufficiente individuare un minimo locale se viene raggiunto il target dell'ottimizzazione e la forma ottenuta è più semplice da realizzare o i tempi di calcolo per individuare il minimo assoluto sarebbero molto più lunghi, a fronte di un miglioramento poco consistente.

Un altro aspetto fondamentale in un problema di ottimizzazione sono le variabili di progetto, ovvero i parametri su cui si può intervenire per raggiungere il target prefissato. La definizione delle variabili di progetto è fortemente influenzata dalla funzione obiettivo. Infatti è molto importante scegliere le variabili di progetto che hanno un'influenza maggiore sull'osservabile, per ottenere variazioni più significative, ma anche forme finali più semplici, perché lo stesso beneficio si otterrà con minori modifiche della geometria iniziale. Questi parametri possono essere diversi, come lo spessore di un oggetto, il suo materiale o come le proprietà cinematiche della simulazione. In generale le variabili di progetto possono essere di tipo continuo, discreto o booleane. Quelle continue sono più facili da utilizzare nel processo di ottimizzazione.

In un problema di ottimizzazione spesso ci sono dei vincoli. I vincoli sono le condizioni che devono essere rispettate nel processo di ottimizzazione. Vi possono essere vincoli geometrici, di progetto, di funzionalità. I vincoli geometrici vengono introdotti per preservare le proprietà geometriche degli oggetti. Ad esempio, in molti casi, se la geometria iniziale è simmetrica, si vuole mantenere questa proprietà anche nella forma ottimizzata. I vincoli di progetto sono spesso legati a potenza di calcolo disponibile e costi, e quindi ai tempi necessari per raggiungere l'obiettivo prefissato. I vincoli di funzionalità garantiscono che la forma finale sia ancora funzionale in base all'applicazione prevista. Spesso sono legati a ingombri o pesi massimi imposti.

Infine il problema di ottimizzazione è fortemente influenzato dai modelli con i quali simulare il problema. Tra questi è necessario scegliere quello più opportuno e adeguato.

4.2.1 Formulazione matematica di un problema di ottimizzazione

Come detto nel paragrafo precedente, per ottimizzazione si intende il processo di minimizzazione di una funzione data per ottenere il valore ottimale delle variabili di progetto. Per il teorema di Weierstrass se una generica funzione $\psi(x)$ è chiusa e limitata, allora esiste un minimo assoluto. Tale punto può essere individuato imponendo che il gradiente della funzione sia nullo. In generale con questo passaggio si può individuare un minimo o un massimo. Quindi è necessario imporre anche che la matrice hessiana delle derivate parziali seconde sia definita positiva. Ovvero:

$$\nabla\psi(x_0) = 0 \quad (4.1)$$

$$H(\psi(x_0)) > 0 \quad (4.2)$$

Nell'ambito dell'ottimizzazione vincolata, il metodo di riferimento è quello di Lagrange. Sia $g(x) = 0$, il vincolo. Allora introducendo i moltiplicatori di Lagrange λ , risulta:

$$L(x, \lambda) = \psi(x) + \lambda g(x) \quad (4.3)$$

Minimizzando tale funzione ausiliaria si ottiene il seguente sistema che, se risolto, permette di individuare la soluzione al problema di ottimizzazione vincolata:

$$\nabla\psi(x) + \lambda\nabla g(x) = 0$$

$$g(x) = 0 \quad (4.4)$$

4.3 Classificazione dei metodi di ottimizzazione

Esistono diverse tecniche di ricerca dell'ottimo. Nella figura 3.1 sono schematizzate le principali classificazioni, approfondite nei paragrafi seguenti.

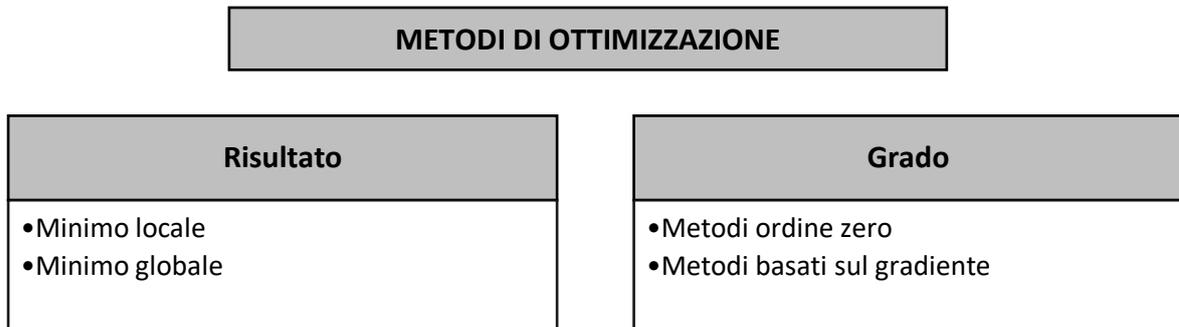


Figura 4.1: Classificazione metodi di ottimizzazione

4.3.1 Minimizzazione globale e locale

Una prima classificazione può essere fatta in base al risultato del problema. Da questo punto di vista si possono distinguere problemi di minimizzazione locale e globale.

$x^* \in S \subseteq \mathbb{R}^n$ è un punto di minimo globale se risulta: $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in S$

$x^* \in S \subseteq \mathbb{R}^n$ è un punto di minimo locale se esiste un intorno $B(x^*, \epsilon) \cap S$ tale che: $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in B(x^*, \epsilon) \cap S$.

Nei problemi di minimizzazione globale, si esplora la soluzione del problema su un dominio molto esteso nel quale è possibile trovare diversi punti di minimo o massimo locale prima di individuare la configurazione finale. Seguendo questa strada, la regione di interesse è molto ampia, quindi è possibile esplorare soluzioni molto differenti tra di loro. Viceversa si utilizzano metodi di minimizzazione locale, quando si vuole ottenere un miglioramento che porti a una soluzione che non sia molto differente da quella iniziale. In questo caso generalmente il dominio è più limitato, e ciò si traduce in tempi di calcolo minori. Alcuni metodi, come i metodi basati sul gradiente, possono convergere verso un minimo locale, viceversa i metodi di ordine zero permettono di individuare un minimo assoluto. Come detto in precedenza, non sempre è preferibile trovare il minimo assoluto. Infatti individuare un minimo locale generalmente richiede un minor numero di iterazioni, e quindi un costo computazionale minore. Inoltre in alcune applicazioni potrebbe essere preferibile una soluzione meno performante ma più simile alla configurazione iniziale, per motivi tecnici ed economici.

4.3.2 Metodi di ordine zero

I metodi di ordine zero esplorano in modo stocastico le possibili soluzioni del problema attraverso delle strategie che permettono di selezionare i punti di progetto, riducendo per quanto possibile il costo computazionale, e consentono di scegliere le soluzioni ottimali per il caso analizzato. Con questi metodi si riescono ad individuare punti stazionari non locali. Si utilizzano questi metodi quando si vuole ottenere una prima valutazione di tutto il dominio o per ottenere una soluzione migliore quando i metodi basati sul gradiente convergono su un minimo locale. I metodi di ordine zero, tuttavia, richiedono costi computazionali molto elevati all'aumentare dei parametri di progetto. Tra i metodi di ordine zero ci sono metodi globali come quello delle superfici di risposta, metodi di decomposizione, o Population-Based Methods, come gli algoritmi genetici.

Il metodo della superficie di risposta, come indica il nome, si basa sulla determinazione di una superficie di risposta attraverso la valutazione della CFD in diversi punti del dominio. Questo set di punti viene scelto attraverso opportuni algoritmi. Definiti i parametri, esistono infinite alla N combinazioni di questi parametri. Quindi risulta necessario scegliere un set di punti appropriato in modo da poter ridurre al minimo l'utilizzo di risorse e il tempo di calcolo. Questo viene fatto attraverso un opportuno Design of experiment (DOE). Dunque, attraverso il DOE, si scelgono i punti di progetto, considerando che un numero troppo elevato di punti comporta tempi di calcolo eccessivi, e viceversa un numero troppo ridotto di punti comporta risultati poco attendibili. Quindi viene testato ogni punto attraverso un'analisi CFD e viene definita una superficie di risposta, determinando i coefficienti di una espressione analitica attraverso la soluzione di un problema dei minimi quadrati. Nota l'espressione analitica della superficie di risposta, per individuare il minimo assoluto, è sufficiente imporre che il gradiente sia nullo e che la matrice hessiana delle derivate parziali seconde sia definita positiva.

I metodi genetici si basano sulla teoria dell'evoluzione dei sistemi biologici, in cui la sopravvivenza di una specie dipende dalla sua idoneità rispetto alle altre [10]. Questi algoritmi sono in grado di individuare una soluzione globale ottimale. Ogni punto di progetto rappresenta un individuo con propri cromosomi che lo identificano. I vari cromosomi vengono combinati per ottenere un punto di progetto. La popolazione, quindi, si identifica come l'insieme degli individui, ovvero dei punti di progetto. Per ogni punto di progetto viene eseguita un'analisi CFD e, valutando la funzione obiettivo, viene assegnato un valore in base a quanto la soluzione ottenuta si avvicina a quella richiesta. La popolazione successiva viene realizzata accoppiando i genitori in maniera casuale. Il processo continua finché non si converge ad un unico individuo che ha un'alta corrispondenza con l'obiettivo. L'algoritmo risulta utile per individuare l'ottimo globale quando

esistono tanti minimi locali. Uno dei maggiori problemi è il costo computazionale di questo algoritmo che, quindi, viene utilizzato principalmente per i casi di ottimizzazione 2D.

4.3.3 Metodi basati sul gradiente

Come detto, il principale limite dei metodi di ordine zero è rappresentato dal costo computazionale che cresce rapidamente all'aumentare del numero di parametri di progetto. Infatti per un numero consistente di variabili, è necessario definire un numero molto elevato di punti di progetto per rappresentare in modo esaustivo il problema e avere un risultato attendibile. Questo problema può essere risolto impiegando un algoritmo basato sul gradiente, ovvero dei metodi evolutivi che sfruttano il gradiente della funzione obiettivo per guidare il processo di ottimizzazione e modificare la geometria verso una forma migliore. Gli algoritmi basati su gradiente consentono di raggiungere il minimo in meno iterazioni rispetto ai metodi di ordine zero ma a rischio di convergere verso un minimo locale e richiedono la continuità al secondo ordine delle funzioni di costo.

I metodi basati sul gradiente [11] sono tecniche iterative ad ogni step la posizione di partenza è aggiornata con il risultato del calcolo precedente fino al raggiungimento del minimo della funzione obiettivo. Per ogni iterazione i , la posizione di un generico nodo può essere espressa nel seguente modo:

$$x_i = x_{i-1} + k\delta_{i-1} \quad (4.5)$$

Dove k è un fattore moltiplicativo e δ_{i-1} è la direzione valutata in x_{i-1} .

Un metodo basato sul gradiente molto semplice da implementare è il metodo "steepest descent". Per una generica funzione $f(x)$, il vettore gradiente punta al massimo incremento della funzione obiettivo. In riferimento alla figura 4.2, si può osservare come la direzione individuata dal gradiente sia sempre ortogonale alle isolinee, guidando l'ottimizzazione verso il minimo. Quindi la direzione δ che permette di individuare il minimo più velocemente, è quella suggerita dal negativo del gradiente. Ovvero:

$$\delta = -\nabla f(x) = -\left[\frac{\partial f}{\partial x_1} \dots \frac{\partial f}{\partial x_n}\right]^T \quad (4.6)$$

In generale, nel definire δ , si fa riferimento al valore normalizzato:

$$\delta = -\frac{\nabla f(x)}{\|\nabla f(x)\|} \quad (4.7)$$

Ad ogni iterazione δ è aggiornata inserendo il nuovo valore del gradiente e si applica l'equazione 4.5 fino a convergenza, ovvero finché $\|x_i - x_{i-1}\| \leq \varepsilon$.

In questo metodo risulta molto importante la scelta di k , definito dall'utente. Infatti k determina sostanzialmente la lunghezza di ogni passo: valori di k maggiori permettono di raggiungere la

convergenza con un minor numero di iterazioni, tuttavia con valori di k troppo elevati il minimo locale potrebbe essere saltato. Generalmente in molte applicazioni una soluzione consiste nel definire un k variabile, che assume valori maggiori nei primi step, per accelerare la convergenza, e minore negli ultimi step per riuscire ad individuare il minimo locale.

Un altro metodo per individuare il minimo locale consiste nell'introdurre un controllo sul valore di uscita dall'algoritmo. Infatti se il valore dell'osservabile è maggiore rispetto allo step precedente, allora il minimo locale è stato saltato. Per evitare che ciò accada può essere implementato un semplice script basato sul metodo di bisezione che interviene in questo caso dimezzando la lunghezza dello step finché non si ottiene una riduzione di osservabile rispetto allo step precedente.

Un'evoluzione del metodo di steepest descent è il metodo del gradiente coniugato, nel quale viene aggiunto un termine nella definizione di $\delta(x)$:

$$\delta_i = -\frac{\nabla f(x)}{\|\nabla f(x)\|} + \beta \delta_{i-1} \quad (4.8)$$

Il termine aggiunto tiene conto del gradiente valutato nello step precedente e permette di accelerare la convergenza, riducendo il numero di iterazioni. β può essere definito in diversi modi.

La definizione più usata è quella di Fletcher [12]:

$$\beta = \frac{\nabla f(x_i)^T \nabla f(x_i)}{\nabla f(x_{i-1})^T \nabla f(x_{i-1})} \quad (4.9)$$

Infine, per avere una stima più accurata della direzione dell'ottimizzazione e una convergenza più rapida, si può sfruttare anche l'informazione delle derivate seconde. Nel metodo di Newton $\delta(x)$ viene definito:

$$\delta = -H(f(x))^{-1} \nabla f(x) \quad (4.10)$$

Ad ogni step δ è aggiornata inserendo il nuovo valore e il metodo viene iterato fino a convergenza.

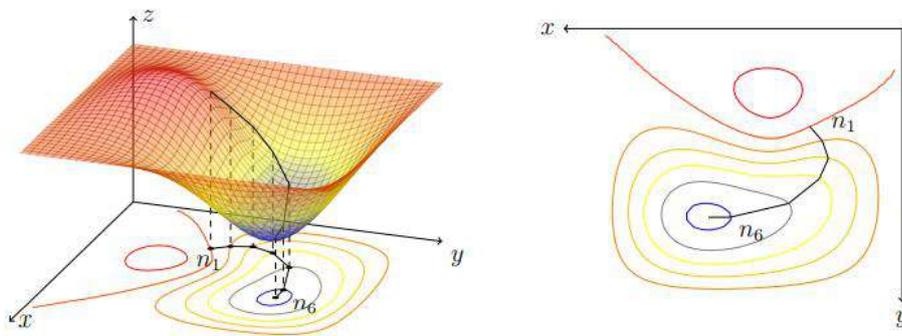


Figura 4.2: Metodo del gradiente applicato ad un caso con due parametri

5 Calcolo della sensibilità

Lo sviluppo dei calcolatori e le moderne capacità di calcolo a disposizione hanno reso l'analisi numerica uno strumento fondamentale in tutte le fasi della progettazione. Oggi l'analisi numerica ha un ruolo centrale, spostandosi negli ultimi decenni dalla fine alle prime fasi del processo di progettazione. Infatti i dati e i risultati di un'analisi CFD possono essere usati per guidare il processo di ottimizzazione ed individuare la direzione verso cui procedere. I metodi di ottimizzazione più usati nei problemi di ingegneria sono di ordine zero. Infatti, come visto nel capitolo precedente, essi permettono di individuare un minimo assoluto e sono relativamente facili da implementare. Viceversa richiedono risorse computazionali molto elevate se il problema ha un numero cospicuo di parametri. In questi casi si può aggirare il problema riducendo il numero di parametri di progetto, individuando i più efficaci, o utilizzando metodi evolutivi basati sul gradiente. A differenza dei metodi di ordine zero, gli algoritmi del primo ordine presentano vantaggi in termini di efficienza e prestazioni quando il numero di variabili di progetto è elevato, ma hanno l'inconveniente di trovare un ottimo locale e richiedono informazioni sulla sensibilità. La sensibilità è la derivata della funzione obiettivo rispetto ad ogni variazione parametrica e può essere valutata in diversi modi.

In generale la derivata di una funzione viene definita usando il concetto di limite del rapporto incrementale:

$$\frac{df}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (5.1)$$

Questa definizione non può essere utilizzata in un codice numerico, deve essere discretizzata. Ci sono diversi metodi di discretizzazione. La tecnica più semplice per il calcolo della sensibilità sono le differenze finite. Il metodo usato in questo lavoro di tesi è il metodo aggiunto.

5.1 Differenze finite (FD)

Il metodo delle differenze finite [13] è la tecnica più antica e semplice per definire una derivata. Vengono sfruttati gli sviluppi di Taylor per discretizzare il rapporto incrementale. Considerando una perturbazione h positiva:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \dots \quad (5.2)$$

Dall'equazione 4.2, troncando lo sviluppo di Taylor al primo ordine, si ottiene la definizione della FD diretta (forward):

$$f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad (5.3)$$

Invece, se la perturbazione è negativa ($-h$) si ottiene la definizione della FD inversa (backward):

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \dots \rightarrow f'(x) = \frac{f(x-h)-f(x)}{-h} \quad (5.4)$$

Infine le differenze finite al secondo ordine, o centrate, si ottengono sottraendo alla 5.2 la 5.4, ottenendo:

$$f'(x) = \frac{f(x+h)+f(x-h)}{2h} \quad (5.5)$$

In figura 5.1 è mostrata l'influenza della perturbazione: una perturbazione maggiore, ovvero un passo più lungo, permette di raggiungere più velocemente il punto di minimo, ma l'errore commesso sulla valutazione del gradiente è maggiore.

Il vantaggio delle FD è la semplicità di questa formulazione e il fatto che non richiede calcoli aggiuntivi a quello CFD. Viceversa il principale limite consiste nell'elevato costo computazionale. Infatti questa tecnica, definiti N parametri di modifica del problema, richiede $N+1$ calcoli di CFD per le differenze finite forward e backward e $2N+1$ per quelle centrate. Ottenuto il gradiente per un ciclo, il processo completo di ottimizzazione richiede diversi cicli. Quindi il metodo è irrealizzabile per problemi con un elevato numero di parametri.

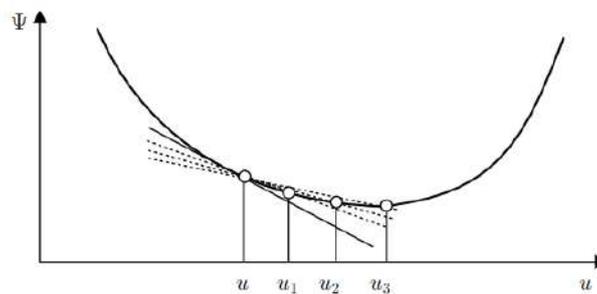


Figura 5.1: Influenza della perturbazione

5.1.1 Metodo delle variabili complesse

Il metodo delle variabili complesse (CSD Complex-Step Differentiation) permette di risolvere alcune criticità delle differenze finite. Infatti per ovviare la perdita di precisione legata alla linearizzazione degli FD, nel metodo CSD il numero reale viene riscritto in notazione complessa e viene perturbata la parte immaginaria.

Si consideri una funzione $f = u + iv$, nella variabile complessa $z = x + iy$, e una perturbazione ih della parte immaginaria. Utilizzando gli sviluppi di Taylor, si ottiene:

$$f(x + ih) = f(x) + ihf'(x) + \dots \quad (5.6)$$

Considerando solo la parte immaginaria a destra e a sinistra dell'equazione 5.6 e dividendo per h , si ottiene:

$$f'(x) = \frac{\text{Im}[f(x+ih)]}{h} \quad (5.7)$$

Si può dimostrare che il metodo CSD è molto più accurato delle differenze finite. È un metodo robusto e preciso. I principali svantaggi sono la maggiore memoria richiesta dai numeri complessi e le maggiori difficoltà di implementazione.

5.1.2 Differenziazione automatica

I metodi di differenziazione automatica (AD) sono un insieme di tecniche per il calcolo automatico delle derivate. L'AD sfrutta il fatto che l'implementazione di una funzione, indipendentemente da quanto sia complessa, si riduce all'esecuzione di una serie di operazioni e funzioni elementari. Quindi l'AD permette di calcolare il gradiente attraverso un'implementazione a catena delle regole di differenziazione:

$$\frac{df\{g[h(x)]\}}{dx} = \frac{\partial f}{\partial g} \frac{\partial g}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (5.8)$$

L'AD può essere eseguita in modalità diretta o inversa.

In modalità diretta, la catena di operazioni viene risolta dall'interno all'esterno (calcolando prima $\frac{\partial h}{\partial x}$, poi $\frac{\partial g}{\partial h}$ e infine $\frac{\partial f}{\partial g}$). Invece la modalità inversa prevede di risolverla dall'esterno all'interno (calcolando prima $\frac{\partial f}{\partial g}$, poi $\frac{\partial f}{\partial h}$ e infine $\frac{\partial f}{\partial x}$).

5.2 Adjoint

I metodi descritti nei paragrafi precedenti non possono essere utilizzati nei problemi fluidodinamici in quanto i costi computazionali e la capacità di calcolo richiesti sarebbero troppo elevati, soprattutto nei problemi con un elevato numero di parametri. Nei metodi basati sul gradiente è fondamentale valutare la sensibilità in tempi ridotti affinché il metodo possa essere considerato efficiente. Il metodo adjoint permette di calcolare la sensibilità di una funzione obiettivo in un problema con N parametri con un solo calcolo. In altri termini, con un solo calcolo è possibile avere una stima dell'influenza di ogni parametro, valutando il gradiente dell'osservabile rispetto ai diversi parametri. Il calcolo va ripetuto per ogni osservabile. Da questo punto di vista, il metodo aggiunto risulta molto efficiente e conveniente, soprattutto nei problemi di ottimizzazione con un elevato numero di parametri. Infatti nel metodo aggiunto, anziché risolvere un generico sistema lineare

$Au = f$, viene risolto il problema duale (aggiunto) $A^T v = g$, dove v è la variabile aggiunta. Si può dimostrare [11] che da un punto di vista logico non c'è differenza nel risolvere il problema primario o il suo duale. La differenza è invece computazionale. Infatti f e g , in generale hanno dimensioni diverse. Siano p e m rispettivamente le dimensioni dei vettori f e g . Risulta evidente come il problema aggiunto risulti conveniente nei problemi dove $m \ll p$, ovvero per un numero elevato di parametri e un numero ridotto di osservabili.

5.2.1 Adjoint e moltiplicatori di Lagrange

Il metodo aggiunto [14] può essere visto come un approccio per risolvere problemi di ottimizzazione vincolata. Da questo punto di vista, si può sfruttare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Sia f la funzione obiettivo, che in generale dipende da variabili fisiche (x) e di design (α): $f = f(x, \alpha)$.

Poiché l'osservabile dipende da x e α , è possibile scrivere il suo differenziale nel seguente modo:

$$\delta f_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_k} \delta \alpha_k \quad (5.9)$$

Quindi per valutare la variazione di osservabile è necessario conoscere la variazione delle grandezze fluidodinamiche e dei parametri di design. Considerando i residui delle equazioni di governo, deve essere verificato:

$$R(x, \alpha(x)) = 0.$$

Anche questa equazione può essere differenziata, ottenendo:

$$\delta R = \left[\frac{\partial R}{\partial x} \right] \delta x + \left[\frac{\partial R}{\partial \alpha} \right] \delta \alpha = 0 \quad (5.10)$$

Il problema può essere quindi ricondotto ad un problema di ottimizzazione vincolata, in cui si cerca il minimo della funzione obiettivo f , assegnato come vincolo la funzione R . Introducendo i moltiplicatori di Lagrange e differenziando la funzione ausiliaria, si ottiene:

$$\delta f = \frac{\partial f^T}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f^T}{\partial \alpha} \delta \alpha - \lambda^T \left\{ \left[\frac{\partial R}{\partial x} \right] \delta x + \left[\frac{\partial R}{\partial \alpha} \right] \delta \alpha \right\} = \left[\frac{\partial f^T}{\partial x} - \lambda^T \frac{\partial R}{\partial x} \right] \delta x + \left[\frac{\partial f^T}{\partial \alpha} - \lambda^T \frac{\partial R}{\partial \alpha} \right] \delta \alpha \quad (5.11)$$

λ è il vettore aggiunto e il valore dei termini che lo compongono è arbitrario. Quindi viene scelto un vettore tale da annullare i termini legati a δx , rendendo l'osservabile funzione solo dei parametri esterni:

$$\left[\frac{\partial R}{\partial x} \right]^T \lambda = \frac{\partial f^T}{\partial x} \quad (5.12)$$

L'equazione 5.12 è l'equazione del problema aggiunto. Tale equazione dipende solo dalle derivate rispetto alle variabili fluidodinamiche. La soluzione del problema aggiunto, quindi, permette di

calcolare le variabili aggiunte λ . Una volta note queste variabili è possibile poi costruire il gradiente attraverso l'espressione 5.11, che può essere riformulata nel seguente modo:

$$\delta f = G \delta \alpha, \text{ con } G = \frac{\partial f^T}{\partial \alpha} - \lambda^T \frac{\partial R}{\partial \alpha} \quad (5.13)$$

L'espressione della sensibilità è valida per ogni parametro scelto, infatti, il termine $\delta \alpha$ rappresenta il vettore delle variazioni dei parametri che, moltiplicato per G (ovvero il gradiente), permette di ottenere le sensibilità dell'osservabile. Quindi l'equazione 5.13 permette di realizzare la mappa di sensibilità per ogni osservabile. L'equazione 5.13 può essere riscritta nel seguente modo, considerando N parametri:

$$\delta f = \sum_{k=1}^N G_k \delta \alpha_k \quad (5.14)$$

Questa espressione mette in evidenza come la variazione dell'osservabile è lineare, vale la sovrapposizione degli effetti e quindi la variazione totale dell'osservabile è dato dalla somma delle variazioni ottenute per ogni modifica di forma. Inoltre la variazione δf è proporzionale al gradiente. In altri termini, i parametri che hanno una maggiore influenza sono quelli con il valore del gradiente più alto, e viceversa per quelli con bassi valori del gradiente. Quindi le variazioni del δf sono legate al gradiente, che può fornire una stima lineare e locale della variazione dell'osservabile.

5.2.2 Adjoint continuo e discreto

La metodologia adjoint può essere applicata in maniera continua o discreta. Negli ultimi anni si sono sviluppate entrambe le tecniche e si ottengono risultati quasi analoghi nonostante le metodologie siano differenti. Nell'approccio continuo (detto anche *derivate-then-discretize*) le equazioni di governo vengono derivate e solo in seguito discretizzate. Viceversa nell'approccio discreto (detto anche *discretize then-derive*) le equazioni di governo sono discretizzate prima di essere differenziate applicando la tecnica dell'adjoint direttamente alle equazioni discrete. I due approcci, confrontati nella figura 5.2, pur mantenendo la caratteristica di valutazione a basso costo per molti parametri di progetto, presentano vantaggi e svantaggi l'uno rispetto all'altro. La formulazione continua è considerata molto flessibile mentre il metodo discreto è un approccio più semplice e facile da convalidare. Per superare sia i problemi del metodo continuo che di quello discreto, alcuni autori suggeriscono metodi ibridi in cui i vantaggi di entrambi possono essere combinati.

Molti autori si sono occupati delle differenze e dell'accuratezza tra i due metodi, confrontandoli con le differenze finite. In figure 5.3 sono riportati alcuni risultati in merito [15].

Nel seguente lavoro di tesi è stato usato un solutore adjoint di tipo discreto, che è il metodo implementato nella maggior parte dei codici commerciali.



Figura 5.2: Confronto adjoint continuo e discreto

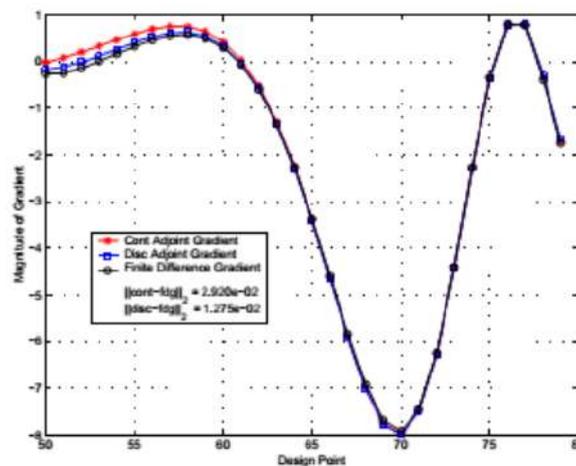


Figura 5.3: Confronto adjoint continuo, discreto e differenze finite

5.2.3 Utilizzo dell'adjoint

Il metodo adjoint viene utilizzato per ricavare le mappe di sensibilità di ogni osservabile. Infatti il gradiente può fornire una stima lineare e locale della variazione dell'osservabile, e, quindi, guidare il processo di ottimizzazione. In altri termini ogni mappa di sensibilità permette di capire come evolve l'osservabile al variare delle grandezze di interesse o dei parametri di progetto. Dunque attraverso queste informazioni è possibile ricavare indicazioni utili sulla fluidodinamica del problema e sulla sua evoluzione, e ottenere delle linee guida con cui orientarsi per poter intraprendere delle scelte progettuali.

Un risultato molto importante del calcolo adjoint è la sensibilità di forma, ovvero la derivata dell'osservabile rispetto agli spostamenti superficiali. Infatti, analizzando tale mappa di sensibilità, si possono riscontrare delle zone dove il gradiente è maggiore, altre dove è minore. Si può, quindi, modificare maggiormente la forma nelle zone dove si riscontra il valore più elevato della sensibilità per ottenere, a parità di spostamento, una variazione più significativa dell'osservabile. Il grande vantaggio del metodo adjoint è di ottenere le sensibilità dell'osservabile e le direzioni di ottimo

rispetto agli infiniti parametri di interesse risolvendo un solo problema che è quello aggiunto. La valutazione del gradiente risulta essere indipendente dal numero delle variabili di progetto scelte perché, una volta risolto il problema aggiunto, il costo necessario per ottenere le sensibilità per ogni parametro, è trascurabile rispetto a quello necessario per il calcolo CFD. Il costo per la risoluzione del problema aggiunto è leggermente maggiore, ma comparabile, con quello di un'analisi CFD. Da qui si capisce il vantaggio di utilizzare la tecnica adjoint quando sono presenti molti parametri di progetto. Da quanto detto, risulta evidente il collegamento tra il metodo adjoint e metodi di ottimizzazione basati sul gradiente come quello della discesa rapida. Infatti il metodo adjoint permette di valutare la sensibilità della funzione obiettivo, e questa informazione può essere usata per implementare il metodo della caduta del gradiente, guidando il processo di ottimizzazione verso un minimo locale. Questo procedimento risulta vantaggioso soprattutto nei problemi con un elevato numero di parametri.

In figura 5.4 è riportato il workflow usato nei processi di ottimizzazione che utilizzano l'adjoint. C'è una fase iniziale preliminare in cui viene fissato l'obiettivo dell'ottimizzazione e, in base ad esso, vengono definiti parametri e vincoli di design e sono scelti i modelli più adatti con cui svolgere le simulazioni CFD e aggiunta. Quindi si procede risolvendo il problema fluidodinamico e quello aggiunto. A questo punto si può valutare la sensibilità e, in base al suo valore, viene scelta l'amplificazione dei parametri. Fissate le modifiche di forma e le amplificazioni per ognuna di esse, si procede con il morphing e viene aggiornata la mesh. Il metodo è iterativo e i vari step sono ripetuti finché il gradiente è prossimo allo zero.

Quindi per ogni ciclo di ottimizzazione è richiesto di risolvere il problema fluidodinamico e il problema aggiunto prima di modificare la mesh. Tutto ciò può essere oneroso dal punto di vista computazionale, quindi in alcuni casi si può scegliere di procedere evitando di risolvere il problema aggiunto ad ogni step, e usando l'informazione della sensibilità valutata nel primo step. Ovviamente questo metodo è meno preciso e si introducono degli errori, ma in alcuni casi non pregiudicano di molto la previsione.

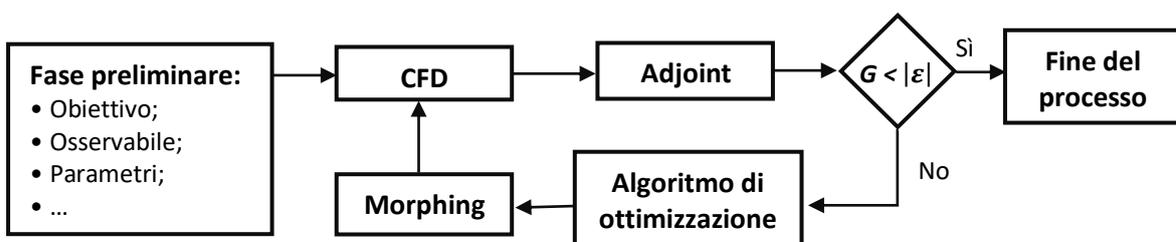


Figura 5.4: Workflow metodi basati su adjoint

6 Parametrizzazione di forma e mesh morphing

La parametrizzazione della forma è una fase essenziale e critica nel processo di qualsiasi problema di ottimizzazione geometrica. L'obiettivo è realizzare un modello numerico parametrico controllato da un numero finito di valori, riducendo per quanto possibile il numero di variabili ma mantenendo una rappresentazione accurata, affidabile e completa della geometria. La scelta dei parametri influenza in modo decisivo il risultato ottenuto. Una scelta sbagliata delle variazioni di forma e una procedura di scarsa qualità per l'aggiornamento della mesh possono compromettere l'intero processo di ottimizzazione, ottenendo come risultato una soluzione non ottimale. Un altro aspetto da considerare, per una corretta parametrizzazione di forma, è il costo computazionale ad essa associata. Come approfondito nel capitolo 4, nei metodi di ordine zero è molto importante fissare un numero di parametri adeguato. Infatti un numero elevato di parametri permette di esplorare una casistica più ampia e trovare una soluzione migliore, ma il costo computazionale è crescente con il numero di parametri. Viceversa, usando l'adjoint, nei metodi basati sul gradiente il costo computazionale è indipendente dal numero di parametri. Risultano, quindi, più adatti ed efficienti nei problemi con un elevato numero di parametri. Dunque, c'è una connessione tra parametrizzazione di forma, numero di parametri e metodo di ottimizzazione utilizzato di cui bisogna tener conto per individuare la combinazione che garantisce una maggiore efficienza.

Sostanzialmente si possono seguire due strade per definire una parametrizzazione di forma. La prima consiste nel re-meshing, ovvero nel creare una nuova griglia di calcolo in base ai valori assunti dai parametri, che, quindi, definiscono ad esempio la lunghezza di un lato, un angolo, un'area, ecc. Modificando questi parametri, viene aggiornato il modello CAD e viene creata una nuova mesh. Questo approccio presenta molti inconvenienti legati soprattutto al meshing. Infatti, generare una nuova mesh è un processo lungo e laborioso che richiede un controllo costante sulla qualità e sulle caratteristiche della griglia che non possono essere sempre garantite. Un altro problema associato ai metodi parametrici basati su CAD, è il rumore di reticolazione, introdotto dalla generazione della nuova griglia. Inoltre, risulta molto difficile mantenere la coerenza geometrica del modello. Per quanto detto i metodi di parametrizzazione basati su CAD sono generalmente accoppiati ad algoritmi di ottimizzazione di ordine zero e non sono propriamente adatti per flussi di lavoro evolutivi come quelli che sfruttano i dati di sensibilità. È infatti molto difficile mantenere la topologia della geometria iniziale, caratteristica richiesta per generare un campo coerente di velocità della mesh. Da questo punto di vista un approccio più semplice e

immediato consiste nel lavorare direttamente sulla geometria numerica di base aggiornando e parametrizzando le posizioni nodali. Questo approccio, definito mesh-morphing, consiste in altri termini in una deformazione della mesh iniziale, parametrizzando gli spostamenti nodali in modo di ottenere una forma diversa e ottimizzata. Questa parametrizzazione si combina in modo naturale con i metodi di ottimizzazione basati sul gradiente, attraverso cui vengono scelte le amplificazioni di ogni parametro, ovvero l'entità degli spostamenti nodali. Infatti i metodi evolutivi richiedono una coerenza della geometria e l'invarianza della topologia della griglia di calcolo. Inoltre il mesh-morphing permette di ridurre i rumori di reticolazione e di aggiornare la mesh in tempi molto rapidi. Questo aspetto è fondamentale perché nei metodi basati sul gradiente si vuole generalmente analizzare un numero elevato di parametri, quindi è richiesta una parametrizzazione che garantisce un aggiornamento della mesh veloce per preservare questo vantaggio. Infatti avere un metodo che permette di analizzare un elevato numero di parametri in tempi relativamente contenuti sarebbe inutile se per aggiornare la mesh, per ogni variazione parametrica, fosse richiesto un tempo elevato.

In questa tesi è stato utilizzato un metodo di ottimizzazione evolutivo basato sul gradiente e un metodo di parametrizzazione basato sul mesh-morphing. Dunque nei paragrafi successivi sono stati approfonditi i metodi che permettono di deformare la mesh.

6.1 Mesh-morphing

Il mesh-morphing è una tecnica che consente di cambiare la forma mantenendo invariata la topologia della griglia. Utilizzando questo metodo vengono variate solo le posizioni nodali e non si ha la necessità di dover ricreare il CAD e la mesh ad esso associata. L'algoritmo ideale di mesh-morphing deve avere le seguenti proprietà:

- La griglia modificata deve mantenere la topologia originale;
- Deve avere un certo grado di espressività, ovvero l'interazione tra interfaccia grafica e utente deve essere semplice e immediata, permettendo all'utente di definire il set di parametri senza particolari difficoltà;
- Deve rispettare condizioni al contorno e vincoli;
- Deve garantire la possibilità di ottenere la geometria ottimizzata intervenendo sui parametri, anche nel caso di baseline complesse;
- Deve garantire una buona qualità della mesh deformata;
- Deve essere efficiente e applicabile a mesh di dimensioni industriali in termini di potenza e tempi di calcolo richiesti.

Tra i metodi più comunemente utilizzati è stato approfondito quello che utilizza le RBF perché utilizzato in questo lavoro di tesi.

6.2 Radial Basis Function (RBF)

Nel mesh morphing le RBF trovano il loro naturale campo di applicazione, permettendo di deformare la griglia in modo efficiente e di ottenere una mesh finale con una buona qualità. Per definire le modifiche di forma si utilizza un sistema di funzioni a base radiale che generano gli spostamenti nodali a partire da alcuni punti sorgente. Quindi il primo step consiste nel definire i punti sorgente, o punti RBF, ovvero i punti su cui sono applicati gli spostamenti noti definiti dall'utente. Quindi le RBF sono utilizzate per interpolare gli spostamenti noti sulle posizioni nodali sfruttando un principio di prossimità: viene assegnato lo spostamento sul nodo in base alla distanza dai punti sorgenti adiacenti al nodo stesso. In questo modo i valori noti di spostamento possono essere definiti ovunque, sia all'interno che all'esterno del dominio, in posizioni arbitrarie. Infatti non è richiesta una corrispondenza tra i punti sorgente e i nodi della mesh. Ne segue che non risultano necessarie strutture di controllo e il processo è mesh-less, ovvero indipendente dalla mesh. Essendo le RBF mesh-less, è possibile utilizzare la stessa soluzione su mesh diverse. Quindi, per limitare i tempi di calcolo, è possibile analizzare il problema utilizzando dapprima una mesh rada, trovare la soluzione utilizzando un metodo di ottimizzazione opportuno, e infine mappare gli stessi spostamenti su una mesh più fitta. La mesh fitta viene utilizzata sia per validare i risultati, sia per avere una stima più precisa di essi. Tuttavia eseguire tutti gli step del processo di ottimizzazione sulla mesh fitta sarebbe molto più oneroso dal punto di vista computazionale. Questo approccio si può seguire solo qualora le fisiche sulle quali basare l'ottimizzazione vengano colte con abbastanza precisione anche da mesh meno raffinate. Inoltre le RBF garantiscono un ottimo livello di espressività. Infatti i punti sorgente possono essere scelti dall'utente ovunque e quindi possono essere definiti con gran facilità, permettendo all'utente di fissare il set di parametri senza particolari difficoltà.

Le RBF permettono anche di controllare il comportamento di interpolazione della funzione scegliendo una base appropriata. Da questo punto di vista le RBF risultano molto versatili e garantiscono una buona qualità della mesh deformata anche per casi più complessi. Per riassumere quanto detto, le caratteristiche principali di tale approccio sono l'indipendenza del metodo dalla mesh e il basso costo computazionale in aggiunta al calcolo standard. Inoltre presenta alcuni vantaggi come la prevenzione del rumore di remeshing, la possibilità di essere

completamente integrato nel processo di calcolo e le elevate prestazioni nel lavorare con modelli di grandi dimensioni.

6.2.1 Formulazione matematica

Dal punto di vista matematico [16] [17], la soluzione del problema RBF consiste nel calcolo dei coefficienti di un sistema lineare di ordine uguale a quello del numero di punti sorgente, attraverso i quali è possibile esprimere e, conseguentemente, imporre lo spostamento di un nodo arbitrario della griglia come somma dei contributi radiali di ogni punto sorgente. In questo modo, la deformazione della mesh può essere applicata rapidamente mantenendo invariata la topologia della griglia in termini di numero totale e tipologia di elementi. Dopo aver eseguito il fit RBF è possibile disporre di una soluzione analitica in forma chiusa che definisce il campo di spostamento in ogni punto del dominio. Tale funzione avrà esattamente i valori imposti sui punti sorgente, e interpolerà tali valori nei nodi della mesh con un andamento dipendente dal tipo di funzione radiale utilizzata. La funzione di interpolazione, se m è il numero di punti sorgente, può essere scritta come:

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \gamma_i \phi(\|c_i - x\|) + p(x) \quad (6.1)$$

Nell'equazione 6.1 il termine $\phi(\|c_i - x\|)$ è la funzione radiale scelta che dipende dalla distanza tra il punto sorgente c_i e il nodo x da interpolare. γ_i è il peso della funzione radiale e $p(x)$ è un termine polinomiale, il cui grado dipende dalla base scelta, che ha lo scopo di regolarizzare la soluzione. Può essere dimostrato [18] che esiste un'unica funzione interpolante se la RBF è condizionalmente definita positiva. Nel caso in cui questa ultima condizione sia verificata e se l'ordine è uguale o inferiore a 2, il termine polinomiale è definito nel seguente modo:

$$p(x) = \beta_1 + \beta_2 x_1 + \dots + \beta_{n+1} x_n \quad (6.2)$$

Le incognite del sistema sono i coefficienti polinomiali β_i ed i pesi γ_i delle funzioni radiali, i quali possono essere calcolati imponendo che:

- Nei punti sorgenti la funzione assume il valore dello spostamento noto (g_i):

$$f(c_i) = g_i \quad (6.3)$$

- Ortogonalità dei coefficienti:

$$\sum_{i=1}^m \gamma_i q(c_i) = 0 \quad (6.4)$$

In forma matriciale il problema può essere scritto nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} M & P \\ P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.5)$$

M è la matrice interpolante contenente tutte le distanze dai centri RBF: $M = \phi(\|c_i - c_j\|)$, per tutti $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq m$. P è la matrice $m \times (n+1)$ dove la riga j è definita: $P_j = [1 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$. Per il caso 3D si ottiene in modo analogo:

$$\begin{aligned} f^x(x) &= \sum_{i=1}^m \gamma_i^x \phi(\|c_i - x\|) + \beta_1^x + \beta_2^x x_1 + \beta_3^x x_2 + \beta_4^x x_3 \\ f^y(x) &= \sum_{i=1}^m \gamma_i^y \phi(\|c_i - x\|) + \beta_1^y + \beta_2^y x_1 + \beta_3^y x_2 + \beta_4^y x_3 \\ f^z(x) &= \sum_{i=1}^m \gamma_i^z \phi(\|c_i - x\|) + \beta_1^z + \beta_2^z x_1 + \beta_3^z x_2 + \beta_4^z x_3 \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\text{Con: } x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \text{ e } c = \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix}.$$

Esiste una vasta gamma di RBF disponibili. Come già accennato il comportamento dell'interpolazione, pur garantendo il valore imposto sui punti centrali, dipende dalla specifica RBF scelta. Anche il costo computazionale e gli approcci alle soluzioni RBF variano a seconda del tipo di funzione. Questa diversità di comportamento è una caratteristica che permette di arricchire in espressività le forme ottenibili rispettando rigorosamente i vincoli. Generalmente le funzioni di grado più elevato permettono di modellare in più modo uniforme le superfici, mentre i migliori risultati nella levigatura del volume si ottengono solitamente utilizzando le funzioni spline. Nella tabella 6.1 sono riportate le RBF più utilizzate, mentre in figura 6.1 sono rappresentate le funzioni poli-armoniche più impiegate. Infine in figura 6.2 è mostrato l'effetto di un aumento del grado della RBF (in alto) o dell'aumento del raggio (in basso). Si può osservare come in ogni caso i vincoli sono rispettati e il punto sorgente viene spostato della stessa quantità, tuttavia si ottengono superfici molto diverse. La scelta dipende dal problema analizzato e dalla superficie finale richiesta.

Name	Abbreviation	$\phi(r)$
Polyharmonic spline	PHS	$r^n, n \text{ odd}$
		$r^n \log(r), n \text{ even}$
Thin plate spline	TPS	$r^2 \log(r)$
Multiquadric biharmonics	MQB	$\sqrt{a^2 + (\epsilon r)^2}$
Inverse multiquadric biharmonics	IMQB	$\frac{1}{\sqrt{a^2 + (\epsilon r)^2}}$
Quadric biharmonics	QB	$1 + (\epsilon r)^2$
Inverse quadric biharmonics	IQB	$\frac{1}{1 + (\epsilon r)^2}$
Gaussian biharmonics	GS	$e^{-\epsilon r^2}$

Tabella 6.1: RBF più utilizzate

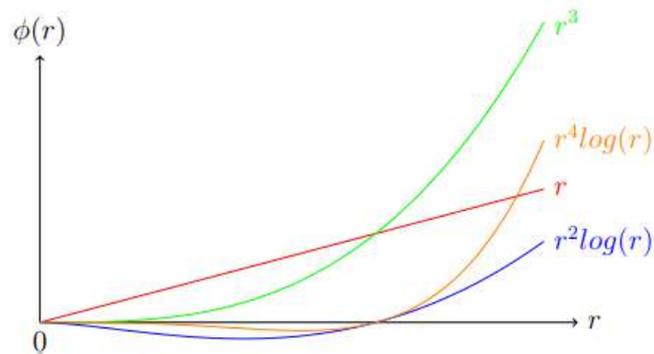


Figura 6.1: Le funzioni poli-armoniche più impiegate

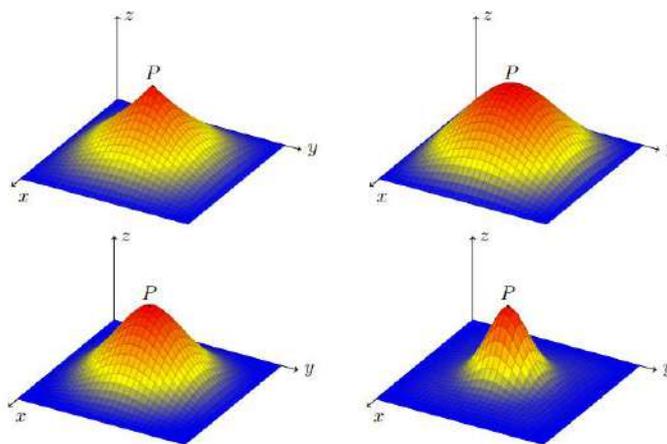


Figura 6.2: Interpolazione 2D usando una poli-armonica spline lineare (in alto a sinistra) e cubica (in alto a destra). Interpolazione usando la stessa funzione ma $r=0.7$ (in basso a sinistra) e $r=0.4$ (in basso a destra).

Il processo di interpolazione numerica può essere suddiviso in due fasi: adattamento e valutazione. Durante la fase di adattamento, quella più costosa in termini di tempo computazionale, vengono raccolti i centri e, a seconda della RBF scelta, viene definito il polinomio appropriato. Quindi è risolto il sistema 6.5, ricavando i coefficienti polinomiali e il peso della funzione base. A questo punto, il calcolo del valore interpolato in una data posizione è relativamente economico. Questo processo è chiamato valutazione.

Il limite maggiore di RBF per applicazioni industriali è l'elevata memoria richiesta dalle soluzioni RBF. Ad esempio un problema RBF con 1000 centri richiede 4 MB di memoria se si utilizza un formato a doppia precisione e 5 GB per un problema di 100000 punti sorgente. Tuttavia possono essere adottate alcune strategie che permettono di limitare questo problema. Ad esempio si può sfruttare la distinzione tra matrici sparse e dense. Infatti, in base al tipo di RBF adottata, la matrice

M può avere molti valori nulli. Le matrici sparse possono essere compresse facilmente richiedendo meno memoria.

Infine ci sono diverse strategie che possono essere usate per limitare ulteriormente i tempi di adattamento o valutazione, e quindi, in generale, i tempi di calcolo necessari. Un metodo spesso utilizzato per accelerare il tempo di adattamento, quando sono presenti molti punti sorgente, consiste nell'approssimare l'interpolazione, scartando alcuni centri, utilizzando un algoritmo basato sulla distanza che permette anche di aggiungere gradualmente nuovi punti sorgente se l'errore commesso risulta troppo elevato.

Un altro approccio che può essere seguito consiste nel dividere il costoso problema principale in un insieme di sottodomini più piccoli e di più facile risoluzione. Ogni soluzione di un sottodominio viene poi abbinata alle altre, utilizzando opportune funzioni di ponderazione, per ottenere quella globale. I sottodomini finali saranno tipicamente di dimensioni diverse ma contenenti un numero uguale di centri, con un conseguente tempo di risoluzione comparabile.

Infine per ottenere un'enorme accelerazione nella fase di valutazione una possibile strategia consiste nell'utilizzare il Fast Multipole Method (FMM), derivato dall'astrofisica per calcolare il problema gravitazionale in cui N corpi sono soggetti a mutua interazione. Il metodo si basa sulla distinzione tra campo vicino e lontano, trascurando l'influenza delle interazioni a lunga distanza. Per ottenere una rapida valutazione dei campi vicini e lontani dato un punto nello spazio, è necessaria una struttura dati gerarchica e una corretta organizzazione dello spazio.

6.2.2 RBF morph™

In questo lavoro di tesi è stato utilizzato il software RBF morph™ per eseguire il mesh-morphing usando le RBF. Questo software è perfettamente integrato in Fluent® e l'interfaccia grafica è riportata in figura 6.3. Per una spiegazione dettagliata delle funzioni del software si rimanda alla guida [17], in questa sezione si vogliono presentare le caratteristiche principali del programma. RBF morph™ può essere lanciato direttamente da Fluent®. Ha un'interfaccia grafica (GUI) molto intuitiva ma è in grado di processare anche attraverso riga di comando (TUI), permettendo di definire i parametri in modo molto semplice. Da questo punto di vista ha un elevato grado di espressività. Essendo uno strumento basato su mesh-morphing, consente di parametrizzare le mesh di superficie e di volume senza cambiare la topologia della griglia. Inoltre permette di eseguire il calcolo in parallelo, limitando il costo computazionale di ogni operazione. Infine offre la possibilità di esportare in CAD la mesh modificata.

Dal punto di vista dell'utente il processo di morphing può essere ridotto alle seguenti attività:

- Vengono definiti i punti sorgente dove necessario, sulla superficie per modificare la geometria e sul volume per controllare la propagazione della deformazione (fase di set up).
- Il problema RBF viene risolto e memorizzato (adattamento).
- Vengono valutati i nodi da spostare utilizzando la soluzione calcolata (valutazione).

Calcolata la soluzione, prima di effettuare il morphing vero e proprio, si può visualizzare la modifica di forma attraverso una preview e controllare la qualità della mesh. La qualità finale della mesh deformata dipende dalla RBF scelta e dal set-up utilizzato. Un'altra caratteristica del mesh-morphing RBF è la capacità di controllare accuratamente lo smoothing.

Nella parte seguente [11] sono brevemente presentati i modificatori attraverso cui è possibile definire i parametri di modifica di forma usando RBF morph™.

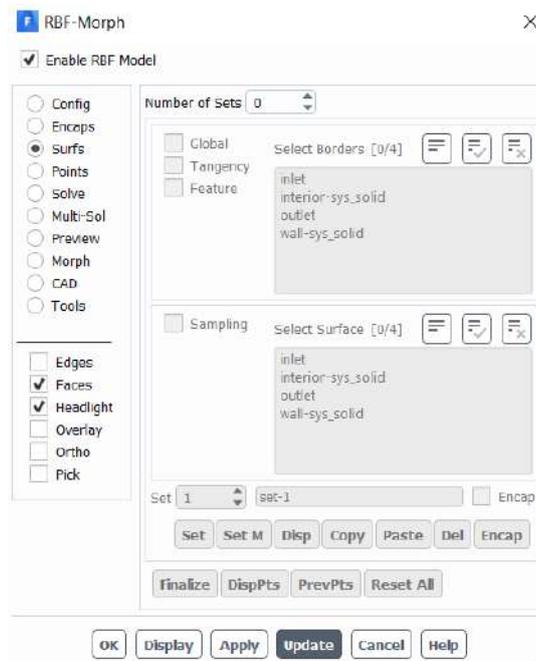


Figura 6.3: Interfaccia grafica RBF morph™

Traslazione

La traslazione è il modificatore più semplice. È una trasformazione geometrica che permette di spostare ogni punto selezionato della stessa quantità in una data direzione. La traslazione è un modificatore lineare, quindi l'ordine di applicazione di diversi spostamenti non influisce sul risultato finale. Definendo una traslazione nulla, questo modificatore può essere utilizzato anche per applicare dei vincoli, ovvero per definire un set di punti fissi.

Nella figura 6.5 è mostrato un esempio di modificatore di traslazione. Una selezione di punti sul terreno viene mantenuta fissa imponendo una traslazione nulla (punti rossi). Il piano superiore del cubo viene traslato per ottenere la deformazione voluta. Gli spostamenti possono essere definiti specificando tre valori relativi agli assi principali, per geometrie complesse tuttavia un controllo più accurato e più semplice può essere ottenuto sfruttando anche sistemi di riferimento locali permettendo, ad esempio, la traslazione su superfici inclinate utilizzando un solo valore di spostamento.

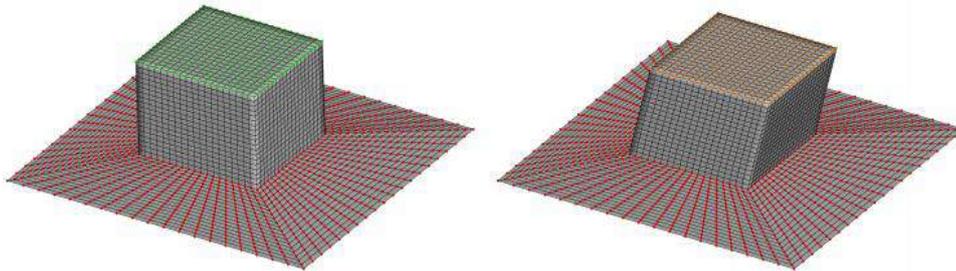


Figura 6.4: Traslazione, confronto tra baseline (sinistra) e forma deformata (destra)

Rotazione

La rotazione è una trasformazione geometrica non lineare in cui c'è sempre almeno un punto fisso nello spazio. Sebbene sia semplice da definire in 2D, nello spazio 3D le rotazioni non sono commutative quindi l'ordine in cui sono applicate le diverse rotazioni influenza il risultato finale se il centro di rotazione cambia. Nello spazio 3D si può definire una singola rotazione attorno ad un asse utilizzando la matrice di rotazione:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta + u_x^2(1 - \cos \theta) & u_x u_y(1 - \cos \theta) - u_z \sin \theta & u_x u_z(1 - \cos \theta) + u_y \sin \theta \\ u_x u_y(1 - \cos \theta) + u_z \sin \theta & \cos \theta + u_y^2(1 - \cos \theta) & u_y u_z(1 - \cos \theta) - u_x \sin \theta \\ u_x u_z(1 - \cos \theta) - u_y \sin \theta & u_y u_z(1 - \cos \theta) + u_x \sin \theta & \cos \theta + u_z^2(1 - \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Dove u_x , u_y e u_z definiscono le componenti del vettore unitario u sui tre assi ortogonali x , y e z , attorno al quale si compie la rotazione di un angolo θ .

In figura 6.6 è mostrato un esempio di modificatore di rotazione. I punti rossi sono fissi, sui punti verdi è imposta la rotazione di un certo angolo θ . Essendo valida la regola della mano destra la rotazione sarà in senso antiorario se si utilizzano angoli positivi con l'asse di rotazione uscente, e viceversa. Per definire una rotazione l'utente può fornire le informazioni relative all'asse di rotazione e all'angolo desiderato scegliendo un opportuno sistema di riferimento (locale o globale).

Essendo le rotazioni una trasformazione non lineare, occorre prestare particolare attenzione quando si tratta di rotazioni amplificate, correggendo la geometria mediante un fattore di scala.

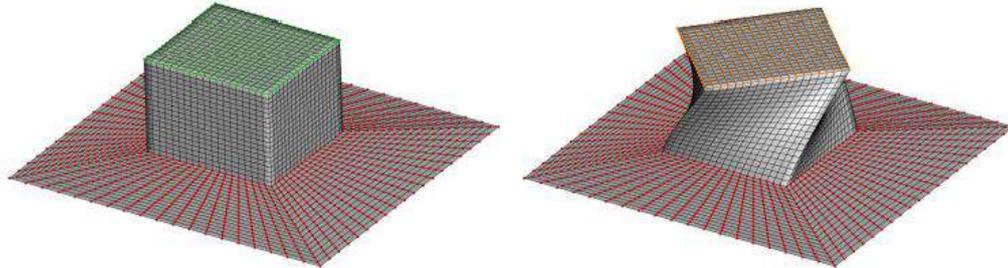


Figura 6.5: Rotazione, confronto tra baseline (sinistra) e forma deformata (destra)

Scaling

Lo scaling è una trasformazione lineare che consente di avvicinare o dilatare i centri selezionati rispetto a un dato punto. Utilizzando un fattore di scala è possibile ridurre o ingrandire la geometria lungo gli assi ortogonali, utilizzando rispettivamente un valore negativo o positivo. Uno scaling unitario mantiene invariate le posizioni dei punti sorgente, ottenendo lo stesso risultato di una traslazione nulla. Una semplice trasformazione in scala attorno all'origine degli assi può essere ottenuta moltiplicando il vettore punto per la matrice di scaling:

$$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

In figura 6.7 è mostrato un esempio di scaling. Nella figura a sinistra i punti rossi sono fissi, mentre su quelli verdi è applicato uno scaling. Si ottiene la forma deformata a destra.

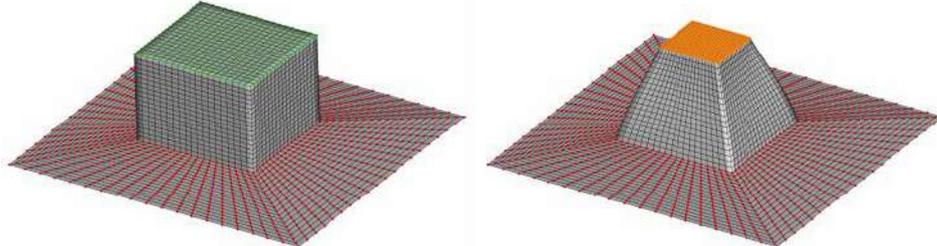


Figura 6.6: Scaling, confronto tra baseline (sinistra) e forma deformata (destra)

Proiezione

Definendo un insieme di punti di origine e una geometria di destinazione, rappresentata ad esempio da una mesh, questo modificatore proietta i punti di origine dalla posizione originale al punto più vicino nella geometria di destinazione. Di conseguenza è possibile applicare variazioni di forma complesse, disponibili ad esempio come entità CAD, o sovrapporre parti della mesh a una geometria desiderata. In figura 6.8 è mostrato un esempio del modificatore di proiezione. Il pavimento è stato mantenuto libero di muoversi per assorbire le deformazioni, la faccia opposta a quella proiettata è mantenuta fissa (punti rossi), i punti verdi sono proiettati sulla superficie, ottenendo la geometria finale a destra.

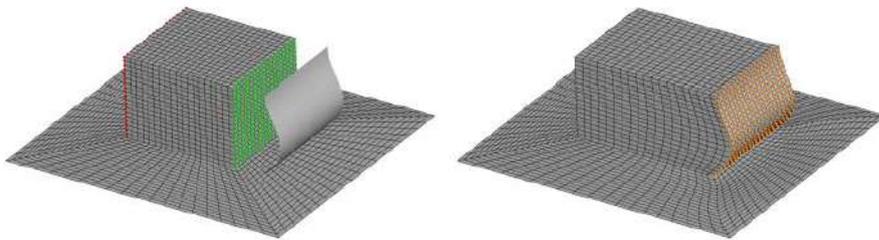


Figura 6.7: Proiezione, confronto tra baseline (sinistra) e forma deformata (destra)

Offset

Un altro utile modificatore di forma basato sulla superficie è quello di offset. Dato un insieme di punti sulla griglia è possibile calcolare la superficie implicita su cui giacciono, valutando per ogni punto la normale alla superficie. I punti vengono spostati lungo la direzione normale. La figura 6.9 mostra un esempio di modificatore di offset. Il foro di alleggerimento dell'asta viene ridimensionato calcolandone la superficie implicita e spostandone i punti lungo la normale locale.

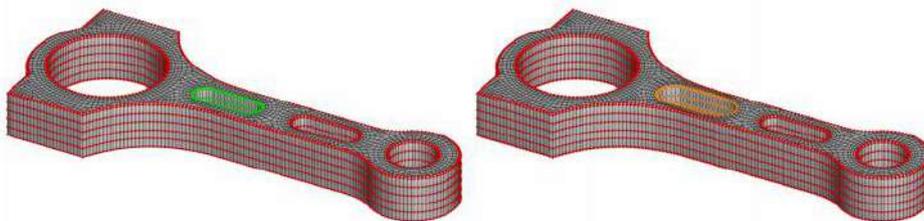


Figura 6.8: Offset, confronto tra baseline (sinistra) e forma deformata (destra)

Morphing sequenziale

Come detto già in precedenza, il mesh-morphing è una tecnica di parametrizzazione che si abbina in modo naturale ai metodi di ottimizzazione evolutivi basati sul calcolo della sensibilità, permettendo di aggiornare la mesh rapidamente, mantenendo la topologia della griglia iniziale, garantendo una buona qualità della mesh deformata. I metodi evolutivi sono tecniche iterative, nei quali in ogni step la mesh viene aggiornata e, sulla griglia deformata, viene eseguita analisi CFD e adjoint. È quindi necessario uno strumento che permetta di eseguire il morphing sequenziale. Da questo punto di vista, è necessario considerare che i parametri di modifica di forma sono definiti sulla mesh iniziale, quindi, in caso di morphing sequenziale, ad ogni step le variazioni di forma vanno applicate sempre a partire dalla mesh iniziale, con opportune amplificazioni, aggiornate ad ogni step. In questi casi l'approccio consigliato è lo smorph. Lo smorph è un comando disponibile sulla libreria di RBF-morph® che presenta diversi vantaggi. Infatti non è necessario inizializzare la soluzione RBF in ogni step, limitando il tempo computazionale alla sola fase di valutazione. Inoltre, finché il processo non viene concluso (usando il comando RBF-smorph-end), la soluzione RBF viene applicata sempre sulla mesh iniziale, in modo da mantenere la coerenza dei parametri di modifica di forma. Quindi lo smorph è il metodo più adatto e suggerito in caso di morphing sequenziale. Il comando usato sulla TUI è il seguente:

```
(RBF-smorph-init)  
(RBF-smorph ' ((forma N)) )
```

Dove "forma" è il nome della soluzione RBF che definisce il parametro di forma, e "N" è il valore dell'amplificazione scelto dall'utente.

7 Metodi di ottimizzazione CFD adjoint e mesh-morphing

In questo capitolo sono presentati diversi metodi che sfruttano RBF-morph per eseguire una parametrizzazione della geometria, definendo come parametri opportune modifiche di forma, e i dati di sensibilità, ricavati tramite adjoint, per guidare il processo di ottimizzazione verso un minimo locale. In particolare, nelle applicazioni riportate nel capitolo successivo, sono stati utilizzati due metodi: adjoint-sculpting e adjoint-preview. Sono metodi evolutivi in cui in ogni step sono eseguite analisi CFD e adjoint sulla mesh deformata. Come visto nel capitolo 4, questi metodi risultano vantaggiosi, rispetto ai metodi di ordine zero, nei problemi con un elevato numero di parametri, perché il costo computazionale è sostanzialmente indipendente dal numero dei parametri stesso.

7.1 Adjoint-sculpting

In questo capitolo è presentato uno dei due flussi di lavoro proposti, l'adjoint-sculpting [17]. Come suggerisce il nome, l'idea alla base di questo approccio, consiste nello sfruttare i dati di sensibilità ottenuti dall'analisi adjoint come strumento di scultura, deformando la baseline per ottenere una geometria ottimizzata, più performante dal punto di vista degli osservabili considerati. Per la parametrizzazione risulta molto vantaggioso utilizzare un metodo di mesh-morphing basato sui nodi. In questo modo, infatti, le informazioni di sensibilità disponibili possono essere utilizzate direttamente per spostare i nodi di superficie secondo quanto suggerito dalla fisica coinvolta, controllando accuratamente le deformazioni del volume e applicando condizioni al contorno agli spostamenti per rispettare i vincoli richiesti. In questo modo la parametrizzazione è pressoché automatica, semplificando il compito del progettista.

Ottenere una valida parametrizzazione della forma è uno dei compiti più critici nel processo di ottimizzazione, in quanto incide direttamente sulla forma finale e sul miglioramento ottenibile, influenzando la qualità della mesh deformata e vincolando la gamma di possibili forme ottenibili. Definire una corretta parametrizzazione non è un compito facile e richiede di prevedere adeguatamente le variazioni più rilevanti, comprendendo la fisica che governa il sistema e la sua risposta. Nel flusso di lavoro di scultura aggiunta vengono utilizzati i nodi della mesh come variabili di progetto e l'entità degli spostamenti è calcolata sfruttando i dati di sensibilità. Infatti se il gradiente dell'osservabile rispetto allo spostamento superficiale è maggiore viene prescritto uno spostamento più elevato, e viceversa. Utilizzare i nodi della mesh come variabili di progetto

permette di avere un'elevata espressività e un numero molto elevato di gradi di libertà, ma può portare ad inconvenienti legati alla qualità della mesh e, quindi, indurre errori numerici. Per limitare questo aspetto, i dati di sensibilità ottenuti dai solutori aggiunti vengono filtrati, riducendo i problemi legati al rumore e garantendo delle superfici finali più levigate. In questo lavoro lo smoothing dei dati rumorosi viene eseguito direttamente utilizzando RBF in modo mesh-less, con il vantaggio di avere un processo integrato nel flusso di lavoro di ottimizzazione, che viene applicato prima della deformazione della mesh.

7.1.1 Smoothing

Come accennato in precedenza, i dati sulla sensibilità possono presentare dei rumori che influiscono sulla qualità delle superfici deformate. Questo problema risulta ancora più evidente in un metodo come quello di scultura aggiunta in cui il numero di parametri è molto elevato. Infatti avendo una parametrizzazione basata sui nodi, spostamenti non coerenti tra due nodi adiacenti, causato da risultati adjoint rumorosi, può fortemente influenzare la qualità degli elementi, la qualità della mesh e la levigatura della superficie deformata. Una distorsione della forma, risultati dipendenti dalla mesh e calcoli numerici divergenti sono alcuni dei possibili risultati di un problema mal posto.

Nel caso di un'interpolazione, la proprietà che deve essere rispettata è l'esatto passaggio della funzione per i punti imposti. Ovvero:

$$f(c_i) = g \quad (7.1)$$

Quando si tratta di dati rumorosi, tuttavia, siamo interessati a smussare i dati piuttosto che a interpolarli. In altri termini, in questo caso, non è richiesta un'interpolazione esatta ma deve essere garantito il passaggio ad una certa distanza massima, ovvero:

$$\|f(c_i) - g\| < \varepsilon \quad (7.2)$$

Dove ε è l'errore stimato. La soluzione di questo problema può essere trovata modificando leggermente la forma della matrice del sistema lineare standard RBF aggiungendo un nuovo termine di rilassamento sulla diagonale:

$$\begin{bmatrix} M - 8m\pi\rho I & P \\ P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7.3)$$

Nel sistema 7.3, ρ è il parametro di smoothing. È uguale a 0 se è richiesta una fedeltà ai dati, assume un diverso valore se è richiesta una maggiore levigatura.

Generalmente si procede innanzitutto [19] decimando il problema, tagliando dapprima le frequenze più alte e, quindi, più rumorose, e poi aggiungendo iterativamente punti fino a garantire una certa qualità dell'adattamento. In figura 7.1 viene mostrato l'effetto dell'applicazione di dati di

sensibilità non filtrati su un cubo lambito da un flusso esterno. Si può osservare come, mantenendo tutti i punti, la superficie segue fedelmente i dati originali, ottenendo un risultato di bassa qualità. Invece, utilizzando un algoritmo di campionamento che si avvale di una lunghezza d'onda definita dall'utente per filtrare i dati di sensibilità, si ottengono i risultati in figura 7.2. Si può notare che all'aumentare del raggio di sotto-campionamento, si riduce il tempo di adattamento e il risultato è più uniforme.

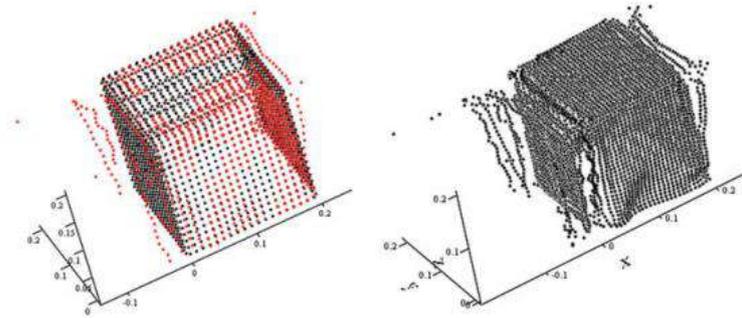


Figura 7.1: Applicazione dati sensibilità senza smoothing

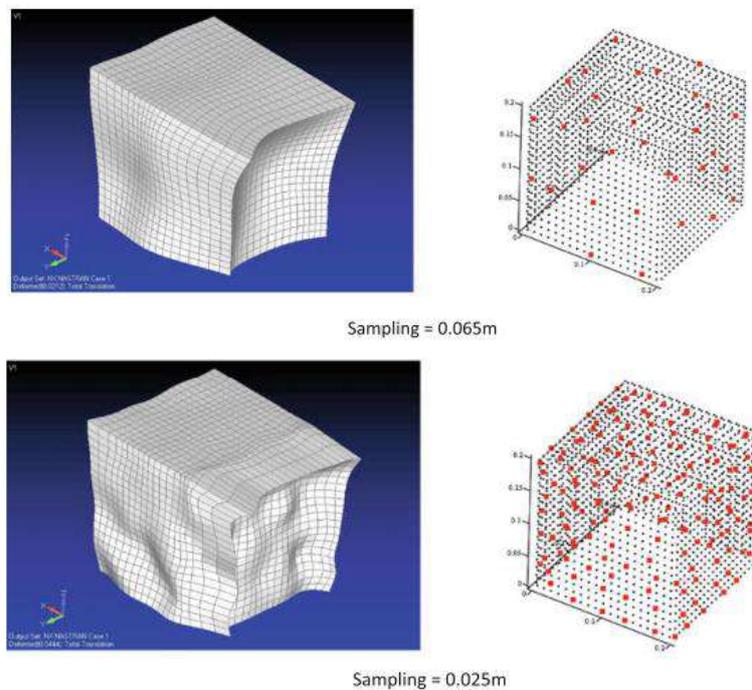


Figura 7.2: Risultati ottenuti al variare del raggio di sotto-campionamento

In letteratura è disponibile un gran numero di metodi per uniformare i dati di sensibilità su applicazioni CFD [20]. Ad esempio, nel metodo di spline-smoothing, si utilizza la RBF spline

biarmonica $f(x) = \sum_{i=1}^m \gamma_i \|c_i - x\| + p(x)$, per interpolare i dati rumorosi della sensibilità. Infatti si può dimostrare [21] che tale funzione permette di massimizzare la levigatura superficiale.

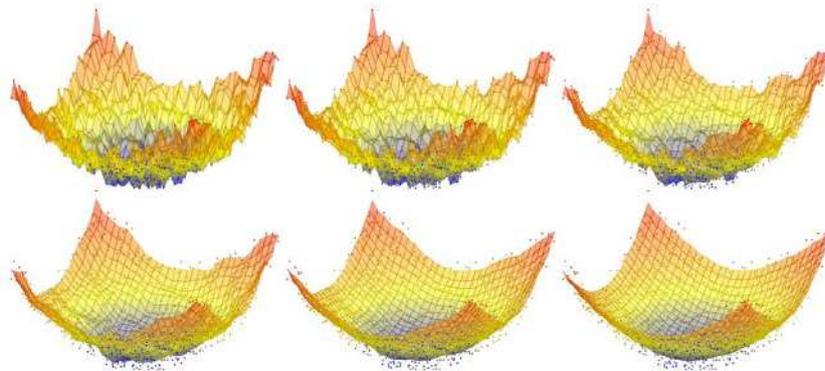


Figura 7.3: Esempio di applicazione di spline-smoothing con dati adjoint rumorosi

7.1.2 Adjoint-sculpting workflow

Quello di adjoint-sculpting è un flusso di lavoro automatico ed evolutivo per l'ottimizzazione della forma, in cui il solutore adjoint fornisce le informazioni di sensibilità al fine di guidare la deformazione della geometria verso una ottimizzata. Il workflow è riportato in figura 7.4. Definita mesh, set-up, modelli e gli osservabili del problema, i primi due step consistono nell'eseguire l'analisi CFD, attraverso cui sono calcolati gli osservabili, e, conseguentemente, il calcolo adjoint, attraverso cui sono ricavate le mappe di sensibilità per gli osservabili definiti. A questo punto viene automaticamente estratto il sottoinsieme di nodi che interessano le aree deformabili. Questa operazione viene fatta usando il tool di Fluent, selezionando la regione di interesse, come mostrato in figura 7.5, generando punti sorgente in movimento solo dove richiesto. In questa fase i dati ottenuti sono filtrati, utilizzando un approccio RBF mesh-less come visto nel paragrafo precedente, e sono estratti gli N moving set, uno per ogni osservabile, tutti insistenti sugli stessi punti. I dati di sensibilità vengono usati per guidare il processo di ottimizzazione. Infatti, sfruttando un metodo basato sul gradiente, viene calcolata l'amplificazione di ogni spostamento nodale per avere una configurazione ottimizzata in base all'osservabile selezionato. In questo modo sono estratti gli N moving set. Per ogni moving set è valutata la variazione di osservabile prevista in base all'amplificazione impostata dall'utente. Quindi in questa fase viene fissata la lunghezza del passo. Amplificazioni maggiori portano ad una convergenza più rapida del metodo, ma step troppo lunghi potrebbero far saltare l'individuazione del minimo locale. A partire da questi moving set estratti, possono essere definite e calcolate le soluzioni RBF. Infatti ad ogni iterazione, questi N diversi set

mobili smussati vengono uniti allo stesso set fisso, che definisce aree e superfici vincolate, e vengono definite N soluzioni RBF. I punti fissi devono essere presenti per vincolare la deformazione delle superfici fisse. In questa fase, limitando l'azione di morphing a una porzione dell'intero dominio, viene controllata la deformazione del volume. Deve essere prevista un'area di cuscinetto, di deformazione libera, tra le zone mobili e fisse (figura 7.6). I campi RBF così calcolati vengono impiegati per modificare la griglia numerica. La mesh ottenuta viene inviata nuovamente al solutore numerico per eseguire un nuovo ciclo. Le iterazioni di scultura aggiunte vengono eseguite finché non viene raggiunto un criterio di convergenza o viene effettuato il numero massimo di cicli. In figura 7.7 sono confrontate la baseline e la geometria ottimizzata ottenute in questo caso esemplificativo.

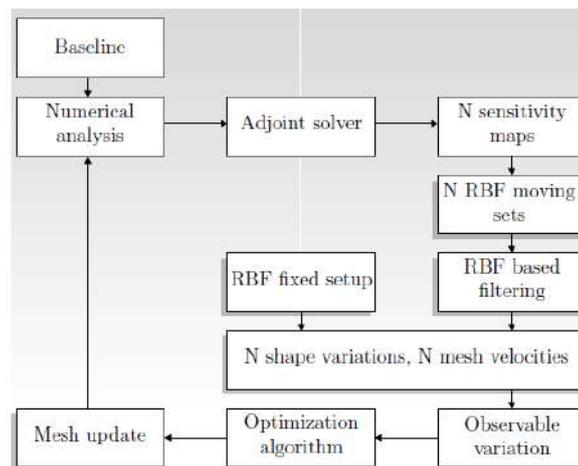


Figura 7.4: Adjoint-sculptin workflow



Figura 7.5: Impostazione attraverso design tool di Fluent della regione in cui sono parametrizzati i nodi e calcolati gli spostamenti ottimali

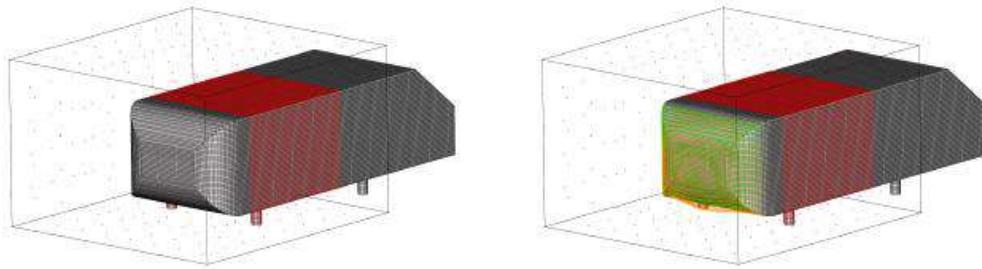


Figura 7.6: A sinistra set di punti fisso, a destra i punti gialli su cui sono mappati gli spostamenti calcolati



Figura 7.7: Confronto tra baseline (sinistra) e forma ottimizzata (a destra)

7.2 Adjoint-preview

In questo capitolo è presentato il metodo di anteprima aggiunto [17]. Come indica il nome, l'idea alla base di questo metodo consiste nello sfruttare i dati di sensibilità, forniti dal solutore adjoint, per avere un'anteprima della soluzione, o più esattamente, un'approssimazione lineare della funzione obiettivo nel punto di lavoro, attraverso cui si può stimare l'influenza di ogni parametro. La sostanziale differenza rispetto al metodo di adjoint-sculpting è che, in questo metodo, le variazioni di forma sono imposte e definite direttamente dall'utente che, sfruttando i dati di sensibilità, calcolati attraverso il solutore adjoint, può ottenere una forma ottimale scegliendo la corretta amplificazione di ogni parametro. Quindi, in questo caso, risulta centrale definire una corretta parametrizzazione, fissando dei parametri di modifica della forma opportuni. Ciò richiede una valida interpretazione da parte dell'analista del problema, della fisica coinvolta e, quindi, delle possibili modifiche progettuali in grado di avere un buon impatto sull'ottimizzazione, ma richiede anche la capacità di applicarle correttamente alla griglia numerica. Generalmente da questo punto di vista, si può procedere in due modi. In alcune applicazioni si usano parametri geometrici noti che hanno dimostrato la loro influenza in determinate condizioni con convalide teoriche e pratiche. Questo è il caso, ad esempio, delle variazioni di forma utilizzate nell'industria automobilistica dove il boat-tail, l'angolo di caduta del tetto, l'angolo dello spoiler anteriore, sono modifiche di forma ben note che hanno dimostrato la loro influenza e sono comunemente adottate nel processo di progettazione e ottimizzazione. Viceversa, un altro approccio consiste nell'usare le

mappe di sensibilità, ottenute tramite l'analisi adjoint, per definire i parametri, esplorando le zone dove il gradiente dell'osservabile rispetto allo spostamento assume valori maggiori, per definire delle modifiche di forma più efficaci. In questo lavoro di tesi, nelle applicazioni proposte, come già illustrato nei capitoli precedenti, è stato utilizzato RBF morphTM per definire i parametri di progetto. I principali vantaggi di questo approccio sono:

- L'indipendenza dalla mesh;
- Il fatto che la topologia della griglia di calcolo non viene modificata, fondamentale nei metodi evolutivi basati sul gradiente;
- La possibilità di definire in modo molto semplice e intuitivo delle variazioni di forma complesse usando i modificatori disponibili;
- La presenza di un comando per eseguire il morphing sequenziale e per valutare l'influenza di ogni parametro.

7.2.1 Smorph-adjoint

Come spiegato nel capitolo 6, in RBF morphTM è disponibile il comando smorph per eseguire il morphing sequenziale. Infatti le modifiche di forma sono definite sulla mesh iniziale, quindi in metodi evolutivi, come quelli basati sul gradiente, è importante mantenere la coerenza della parametrizzazione, applicando gli spostamenti, aggiornati in ogni step con diversi coefficienti di amplificazione, sempre sulla griglia di calcolo di partenza. In questo modo la soluzione non deve essere inizializzata ogni volta, ma viene cambiata solo l'amplificazione. In altri termini, la fase di adattamento viene eseguita solo nel primo step, mentre nei successivi i tempi di calcolo sono limitati alla sola fase di valutazione. Ciò permette di limitare notevolmente il costo computazionale. Inoltre questa funzione può essere combinata ai dati di sensibilità per ottenere una previsione dell'influenza di ogni parametro. Questo può essere fatto attraverso il comando smorph-adjoint:

```
(RBF-smorph-init)
(RBF-smorph-adjoint '(forma N))
```

In output, sulla TUI, si ottiene la previsione della variazione dell'osservabile applicando la modifica di forma di amplificazione N rispetto allo stato in cui è stato inizializzato lo smorph. Tale previsione è calcolata sfruttando i dati di sensibilità. Infatti, se si considera, ad esempio, un problema semplice, con un unico osservabile e un unico parametro di modifica di forma, è possibile ricavare l'andamento della funzione obiettivo al variare del parametro. La curva arancione in figura 7.8 si ottiene variando l'amplificazione del parametro e modificando in ogni step la mesh, e poi valutando l'osservabile eseguendo l'analisi CFD. Invece l'andamento in blu si ottiene per il problema

analogo, usando le stesse amplificazioni nel comando di smorph-adjoint. Si può osservare come quest'ultimo sia tangente alla funzione obiettivo nell'origine. Infatti lo smorph-adjoint permette di valutare la velocità di deformazione della mesh al variare del parametro. Questo approccio è particolarmente efficiente quando si tratta di parametri di forma amplificabili linearmente, come traslazione o scaling. In questi casi la velocità della mesh, impiegata per valutare la variazione dell'osservabile, è definita:

$$v_{x_i} = \frac{dx_i}{da} \quad (7.4)$$

L'equazione 7.4 è applicata per un dato nodo e direzione, a è l'amplificazione del parametro e x_i lo spostamento nodale.

Quando tuttavia sono necessarie rotazioni o parametrizzazioni complesse che coinvolgono metodi gerarchici, questo approccio non può più essere utilizzato. In questi casi, utilizzando le differenze finite, la velocità di mesh attorno a una data amplificazione a può essere calcolata come:

$$v_{x_i} = \frac{x_i(a+\delta a) - x_i(a)}{\delta a} \quad (7.5)$$

Dove $x_i(a + \delta a)$ e $x_i(a)$ sono il risultato di due calcoli distinti.

Moltiplicando ciascuna velocità nodale per la sensibilità di ogni nodo rispetto alla funzione obiettivo (Ψ), si può calcolare la variazione di osservabile associata all'amplificazione del parametro imposta:

$$\frac{\delta \Psi}{\delta a} = \frac{\delta \Psi}{\delta x} \cdot \frac{\delta x}{\delta a} \quad (7.6)$$

In altri termini, viene valutato il gradiente dell'osservabile rispetto alla variazione parametrica. Questa informazione viene usata per guidare il processo di ottimizzazione e il minimo locale può essere individuato usando un metodo di ottimizzazione basato sul gradiente. Infatti se il gradiente è negativo, vuol dire che la funzione sta diminuendo, viceversa se il gradiente è positivo. Inoltre se il gradiente è elevato vuol dire che il target è lontano, mentre tende ad annullarsi in prossimità del minimo locale. Dunque può essere impostata un'amplificazione proporzionale all'inverso del gradiente, come discusso già nel capitolo 4, per individuare l'ottimo locale. Il metodo è evolutivo, in ogni step è eseguito un calcolo CFD e uno adjoint sulla mesh aggiornata. Quindi ogni step corrisponde ad un punto sulla curva in figura 7.9, e per ogni punto viene valutato il gradiente, che approssima linearmente la funzione nel punto considerato. L'approssimazione è molto precisa per piccole amplificazioni, ma con grandi amplificazioni si raggiunge il minimo con un minor numero di iterazioni. Quindi, come già discusso in precedenza, la scelta del passo è molto importante: step più lunghi permettono di raggiungere l'obiettivo più velocemente, ma la previsione sarà meno precisa, l'errore, rispetto all'approssimazione lineare, più elevato, e, quindi, si potrebbe non riuscire ad individuare il minimo locale.

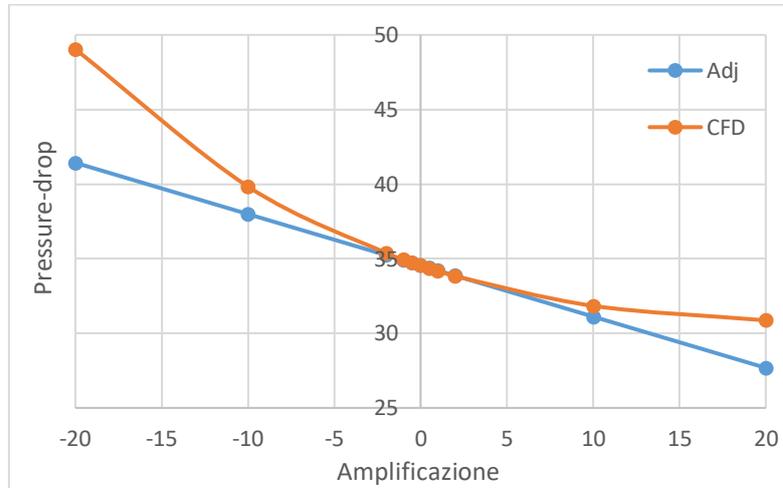


Figura 7.8: In arancione è riportato andamento dell'osservabile al variare dell'amplificazione del parametro, valutato tramite CFD, in blu l'andamento dell'osservabile valutato con smorph-adjoint per lo stesso problema

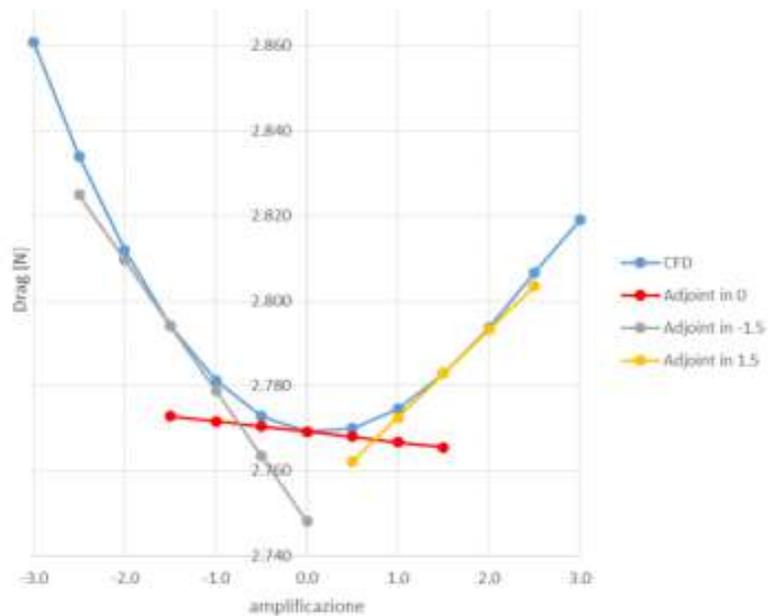


Figura 7.9: Variazione del gradiente valutato in step successivi [22]

7.2.2 Adjoint-preview workflow

In figura 7.10 è riportato il flusso di lavoro di adjoint-preview. La mesh iniziale viene utilizzata per effettuare l'analisi numerica estraendo le N funzioni obiettivo di interesse. Quindi il solutore aggiunto fornisce una mappa di sensibilità per ciascuna funzione obiettivo. Avendo a disposizione M diverse variazioni di forma generate con i metodi spiegati nei paragrafi precedenti,

è semplice calcolare le M velocità di maglia per ogni variazione geometrica. Moltiplicando ciascuna velocità nodale per la sensibilità di ciascun nodo, si possono calcolare le variazioni degli osservabili. Questo passaggio viene fatto automaticamente usando il comando di smorph-adjoint, come visto nel paragrafo precedente. Le variazioni degli osservabili definiscono l'influenza che ha ogni parametro di forma sulla variazione della funzione obiettivo, evidenziando le parametrizzazioni più efficienti e quelle meno efficaci. A questo punto si può procedere in due modi. Un primo approccio consiste nell'individuare le modifiche di forma più efficaci, riducendo il numero di parametri, per poter utilizzare metodi di ottimizzazione di ordine zero. Infatti, come già detto, il principale limite di questi metodi consiste nel costo computazionale molto elevato per analizzare problemi con un gran numero di parametri. Utilizzando solo un sottoinsieme delle M variazioni di forma originali, le più efficienti, i metodi di ordine zero, che altrimenti sarebbero irrealizzabili, possono essere implementati, evitando il rischio di individuare dei minimi locali.

Invece, un altro approccio che può essere seguito, è quello di continuare il processo di ottimizzazione utilizzando i metodi al primo ordine. In questo caso i metodi basati su gradiente sono usati per calcolare l'amplificazione ottimale di ciascun parametro di forma. Infine viene aggiornata di conseguenza la mesh sfruttando lo smorph. Il metodo è iterativo e gli stessi step vengono ripetuti fino al raggiungimento di una soddisfacente convergenza in termini di funzioni obiettivo o del numero massimo di iterazioni. I vincoli vengono implicitamente rispettati essendo espressi direttamente nelle parametrizzazioni di forma. Se esiste un requisito in termini di spostamenti massimi, è possibile imporre un limite superiore o inferiore alla massima amplificazione del parametro di forma che lo causa. Per implementare questo algoritmo in modo automatico, è stato scritto uno script in linguaggio Scheme, che può essere lanciato dalla TUI di Fluent. Il programma sfrutta il metodo di steepest descent per assegnare in ogni step l'amplificazione di ogni parametro e trovare un ottimo locale. Lo script è riportato in appendice.

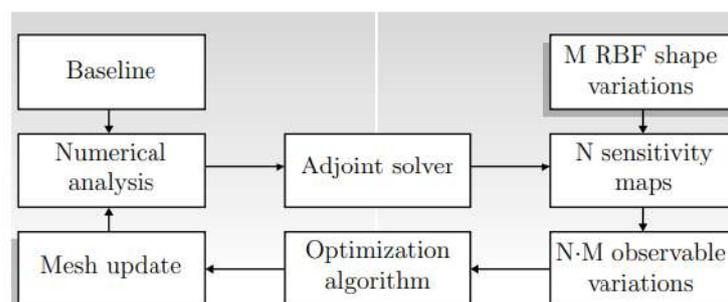


Figura 7.10: Adjoint-preview workflow

7.3 Confronto tra i workflow proposti

Come descritto anche nei paragrafi precedenti, la sostanziale differenza tra adjoint-sculpting e adjoint-preview consiste nel fatto che nel workflow di scultura aggiunta la parametrizzazione è automatica. Parametrizzando gli spostamenti nodali, è possibile esplorare soluzioni nuove e imprevedibili a priori. Inoltre l'elevato numero di gradi di libertà permette di ottenere soluzioni abbastanza diverse rispetto alla geometria iniziale.

Viceversa, nel flusso di lavoro di adjoint-preview la parametrizzazione è definita dall'utente. La parametrizzazione è una fase molto complessa e critica. Infatti se i parametri non sono definiti correttamente è possibile ottenere una geometria finale non ottimale. Nonostante ciò avere una parametrizzazione non automatica non sempre rappresenta uno svantaggio. Infatti un progettista esperto può valutare l'influenza di modifiche di forma già testate e collaudate e, in questo modo si ha un maggior controllo sulla variazione di forma. Inoltre utilizzando lo script automatico sviluppato, è possibile assegnare l'amplificazione di ogni parametro in modo automatico, come avviene nel workflow di adjoint-sculpting.

Entrambi i flussi di lavoro sfruttano metodi di ottimizzazione basati sul gradiente. Come approfondito nel capitolo 4, questi metodi consentono di individuare il minimo in un numero di iterazioni minori rispetto ai metodi di ordine zero, ma presentano il rischio di convergere verso un minimo locale. Viceversa, i flussi di lavoro che sfruttano metodi di ordine zero, come i metodi basati su DOE, permettono di individuare un minimo assoluto ma sono inutilizzabili nelle applicazioni con un elevato numero di parametri, a causa dell'elevato costo computazionale richiesto.

I vincoli geometrici sono, in tutti i casi, implicitamente rispettati nella definizione dei parametri di forma, mentre i vincoli di packaging possono essere rispettati controllando le amplificazioni di forma ad ogni iterazione.

Nella tabella 7.1 sono riassunti questi concetti.

	Parametrizzazione	Vantaggi	Svantaggi
Adjoint-sculpting	Automatica	<ul style="list-style-type: none"> • Permette di esplorare <u>soluzioni nuove</u> • Parametrizzazione automatica 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Minimo locale</u> • Minor controllo sulla variazione di forma (vincoli sempre rispettati)
Adjoint-preview	Definita dall'utente	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Costo indipendente dal numero di parametri</u> • Maggior controllo sulla variazione di forma 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Minimo locale</u> • Parametrizzazione più complessa
Metodi DOE	Definita dall'utente	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Minimo globale</u> • Maggior controllo sulla variazione di forma 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Costo insostenibile per elevato numero di parametri</u> • Parametrizzazione più complessa

Tabella 7.1: Confronto flussi di lavoro

8 Applicazioni

In questo capitolo sono riportati i casi studiati e i risultati ottenuti. Sono state analizzate diverse geometrie, flussi esterni ed interni, utilizzando i metodi di ottimizzazione discussi di adjoint-sculpting e adjoint-preview. In particolare, come descritto nel capitolo precedente, il metodo di adjoint-sculpting è sufficientemente automatizzato, mentre per eseguire il workflow di adjoint-preview in modo automatico, è stato scritto uno script in linguaggio Scheme, che può essere lanciato dalla TUI di Fluent. Il programma sfrutta il metodo di steepest descent per assegnare in ogni step l'amplificazione di ogni parametro e trovare un ottimo locale. Lo script è riportato in appendice.

8.1 Cubo

In questa sezione si è affrontato il problema dell'ottimizzazione aerodinamica di un cubo posto in una galleria del vento. È stata scelta una geometria molto semplice per poter testare i metodi con tempi di calcolo molto ridotti. L'obiettivo di questo studio è il miglioramento del flusso di aria intorno al cubo. Sono state effettuate diverse prove ed implementati diversi metodi di ottimizzazione, valutando come osservabile in alcuni casi il drag, in altri la combinazione di lift e drag. La base di partenza in tutti i processi di ottimizzazione sviluppati sono la geometria, la mesh, i modelli utilizzati per l'analisi CFD e adjoint.

8.1.1 Geometria, mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento

È stato analizzato un cubo con lato lungo 0,2 m, all'interno di una galleria del vento rettangolare. Il modello è stato realizzato con una mesh con elementi esaedrici. La griglia di calcolo è più fitta in prossimità del cubo, meno lontano da esso. In questo modo è possibile cogliere con sufficiente precisione l'interazione fluido-struttura, ma limitare il numero complessivo di nodi ed elementi, riducendo il tempo computazionale richiesto per l'analisi del caso. In figura 8.1 è riportata la mesh iniziale, mentre nella tabella 8.1 sono riportate le principali specifiche della griglia.

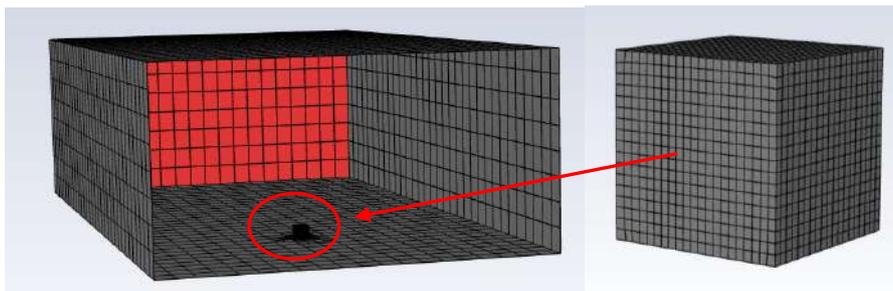


Figura 8.1: Geometria iniziale

Numero di celle	10 797
Numero di nodi	14 556
Minimum Orthogonal Quality	0.625

Tabella 8.1: Principali caratteristiche mesh

Le condizioni al contorno di riferimento sono state imposte all'ingresso della galleria (Velocity Inlet 10 m/s), all'uscita (Pressure Outlet, 0 Pa Gage), sulle pareti laterali e sulla parete superiore (Wall, no-slip). Si è utilizzato un approccio accoppiato stazionario del tipo: Steady, PBCS (Pressure Based Coupled Solver), Least Squared Cell Based. Il fluido è modellato come aria incompressibile (Density = 1.225 kg/m³), con un modello di turbolenza k-eps (Realizable K-epsilon, Enhanced wall treatment). L'algoritmo di accoppiamento è il Pressure Second Order con risoluzione sulla quantità di moto al secondo ordine su Momentum, TKE (Turbulent Kinetic Energy) e TDR (Turbulent Dissipation Rate). Sono stati quindi impostati i seguenti parametri di controllo per stabilizzare la soluzione:

- ERFs (Explicit Relaxation Factors) Momentum e Pressure = 0.5;
- Density = 1;
- Body Forces = 1;
- TKE e TDR = 0.75;
- TR (Turbulent Viscosity) = 0.9.

Nella tabella 8.2 è riassunta l'impostazione numerica del problema.

È stato selezionato un numero massimo di 300 iterazioni.

Per ottenere dei dati di sensibilità validi, è necessario utilizzare un solutore adjoint coerente con l'impostazione numerica della simulazione CFD. Nella tabella 8.3 sono riportate le impostazioni del solutore aggiunto. Non è stato necessario introdurre nessuno schema di stabilizzazione e sono state eseguite 200 iterazioni.

Scheme	Coupled
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

Tabella 8.2: Impostazione numerica analisi CFD

Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind

Tabella 8.3: Impostazione numerica solutore adjoint

8.1.2 Adjoint-sculpting

L'obiettivo dell'ottimizzazione è ridurre il drag di almeno il 25% usando il flusso di lavoro di scultura aggiunto. In figura 8.2 è riportata la mappa di sensibilità dell'osservabile (drag), riferita al primo step, che guida il processo di ottimizzazione. Infatti, calcolata la soluzione dell'analisi adjoint, è possibile visualizzare la sensibilità dell'osservabile rispetto alla forma (Normal Shape Sensitivity). Tale sensibilità risulta molto utile per capire in quali zone conviene intervenire con il morphing per il raggiungimento del target. Infatti se il gradiente dell'osservabile rispetto allo spostamento superficiale è maggiore, vuol dire che risulta più conveniente deformare tale zona, perché a parità di deformazione si ottiene una maggiore riduzione dell'osservabile. Queste considerazioni sono alla base dei metodi di discesa basati sul gradiente discussi nel capitolo 4, che sono automaticamente implementati per trovare la soluzione ottimale. È stata selezionata come regione di morphing l'intero cubo. Quindi in ogni step vengono parametrizzati i nodi del cubo, viene estratto il moving set ottimale sfruttando i dati di sensibilità, viene impostata l'amplificazione del moving set. In quest'ultimo step va considerato che passi più lunghi permettono di raggiungere il minimo più velocemente, ma sono meno precisi e se l'amplificazione fosse troppo elevata potrebbe essere difficile individuare il target. Gli spostamenti così ottenuti sono esportati e utilizzati per definire la soluzione RBF, e in questa fase viene applicato lo smoothing automatico e vengono filtrati i dati rumorosi. In questo caso non ci sono particolari vincoli, gli spostamenti sono mappati sull'intero cubo, senza definire punti fissi. Sono stati eseguiti 10 cicli di ottimizzazione, variando la lunghezza dello step in base allo spostamento massimo previsto. In particolare, man mano che l'ottimizzazione si avvicinava al target, è stato ridotto progressivamente lo spostamento e, quindi, la lunghezza dello step. In figura 8.3 è riportato un confronto tra la geometria iniziale e quella finale. In figura 8.4 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione. In figura 8.5 è riportato l'andamento dello spostamento massimo nei successivi cicli di iterazione.

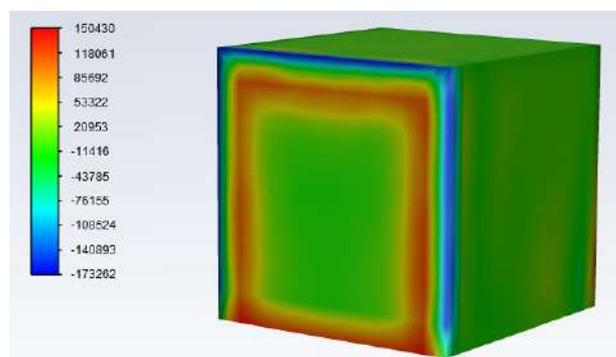


Figura 8.2: Mappa di sensibilità (Normal Shape Sensitivity) riferita al primo step

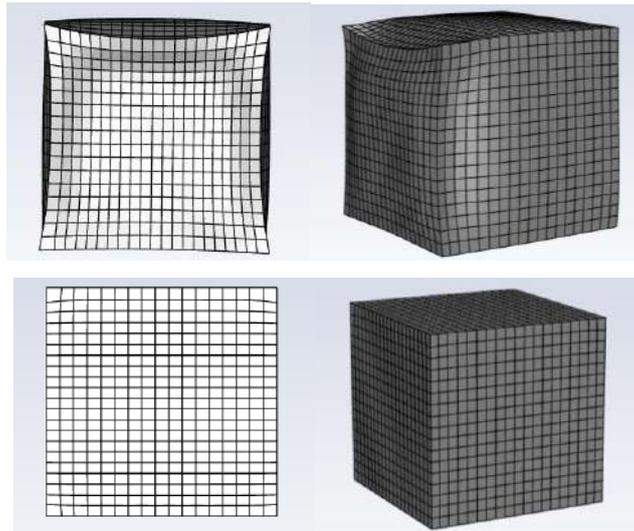


Figura 8.3: In alto forma ottimizzata, in basso baseline

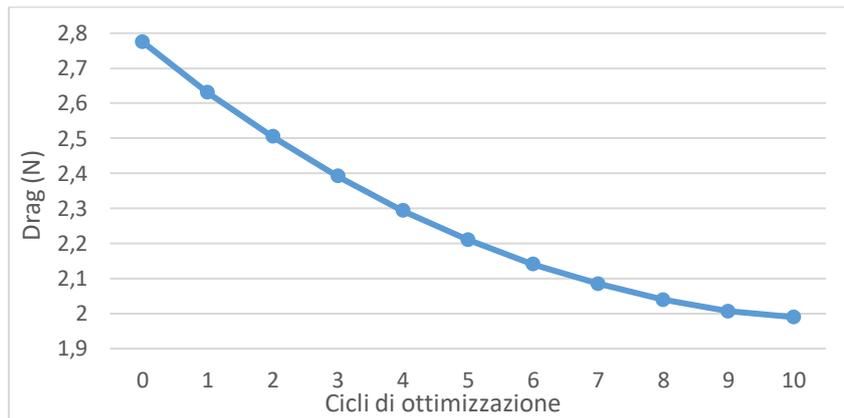


Figura 8.4: Riduzione del drag nei successivi cicli iterativi.

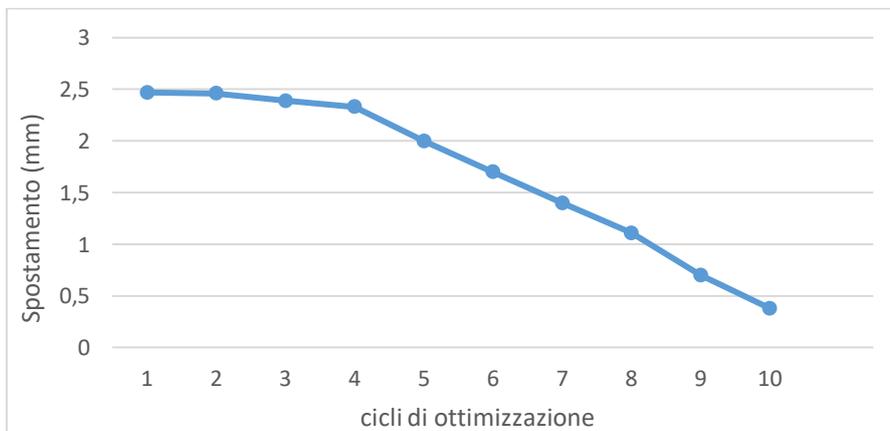


Figura 8.5: Andamento dello spostamento massimo nei successivi cicli di ottimizzazione

8.1.3 Adjoint-preview

In questo caso è stato utilizzato il flusso di lavoro di adjoint-preview. In questo approccio l'aspetto più complesso è effettuare una corretta parametrizzazione, la quale non è automatica ma deve essere definita dall'utente. Per definire i parametri più efficaci si può procedere in due modi. Il primo consiste nell'interpretare le mappe di sensibilità ed individuare i parametri nelle zone dove il gradiente è più elevato per definire spostamenti della mesh più adatti al fine dell'ottimizzazione. In alcune applicazioni, invece, già si conoscono delle parametrizzazioni molto efficaci. Questo è il caso, ad esempio, delle variazioni di forma utilizzate nell'industria automobilistica dove il boat-tail, l'angolo di caduta del tetto, l'angolo dello spoiler anteriore sono modifiche di forma ben note che hanno dimostrato la loro influenza e sono comunemente adottate nel processo di progettazione e ottimizzazione. In questo caso si è seguito quest'ultimo approccio e sono stati definiti 2 parametri: boat-tail (figura 8.6-destra) e variazione dell'angolo della faccia anteriore (nose, figura 8.6-sinistra). L'amplificazione massima delle due soluzioni RBF è rispettivamente di 10 e 6 (in modulo) per nose e boat-tail. Infatti per spostamenti troppo elevati la qualità della mesh peggiora eccessivamente. L'obiettivo dell'ottimizzazione è ridurre il drag utilizzando il metodo di caduta del gradiente. Ad ogni step viene valutata l'influenza di ciascuna modifica di forma, viene scelta di conseguenza l'amplificazione di ogni parametro ed è aggiornata la mesh. In particolare, l'amplificazione di ogni soluzione è proporzionale alla variazione di osservabile prevista attraverso il comando smorph-adjoint, ovvero, in altri termini, è proporzionale al gradiente dell'osservabile rispetto alla variazione parametrica. Quindi vengono amplificate maggiormente le soluzioni più efficienti al fine di raggiungere il minimo locale dell'osservabile. Anche in questo caso, per fissare la lunghezza di ogni passo, va considerato che step troppo lunghi possono non individuare il target, ma, viceversa, con passi troppo brevi la convergenza è molto lenta.

In figura 8.7 è riportata la forma ottimizzata. La geometria risulta molto più semplice, ma gli spostamenti sono più elevati e il volume racchiuso è maggiore rispetto al caso precedente. Avere spostamenti troppo elevati può compromettere la qualità della mesh. Volumi maggiori sono generalmente collegati a costi maggiori. In figura 8.8 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi step di ottimizzazione. Dopo 6 iterazioni la soluzione converge e si ottiene una riduzione di drag del 29,3%.

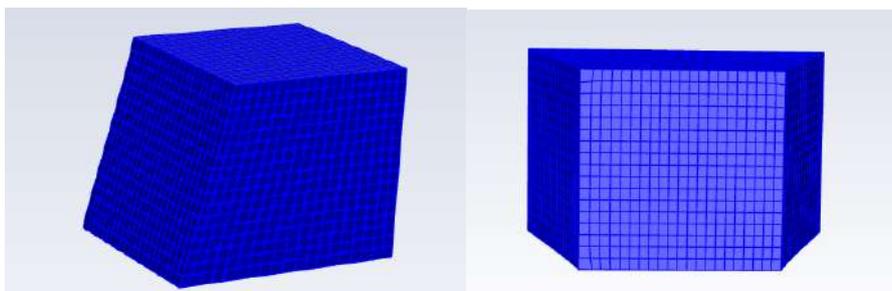


Figura 8.6: Variazione angolo della faccia anteriore (sinistra) e boat-tail (destra)

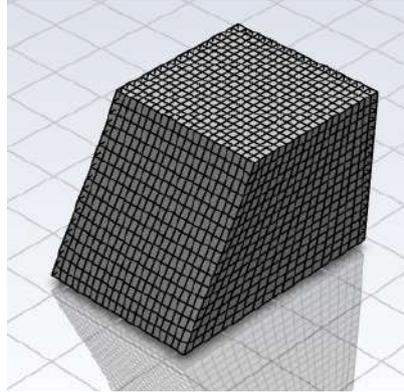


Figura 8.7: Forma ottimizzata

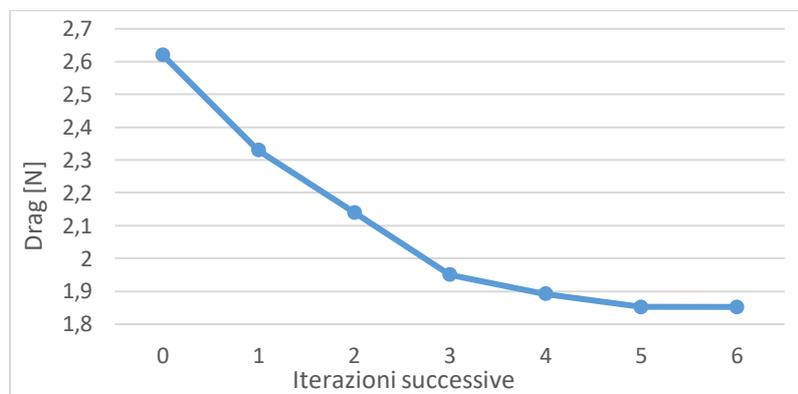


Figura 8.8: Andamento osservabile nei successivi step di ottimizzazione

Automatic adjoint-preview

È stato utilizzato il flusso di lavoro di adjoint-preview, implementando il workflow in linguaggio Scheme. Il programma usa il metodo di steepest descent per assegnare ad ogni step un'amplificazione proporzionale all'inverso del gradiente. Il coefficiente di proporzionalità viene scelto dall'utente considerando che passi troppo lunghi possono compromettere l'individualizzazione del minimo, ma step brevi portano ad una convergenza più lenta. L'obiettivo rimane ridurre il drag, che è, quindi, l'osservabile del problema. Il metodo è iterativo e viene implementato finché non viene raggiunta la convergenza dell'osservabile o il numero massimo di iterazioni.

Sono stati usati gli stessi due parametri definiti in precedenza ed è stato utilizzato l'algoritmo automatico descritto, impostando un numero massimo di 8 iterazioni, un'amplificazione massima delle soluzioni RBF rispettivamente pari a 10 e 6 (in modulo) per nose e boat-tail, una differenza minima di osservabile tra due step successivi pari a 0,02 N.

In figura 8.9 è riportato l'andamento dell'osservabile. Si ottiene una riduzione di drag del 28,5%. Gli spostamenti finali e, quindi, la geometria finale sono quasi analoghi a quelli valutati "manualmente" (tabella

8.4). La differenza sta nel fatto che implementando il metodo manualmente, ad ogni step è stato variato il coefficiente di proporzionalità in base ai risultati ottenuti, viceversa è stato mantenuto costante nell’algoritmo automatico. Da questo punto di vista, implementare il metodo manualmente risulta essere più flessibile, in quanto il progettista può valutare ad ogni step come intervenire. Nel metodo automatico la lunghezza degli step viene decisa a priori, ma permette di eseguire le iterazioni in modo automatico, senza interruzioni, senza richiedere la presenza dell’utente durante la fase di calcolo, limitando complessivamente i tempi dell’analisi.

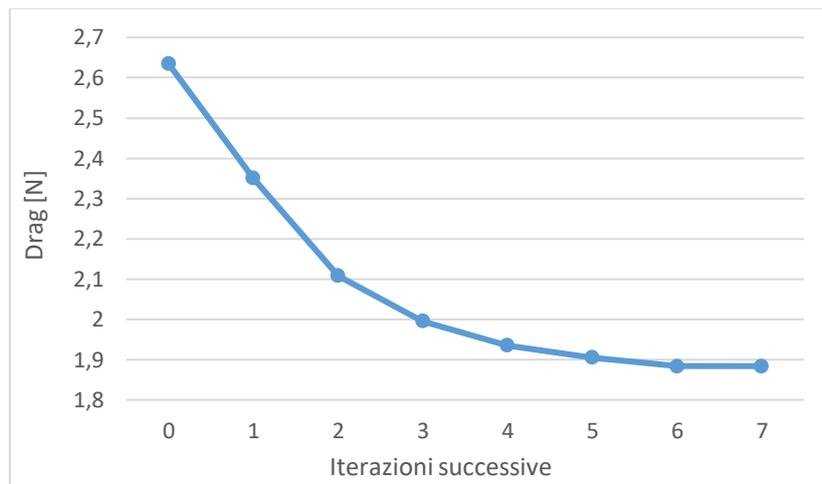


Figura 8.9: Andamento osservabile negli step successivi

	Boat-tail	Nose
Adjoint-preview	1,5	10
Automatic adjoint-preview	1,275	10

Tabella 8.4: Confronto metodo automatico e “manuale”

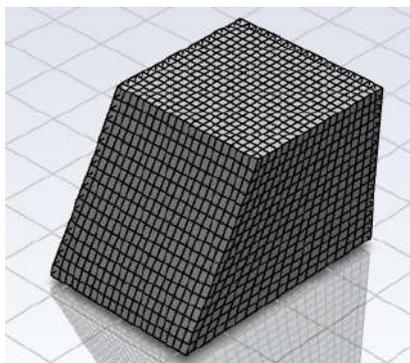


Figura 8.10: Forma ottimizzata

8.1.4 Analisi e confronto dei risultati

Nella tabella 8.5 sono riportati i risultati ottenuti utilizzando il metodo di scultura aggiunta e lo script automatico per il flusso di lavoro di adjoint-preview. Nelle figure 8.11 e 8.12 sono confrontate rispettivamente le streamlines della velocità e l'andamento della pressione statica, valutate sul piano di simmetria delle geometrie ottimizzate e di quella iniziale.

Nella geometria iniziale si può osservare la formazione di vortici con il flusso che separa già all'inizio del "tetto" del cubo. Si registra un'ampia zona di turbolenza sia sopra il tetto che nella parte posteriore del cubo. Analizzando la geometria ottimizzata tramite adjoint-sculpting, da un confronto, emerge come la riduzione di drag sia legata a diversi aspetti. Sicuramente influisce la riduzione della sezione frontale. Inoltre si può osservare un recupero di pressione sul tetto del cubo, che ostacola la separazione del flusso. Ciò comporta una riduzione della turbolenza sia sul tetto che sulla coda.

Infine, considerando la geometria ottimizzata seguendo il flusso di lavoro di adjoint-preview, non si ha una riduzione della sezione frontale, quindi la variazione di drag è legata solo alla variazione del profilo, per cui il flusso risulta guidato meglio e si registra una minor turbolenza soprattutto in coda. Infatti si può osservare come la zona a bassa pressione in coda sia molto meno sviluppata. Quindi la riduzione del drag è legata soprattutto alla riduzione del pressure-drag, meno del friction-drag.

In definitiva entrambi i flussi di lavoro si sono rilevati molto efficaci. Il flusso di lavoro di scultura aggiunta permette di raggiungere il target con spostamenti minori, mentre quello di adjoint-preview permette di ottenere forme più semplici.

	Adj-sculpting	Adj-preview
Drag [N]	1,989	1.884
Cd	0.8276	0.7688
Riduz. drag	-27,8%	-28,5%

Tabella 8.5: Confronto risultati ottenuti

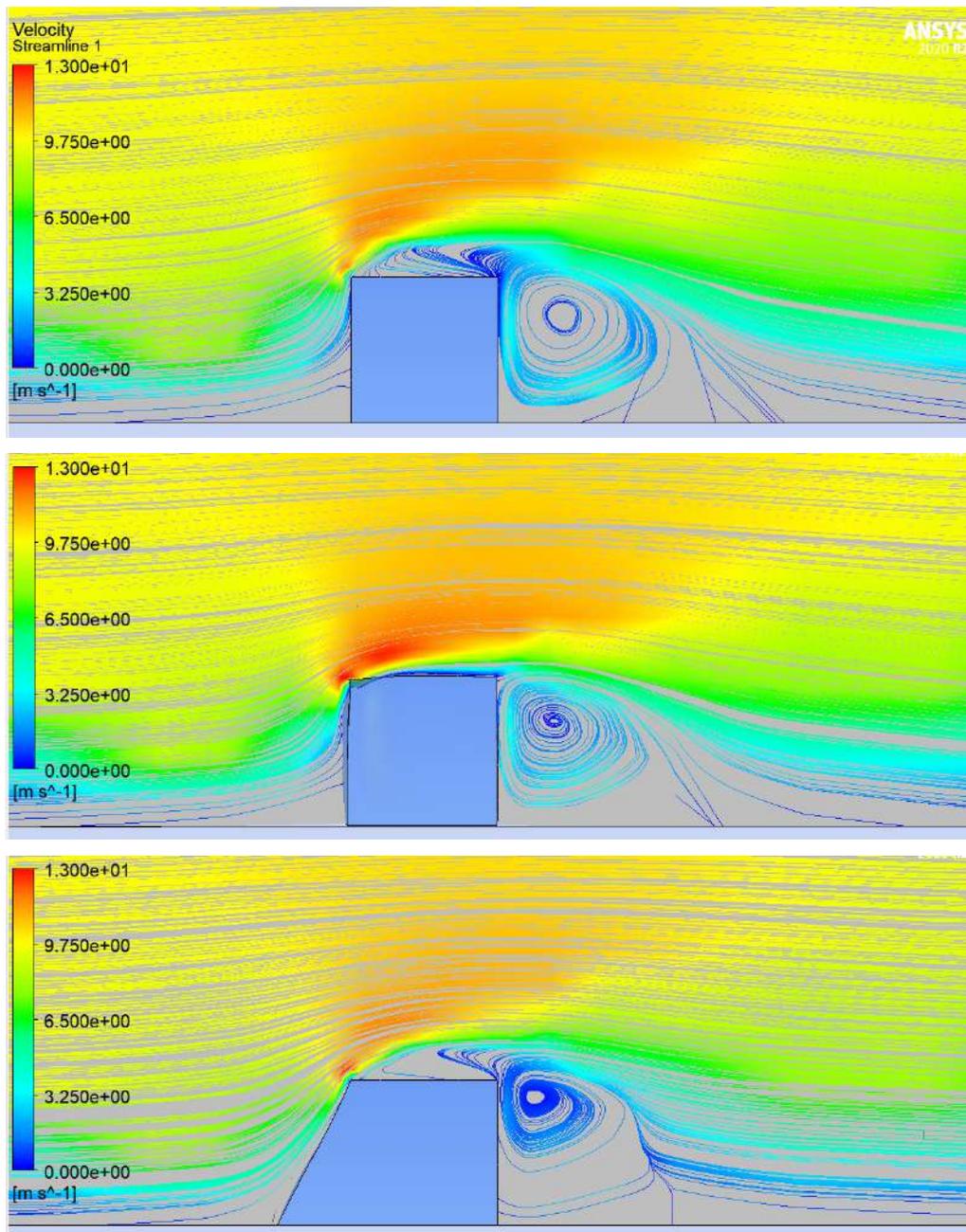


Figura 8.11: Streamlines velocità valutate sul piano di simmetria della geometria iniziale (in alto) e di quelle ottimizzate usando il workflow di adj.-sculp. (al centro) e adj.-preview (in basso).

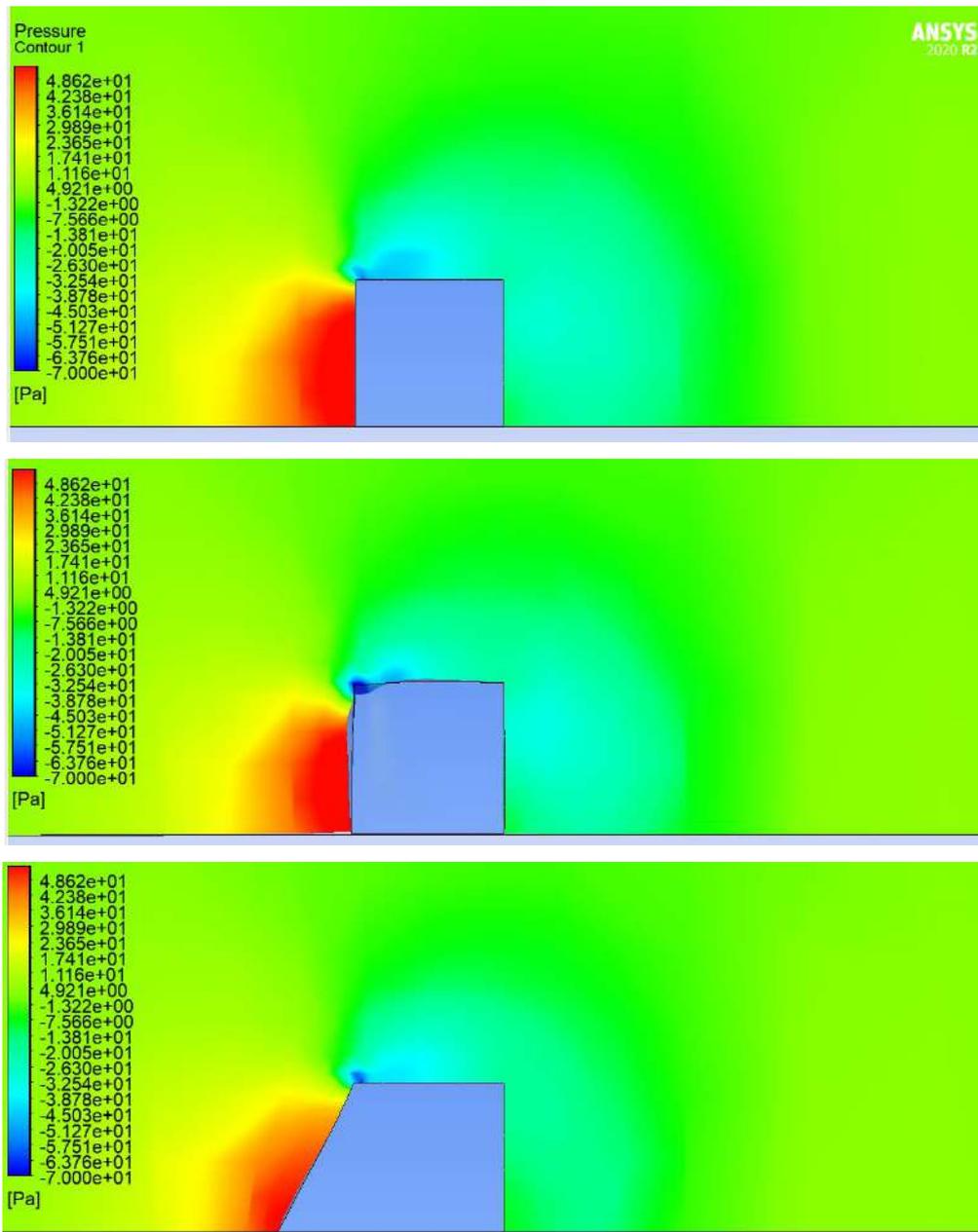


Figura 8.12: Pressione statica sul piano di simmetria della geometria iniziale (in alto) e di quelle ottimizzate usando il workflow di adj.-sculpt. (al centro) e adj.-preview (in basso).

8.1.5 Cubo multi-obiettivo

Sullo stesso cubo descritto in precedenza è stata eseguita un'ottimizzazione multi-obiettivo. In questo caso nella forma finale deve essere riscontrata una riduzione di drag e un aumento della deportanza. Per ottenere questo risultato sono stati valutati diversi approcci:

- È stato applicato il metodo di adjoint-sculpting utilizzando come unico osservabile il drag, valutando anche la deportanza;

- Sono stati definiti due osservabili (lift e drag) e in ogni step sono eseguiti due calcoli adjoint, ottenendo due soluzioni RBF. Quindi sono state sovrapposte linearmente le due soluzioni;
- È stato applicato il metodo di adjoint-sculpting definendo un osservabile ad hoc che permette di valutare contemporaneamente i due parametri di interesse. Nello specifico è stata definita la somma di lift e drag, la quale deve essere minimizzata;
- È stato applicato il metodo di adjoint-preview considerando la somma di lift e drag come osservabile.

Adjoint-sculpting drag (ASD)

Nell'analisi già eseguita (8.1.2) è stata ottenuta una riduzione del drag del 27,8%. L'obiettivo era ridurre il drag di almeno il 25%, quindi è stato progressivamente diminuito il passo nei successivi cicli di ottimizzazione man mano che si avvicinava l'obiettivo. Infatti deformando maggiormente la mesh si ottengono forme più complesse e la qualità della mesh stessa progressivamente peggiora. Quindi, rispetto all'obiettivo prefissato, è stata ritenuta sufficiente la riduzione di drag ottenuta. In questo modo è stato ricavato l'andamento dell'osservabile riportato in figura 8.4 e la forma finale riportata in figura 8.3. Rispetto al caso già presentato, in questa sezione, è stata monitorata anche la deportanza e si è spinta maggiormente l'ottimizzazione del drag. In questo caso l'ottimizzazione non tiene in conto della deportanza, ma viene calcolata per valutare quanto cambi senza una ottimizzazione multi-obiettivo. In altri termini, l'unico osservabile del problema rimane il drag, ma viene valutata anche l'influenza degli spostamenti così ottenuti sul lift. Sono stati eseguiti altri nove step di ottimizzazione mantenendo il passo costante, e ad ogni step è stata valutata anche la deportanza. In figura 8.13 è stato riportato l'andamento di drag e deportanza. Si può notare come inizialmente la deportanza aumenti, ha un massimo e poi torna a diminuire. In figura 8.14 a sinistra è stata riportata la forma relativa allo step 14 (massimo della deportanza), a destra quella riferita allo step 19. Considerando lo step 14 come forma finale, si otterrebbe una riduzione del drag del 44,5% e un aumento della deportanza del 10,7%. Invece, considerando lo step 19 come soluzione finale, si otterrebbe una riduzione del drag del 53,5% e un aumento della deportanza del 6,9%.

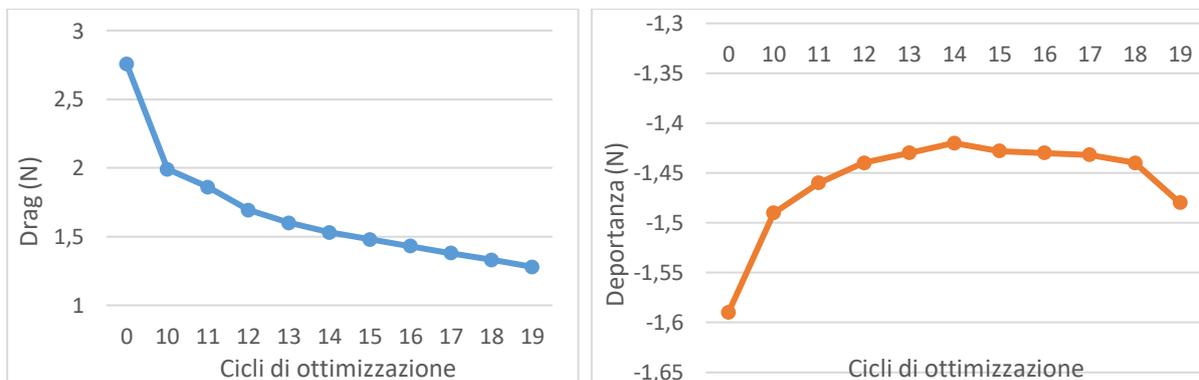


Figura 8.13: Andamento di drag (sinistra) e deportanza (destra) nei successivi cicli di ottimizzazione

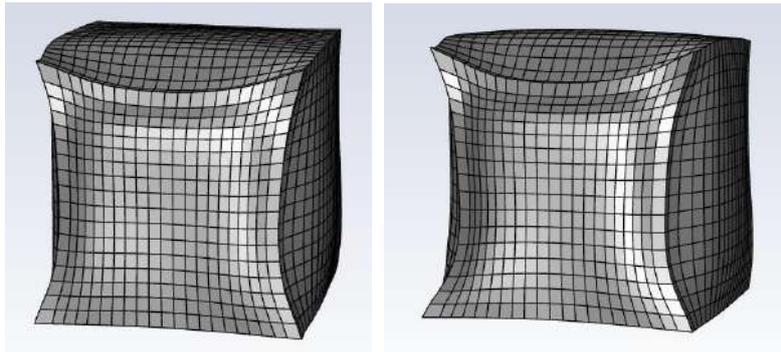


Figura 8.14: Forma ottimizzata riferita allo step 14 (a sinistra) e allo step 19 (a destra)

Adjoint-sculpting con due osservabili (AS2)

È stato applicato il metodo di adjoint-sculpting con due osservabili (lift e drag) e sono state sovrapposte linearmente le due soluzioni RBF. L'adjoint è efficiente perché ha un costo basso al variare del numero dei parametri, ma deve essere eseguito di nuovo per ogni funzione obiettivo. Dopo 10 cicli di ottimizzazione si ottiene la forma in figura 8.15, associata ad una riduzione di drag del 34,5% e di lift del 35,9%. La lunghezza di ogni passo è stata scelta in base all'entità degli spostamenti massimi e in base alla riduzione percentuale degli osservabili valutata nello step precedente per ciascuna soluzione RBF. In questo modo si è ottenuta una riduzione percentuale dei due osservabili molto simile. In base all'obiettivo richiesto, e in particolare alla riduzione percentuale richiesta di ciascun osservabile, è possibile scegliere la lunghezza del passo, o l'amplificazione della soluzione RBF, in modo tale da ottenere una riduzione complessiva maggiore o minore di uno dei due osservabili. Da questo punto di vista questo metodo risulta molto flessibile.

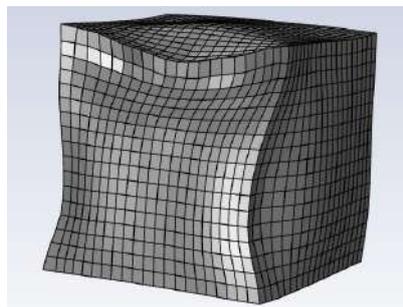


Figura 8.15: Forma finale ottimizzata

Adjoint-sculpting sum (ASS)

È stato definito come osservabile la somma di lift e drag (sum) ed è stato applicato il metodo di adjoint-sculpting per minimizzare tale funzione obiettivo. Rispetto al caso precedente, in questo è stato quindi

considerato un unico osservabile, è sufficiente eseguire un unico calcolo adjoint e viene estratta un'unica soluzione RBF. In figura 8.16 è riportato l'andamento delle grandezze nei successivi cicli di iterazione. Si ottiene una riduzione del drag del 35,7% e di lift del 23%. In figura 8.16 è riportata la forma finale ottenuta. Dunque, utilizzando questo metodo è possibile eseguire un solo calcolo adjoint per ricavare gli spostamenti che permettono di ridurre entrambi le grandezze di interesse. In questo modo il tempo richiesto per il calcolo adjoint è circa la metà di quello richiesto nel caso precedente per la stessa valutazione multi-obiettivo. Tuttavia, c'è un minor controllo sulla riduzione percentuale di ciascun osservabile in ogni step. È possibile definire il terzo osservabile scegliendo esponente e coefficiente moltiplicativo della combinazione lineare tra lift e drag, per ottenere una maggiore o minore riduzione percentuale di uno dei due osservabili. Ad esempio, aumentando il coefficiente del lift si ottiene ad ogni step una minor riduzione di drag a parità di spostamento.

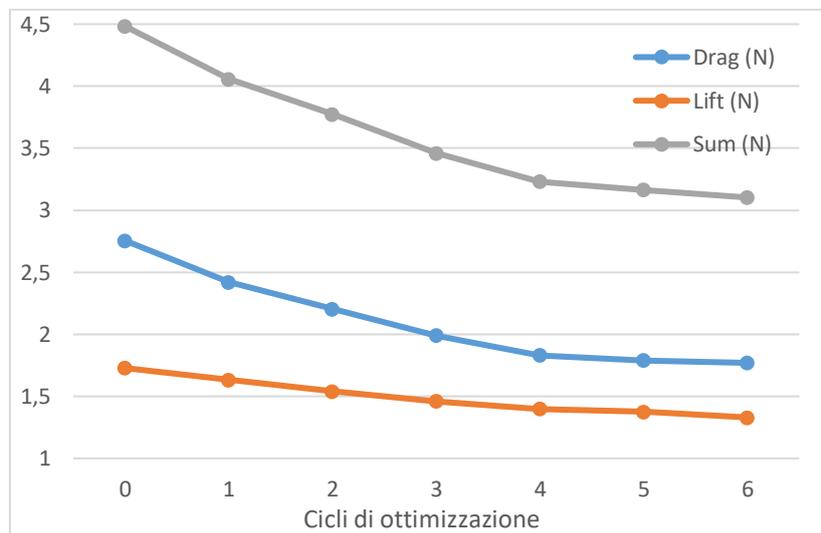


Figura 8.16: Andamento degli osservabili nei successivi cicli di ottimizzazione

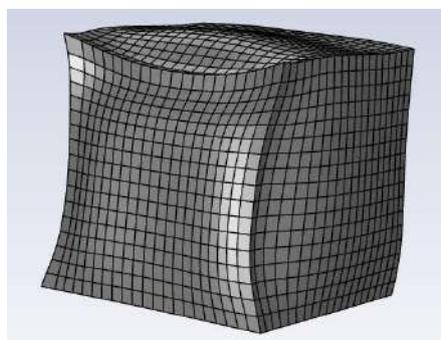


Figura 8.17: forma finale ottimizzata.

Adjoint-preview (AP)

È stato usato il metodo di adjoint-preview considerando gli stessi due parametri definiti in precedenza, ma valutando lift e drag come grandezze di interesse. Per poter utilizzare lo stesso algoritmo automatizzato descritto, ma eseguire un'analisi multi-obiettivo, è stato definito un osservabile ad hoc: la somma di lift e drag.

È stato usato lo script automatico, impostando un numero massimo di 7 iterazioni, un'amplificazione massima delle soluzioni RBF pari a 10 e 6 (in modulo) rispettivamente per nose e boat-tail, una differenza minima di osservabile tra due step successivi pari a 0,1 N. L'osservabile è la somma lift e drag, e il gradiente di tale funzione obiettivo rispetto alle variazioni parametriche guida il processo di ottimizzazione. Vengono salvati anche lift e drag per avere una stima di come variano tali parametri negli step successivi. In figura 8.18 è riportato l'andamento dell'osservabile. Si ottiene una riduzione di drag pari al 28,2% e di lift del 48,9%. In figura 8.19 è riportata la forma ottimizzata.

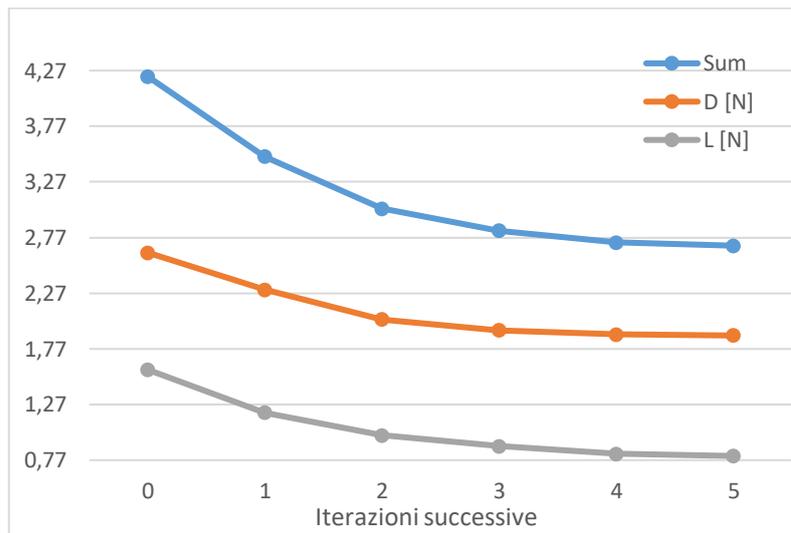


Figura 8.18: Andamento osservabile (blu), drag (arancione) e lift (grigio)

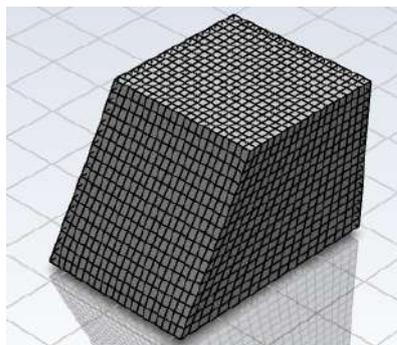


Figura 8.19: Forma finale ottimizzata

Analisi e confronto dei risultati

Nella tabella 8.6 sono riportati i risultati ottenuti utilizzando i metodi descritti per l'analisi multi-obiettivo. Nelle figure 8.20-8.24 sono riportate le streamlines della velocità valutate sul piano di simmetria delle geometrie ottimizzate.

Confrontando i risultati riferiti agli step 14 e 19 ottenuti tramite ASD, si può constatare come la riduzione di drag sia legata alla riduzione della sezione frontale e alla variazione del profilo, per cui il flusso risulta guidato meglio e si ha un campo di pressione più favorevole che ostacola la separazione. Da un confronto tra le due figure emerge come nello step 19 l'aumento della velocità massima, rispetto allo step 14, sia compensato da una riduzione della superficie frontale e da una zona di turbolenza in coda meno ampia. Quindi si registra una riduzione di drag. Viceversa si ha un aumento di lift, e quindi una riduzione di deportanza, perché nel calcolo della lift tali fattori non sono sufficienti a compensare l'aumento della velocità massima.

Sugli altri casi si possono fare considerazioni analoghe. In particolare la soluzione più performante dal punto di vista della deportanza è ovviamente quella ottenuta tramite AP, perché la superficie deportante è maggiore. Il miglior compromesso tra le due grandezze di interesse si ottiene, invece, tramite AS2. Infatti, come già detto in precedenza, attraverso questo approccio si ha un maggior controllo sugli spostamenti mirati ad ottimizzare ciascun osservabile.

	ASD-14	ASD-19	AS2	ASS	AP
Drag	-44,5%	-53,5%	-34,5%	-35,7%	-28,2%
Lift	1-0,7%.	-6,9%	-35,9%	-23%	-48,9%

Tabella 8.6: Confronto metodi analizzati

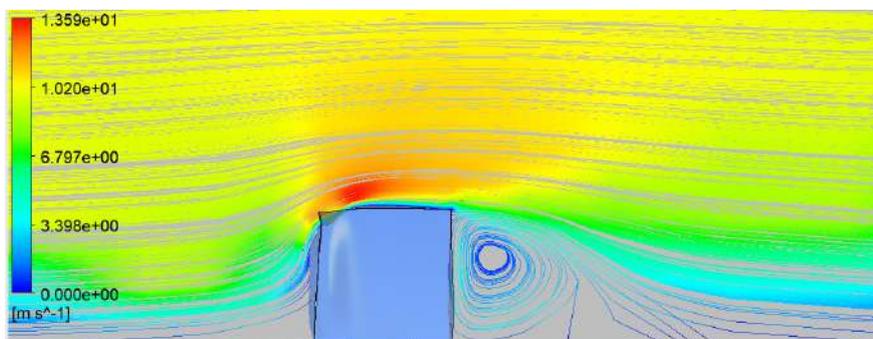


Figura 8.20: Streamlines velocità valutati su piano di simmetria geometria ottimizzata ASD-14

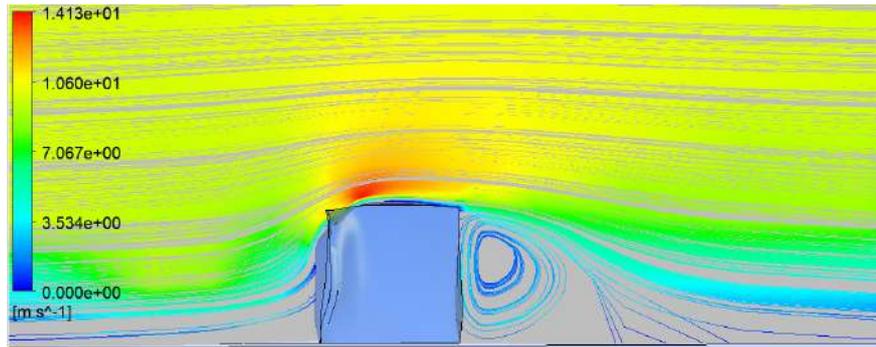


Figura 8.21: Streamlines velocità valutati su piano di simmetria geometria ottimizzata ASD-19

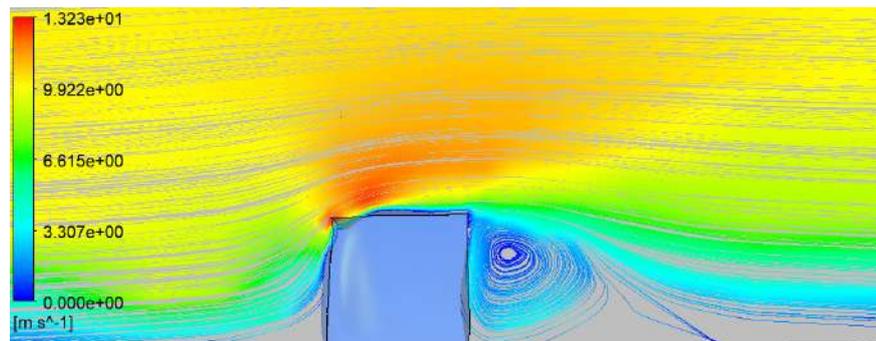


Figura 8.22: Streamlines velocità valutati su piano di simmetria geometria ottimizzata AS2

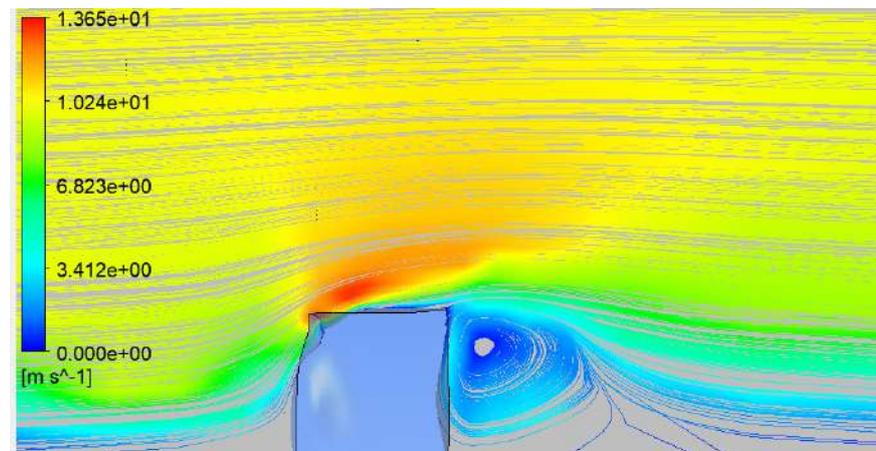


Figura 8.23: Streamlines velocità valutati su piano di simmetria geometria ottimizzata ASS

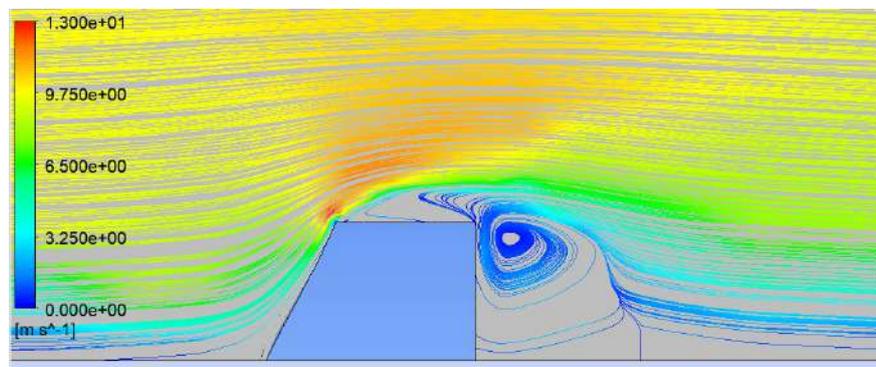


Figura 8.24: Streamlines velocità valutati su piano di simmetria geometria ottimizzata AP

8.2 Tubo con curva a 90°

In questa sezione si è affrontato il problema dell'ottimizzazione di un flusso interno. L'obiettivo di questo studio è ridurre le perdite di pressione del flusso d'aria all'interno di un tubo a sezione circolare che presenta una curva a 90°. Sono state effettuate diverse prove ed implementati diversi metodi di ottimizzazione, considerando diverse mesh per lo stesso modello CAD, valutando come osservabile il pressure-drop, definito come la differenza delle pressioni totali nelle sezioni di input e output. La base di partenza in tutti i processi di ottimizzazione sviluppati sono la geometria, la mesh, i modelli utilizzati per l'analisi CFD e adjoint.

8.2.1 Geometria, mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento

In figura 8.25 è riportato il tubo con curva a 90° analizzato e sono indicate le dimensioni caratteristiche. Per testare l'influenza della mesh nella determinazione della soluzione sono state considerate tre diverse mesh: una mesh rada (figura 8.26), una intermedia (figura 8.27) e una fitta (figura 8.28). Per ogni mesh sono riportate le principali caratteristiche (tabella 8.7). Tutte le griglie di calcolo sono state realizzate con elementi esaedrici e sono più fitte in prossimità delle pareti. In questo modo è possibile cogliere con sufficiente precisione l'interazione fluido-struttura, ma limitare il numero complessivo di nodi ed elementi, riducendo il tempo computazionale richiesto per l'analisi del caso.

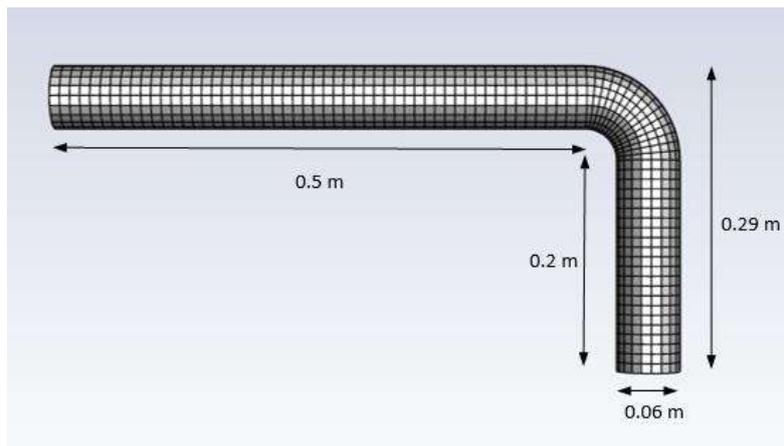


Figura 8.25: Geometria analizzata e dimensioni caratteristiche

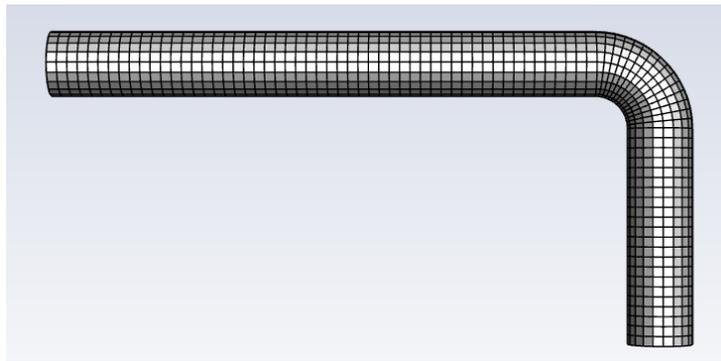


Figura 8.26: Mesh rada

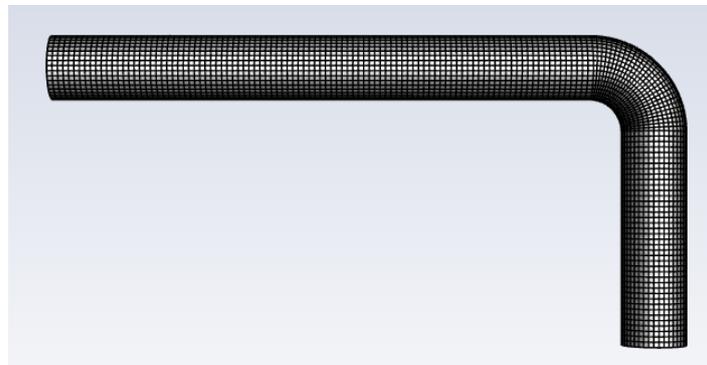


Figura 8.27: Mesh intermedia

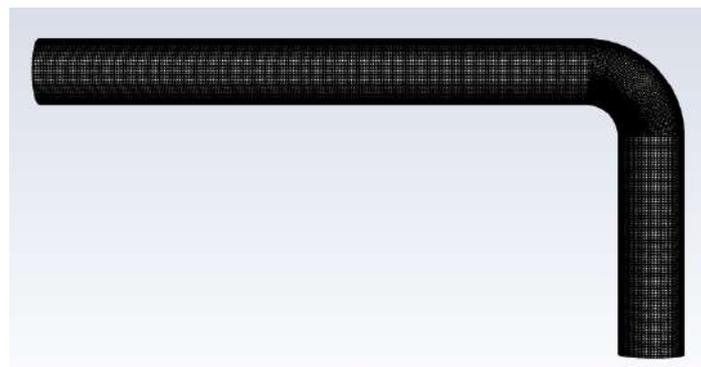


Figura 8.28: Mesh fitta

	Rada	Intermedia	Fitta
Numero nodi	13741	61854	544353
Numero celle	12600	57960	522480
Minimum Orthogonal Quality	0,939579	0,862515	0,902271

Tabella 8.7: caratteristiche mesh

Come condizioni al contorno è stata imposto:

- Velocità nella sezione di input di 10 m/s;
- Pressione nella sezione di output pari alla pressione atmosferica;
- Wall -> no-slip sulle pareti laterali del tubo.

Il fluido è modellato come aria incompressibile (Density = 1.225 kg/m³), con un modello di turbolenza k-eps (Realizable K-epsilon, Enhanced wall treatment).

In tabella 8.8 è riassunta l'impostazione numerica del problema:

Scheme	Coupled
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

Tabella 8.8: Impostazione numerica analisi CFD

Sono stati quindi impostati i seguenti parametri di controllo per stabilizzare la soluzione:

- ERFs (Explicit Relaxation Factors) Momentum e Pressure = 0.5;
- Density = 1;
- Body Forces = 1;
- TKE e TDR = 0.75;
- TR (Turbulent Viscosity) = 1.

È stato selezionato un numero massimo di 300 iterazioni.

L'osservabile analizzato per i casi analizzati è il pressure-drop, il quale deve essere minimizzato. Per ottenere dei dati di sensibilità validi, è necessario utilizzare un solutore adjoint coerente con l'impostazione numerica dell'analisi CFD. Nella tabella 8.9 sono riportate le impostazioni del solutore aggiunto. Non è stato necessario introdurre nessuno schema di stabilizzazione e sono state eseguite 250 iterazioni.

Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind

Tabella 8.9: Impostazione numerica solutore adjoint

8.2.2 Adjoint-sculpting (AS)

L'obiettivo dell'ottimizzazione è ridurre le perdite di pressione di almeno il 30%. È stato utilizzato il flusso di lavoro di scultura aggiunto, definendo il pressure-drop come osservabile. Il set-up del morphing è stato concepito per mantenere indeformate le sezioni di input e output e modificare l'area in prossimità della curva a 90°. In figura 8.29 sono riportati in blu i punti fissi sulla sezione di output, in verde i punti fissi sulla

sezione di input, infine in rosso i punti sul quale viene applicato lo spostamento. L'ottimizzazione è guidata dal metodo di caduta del gradiente: ad ogni step la mesh viene modificata seguendo la mappa di sensibilità dell'osservabile (figura 8.30). In ogni ciclo la lunghezza dello step è fissata in base allo spostamento massimo previsto. In particolare, man mano che l'ottimizzazione si avvicinava al target, è stato ridotto progressivamente lo spostamento e, quindi, la lunghezza dello step. In figura 8.31 è riportato un confronto tra la geometria iniziale e quella finale. In figura 8.32 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione. Sono stati effettuati 5 cicli di ottimizzazione, ottenendo una riduzione complessiva delle perdite di pressione di circa il 47,5%.

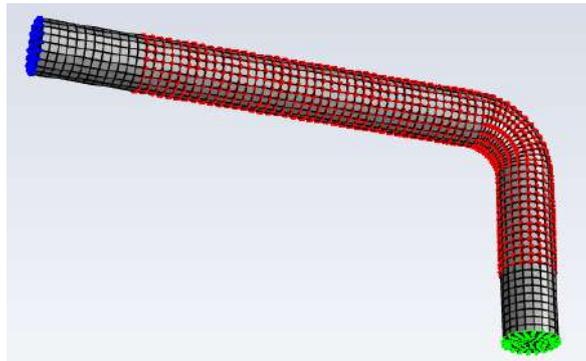


Figura 8.29: Morphing set up

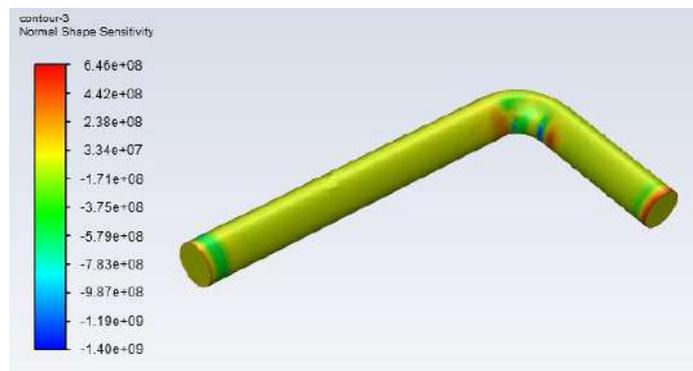


Figura 8.30: Mappa di sensibilità per il caso in esame riferita al primo step

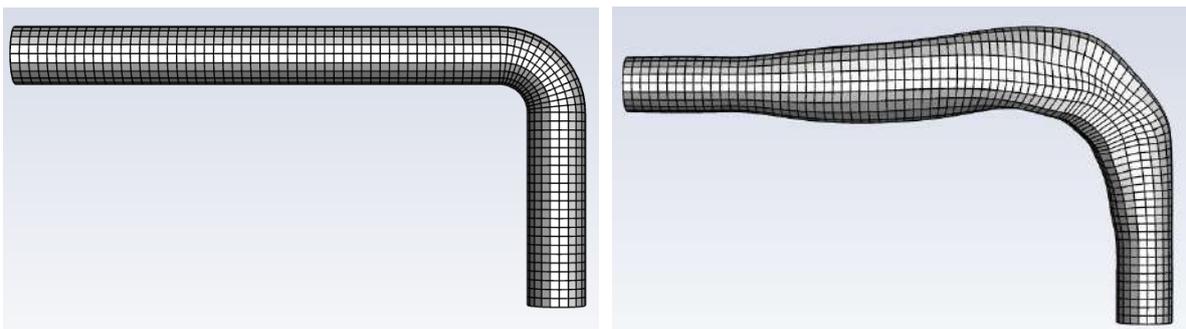


Figura 8.31: Confronto tra baseline e forma ottimizzata

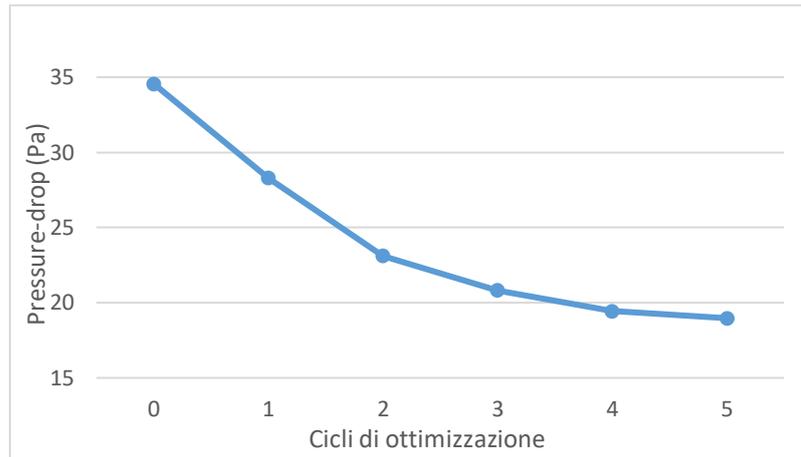


Figura 8.32: Andamento del pressure-drop nei cicli di ottimizzazione

Per testare l'influenza della mesh nella determinazione della soluzione sono state considerate le tre diverse mesh riportate precedentemente. Le RBFs sono un metodo di interpolazione mesh-less. È quindi possibile utilizzare la stessa soluzione su mesh diverse. Dunque, gli spostamenti ottenuti con il metodo di adjoint-sculpting sulla mesh rada sono stati applicati anche sulla mesh intermedia (figura 8.33) e su quella fitta (figura 8.34). Si può osservare che passando ad una mesh via via più fitta la geometria ottenuta è sostanzialmente la stessa, come atteso, ma con superfici con una levigatura migliore. Valutando l'osservabile sulle mesh più fitte si ottiene una riduzione in linea con quella ottenuta con la mesh più rada (figura 8.35). In particolare, sulle mesh intermedia e fitta si ottengono, rispettivamente, una riduzione di pressure-drop del 46,7% e del 46,5%.

Infine è stato applicato il metodo di adjoint-sculpting anche sulla mesh intermedia e in figura 8.36 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione. Si può osservare che l'andamento dell'osservabile è molto simile a quello ottenuto sulla mesh rada. Infatti, in entrambi i casi, l'ampiezza dello step è fissata in base alla riduzione dell'osservabile stesso.

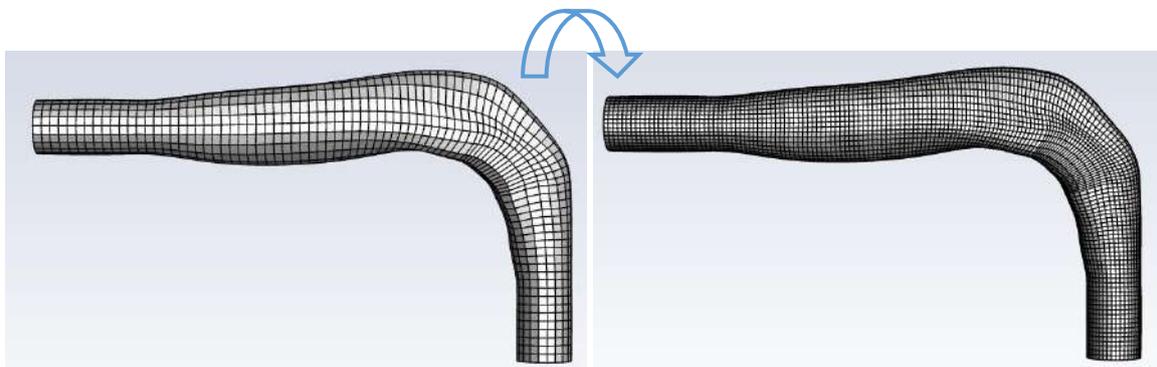


Figura 8.33: Spostamenti ottenuti usando il metodo di scultura aggiunta su mesh rada, mappati sulla mesh intermedia.

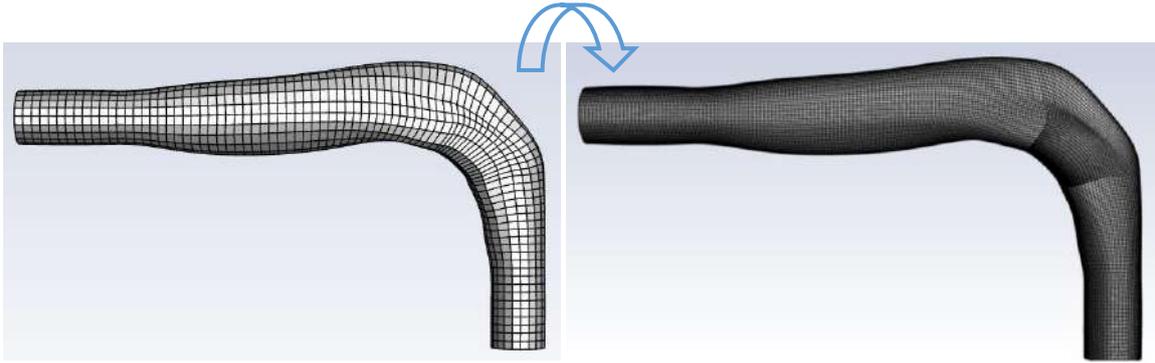


Figura 8.34: Spostamenti ottenuti usando il metodo di scultura aggiunta su mesh rada, mappati sulla mesh fitta.

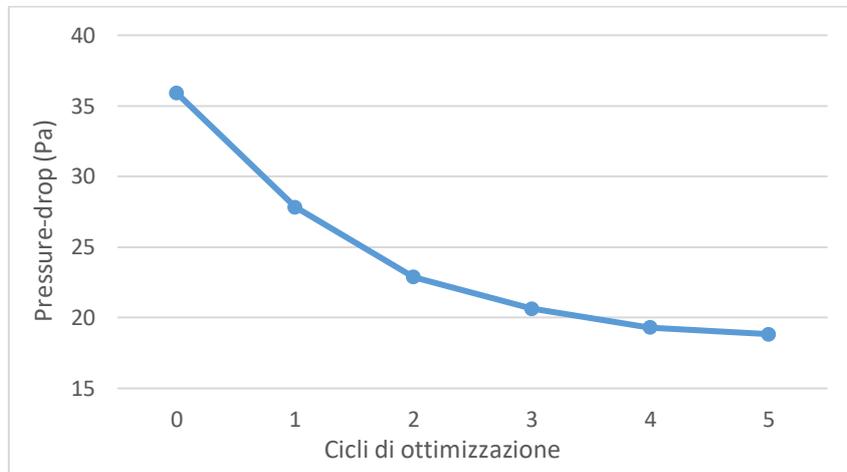


Figura 8.35: Andamento dell'osservabile valutato applicando spostamenti ottenuti usando il metodo di scultura aggiunta su mesh rada, mappati sulla mesh fitta.

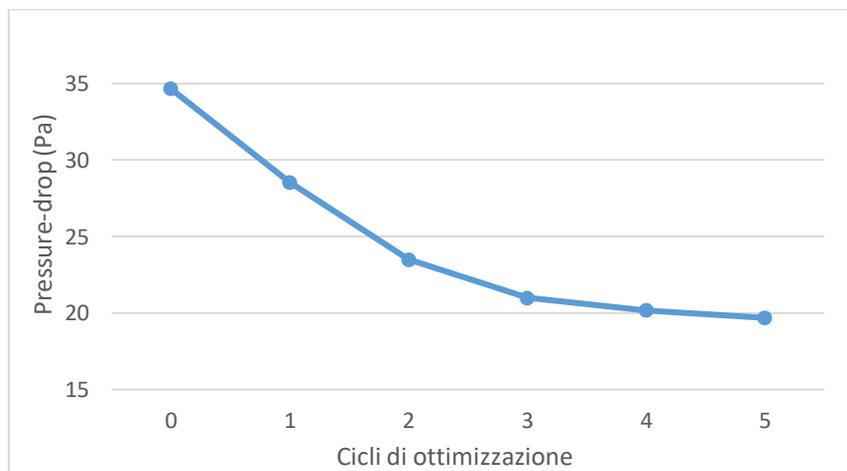


Figura 8.36: Andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione, ricavato applicando metodo di adjoint-sculpting su mesh intermedia.

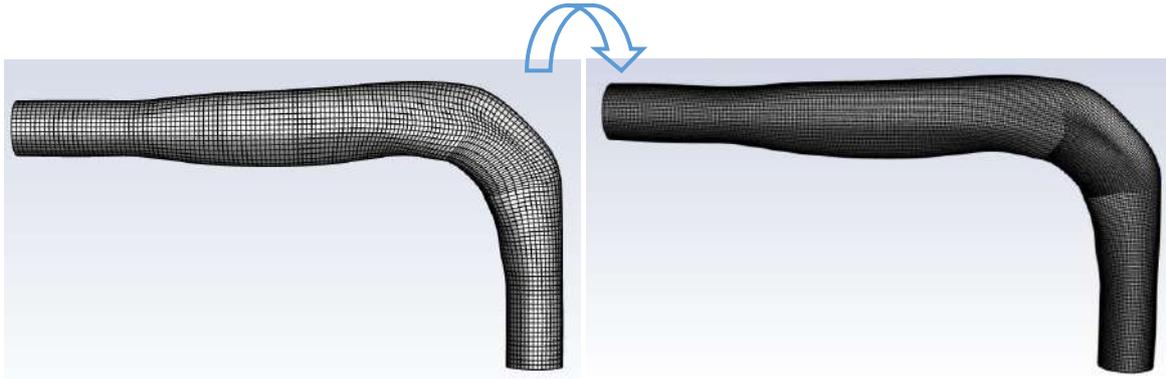


Figura 8.37: Forma ottimizzata ricavata applicando metodo di adjoint-sculpting su mesh intermedia (sinistra), spostamenti ottenuti mappati sulla mesh fitta (destra).

8.2.3 Adjoint-preview: encaps cilindrici (APC)

In questo caso è stato utilizzato il flusso di lavoro di adjoint-preview. In questo approccio è fondamentale la parametrizzazione definita dall'utente e le RBF sono impiegate per modellare la geometria verso la forma ottimale seguendo le informazioni fornite dal gradiente dell'osservabile rispetto alla variazione parametrica. Sfruttando l'adjoint-preview è possibile valutare un numero elevato di parametri di forma a costi contenuti, limitando notevolmente i tempi di calcolo. Tuttavia per un numero elevato di parametri, il metodo risulta molto laborioso. Infatti ad ogni step, è necessario valutare l'influenza di ciascun parametro e, in base ad essa, assegnare una opportuna amplificazione. Per questo si è scelto di scrivere ed utilizzare uno script in linguaggio Scheme che implementa in modo automatico il workflow di adjoint-preview.

Anche in questo caso si vuole ridurre la caduta di pressione nella curva a 90°.

In base alle considerazioni fatte nel paragrafo precedente, in questa sezione è stato ritenuto sufficiente considerare solo la mesh rada e quella fitta, utilizzando la prima per eseguire i calcoli CFD e adjoint, e la seconda per ottenere risultati più precisi e affidabili e cogliere strutture più fini.

Le mappe di sensibilità (figura 8.30) sono state impiegate non solo per guidare il processo di ottimizzazione verso il minimo locale, ma anche per individuare i parametri più adatti per ottenere una riduzione più significativa dell'osservabile (pressure-drop). Sono stati definiti sette cilindri come parametri. Nello specifico sono stati impiegati 7 moving encaps cilindrici per effettuare uno scaling sulle sezioni rette, mantenendo fissi i punti sulle sezioni di input e output. Ogni soluzione RBF effettua lo scaling in una sola direzione, in questo modo aumentano i gradi di libertà del problema che, quindi, presenta 14 parametri di modifica di forma.

In figura 8.38 sono riportati gli encaps cilindrici. In figura 8.39 sono riportati, rispettivamente in verde e in rosso, i punti fissi sulle sezioni di input e output. Gli spostamenti superficiali ottenuti utilizzando il morphing set-up descritto, sono mappati sul volume di interesse (figura 8.40), mantenendo fisse le sezioni di ingresso

e uscita. Il metodo a due step permette di ottenere superfici più levigate. Infatti la presenza di molti punti fissi e vincoli, influenza l'interpolazione degli spostamenti sui nodi della mesh.

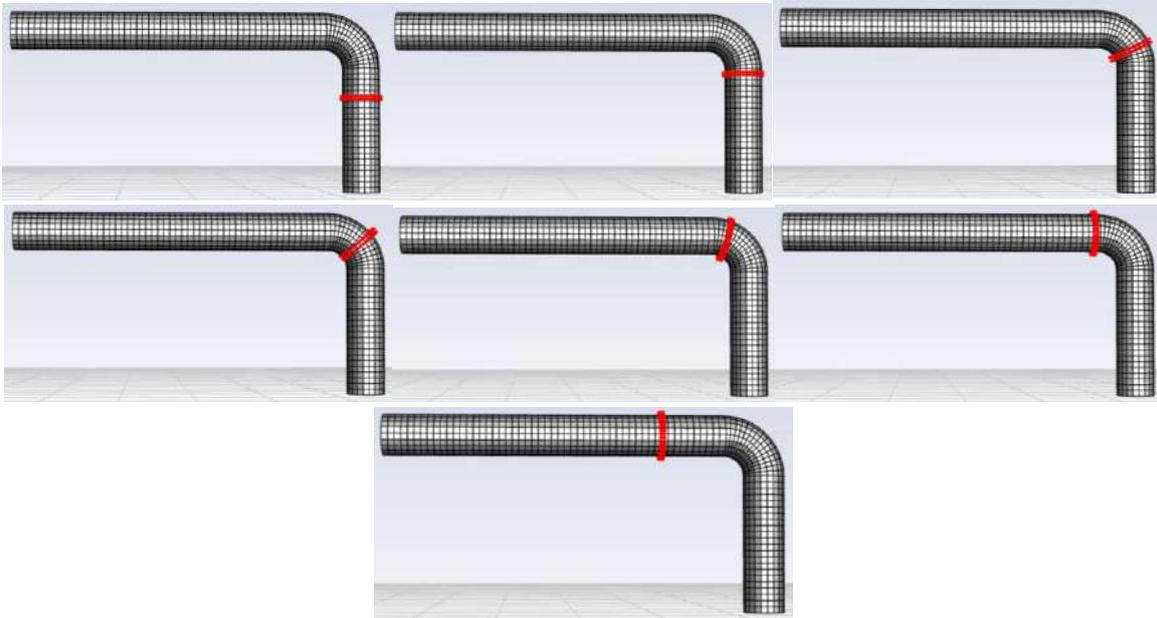


Figura 8.38: Sette encaps cilindrici

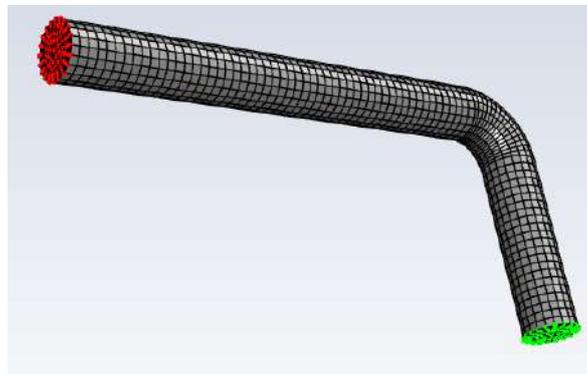


Figura 8.39: Punti fissi nel primo step.

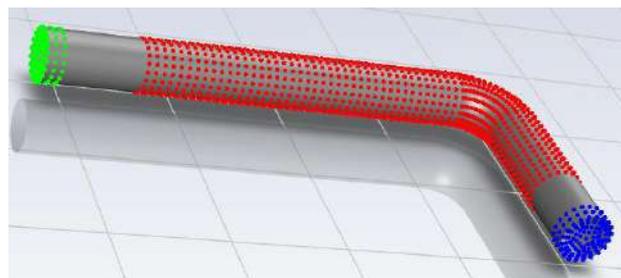


Figura 8.40: Morphing set-up per il secondo step: in rosso i punti controllati. In blu e verde i punti fissi.

Per l'ottimizzazione è stato utilizzato l'algoritmo automatico descritto che implementa il flusso di lavoro di adjoint-preview, sfruttando il metodo della caduta del gradiente per assegnare l'amplificazione di ogni parametro in ogni step. È stato impostato un numero massimo di 8 iterazioni (ma la soluzione converge dopo 7 iterazioni), un'amplificazione massima delle soluzioni RBF pari a 7 (in modulo), una differenza minima di osservabile tra due step successivi pari a 0.1 Pa. In figura 8.41 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi step di iterazione, in tabella 8.10 sono riportati i valori finali delle amplificazioni delle soluzioni RBF. Dopo sette iterazioni si ottiene una riduzione di pressure-drop del 43,3%.

La soluzione ottenuta è stata applicata sulla mesh fitta. Si ottiene una riduzione della caduta di pressione in linea con quella valutata con la mesh rada, del 40,7%. In figura 8.42 è riportata la mesh fitta ottimizzata, mentre in figura 8.43 sono confrontate la geometria iniziale e quella ottimizzata. Rispetto al caso precedente, come atteso, la variazione della geometria è meno marcata.

Infine in figura 8.44 è riportato il segmento rettilineo generato unendo i punti previsti dall'adjoint-preview per uno dei 7 parametri. Si può osservare che, come atteso, risulta tangente alla curva dei punti dei valori effettivi ottenuti mediante calcolo CFD.

Cil1x	Cil1z	Cil2x	Cil2z	Cil3x	Cil3z	Cil4x	Cil4z	Cil5x	Cil5z	Cil6y	Cil6z	Cil7y	Cil7z
5.47	7	4.11	7	2.33	7	2.5	7	3.3	7	3.32	7	2.65	7

Tabella 8.10: Amplificazione finale delle 14 soluzioni RBF

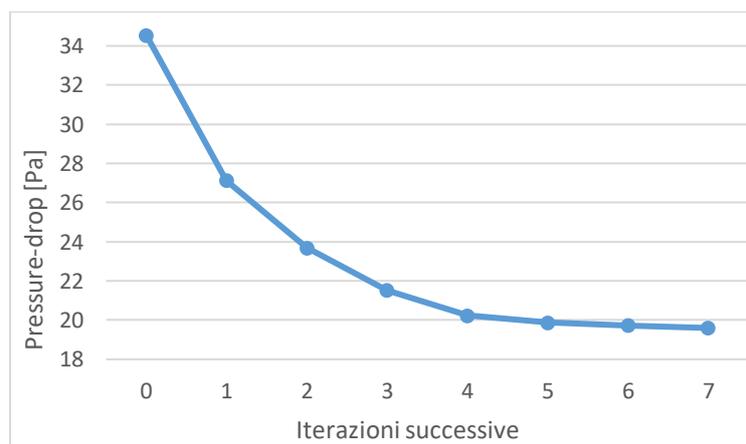


Figura 8.41: Andamento dell'osservabile nei successivi cicli di iterazione

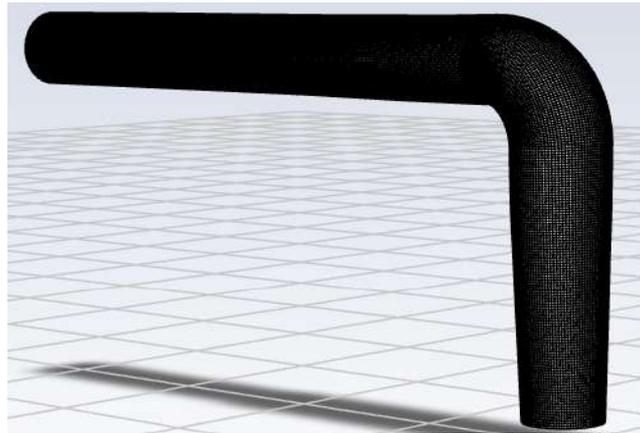


Figura 8.42: Mesh fitta ottimizzata

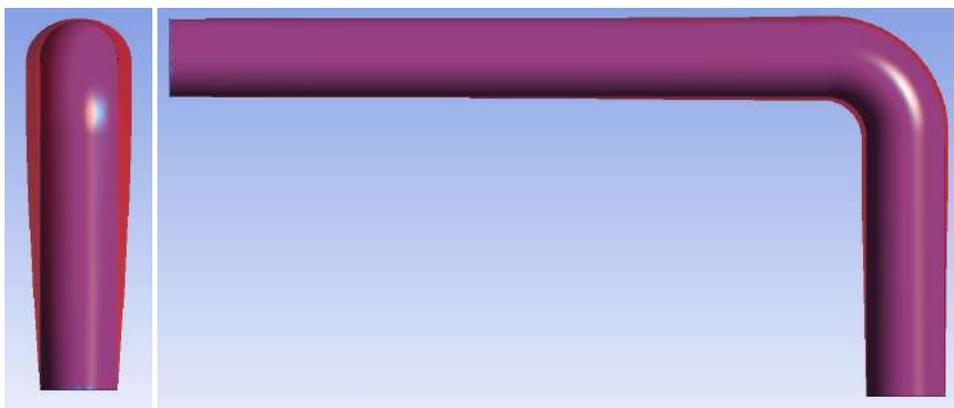


Figura 8.43: Confronto tra baseline (interna, blu) e forma ottimizzata (rossa).

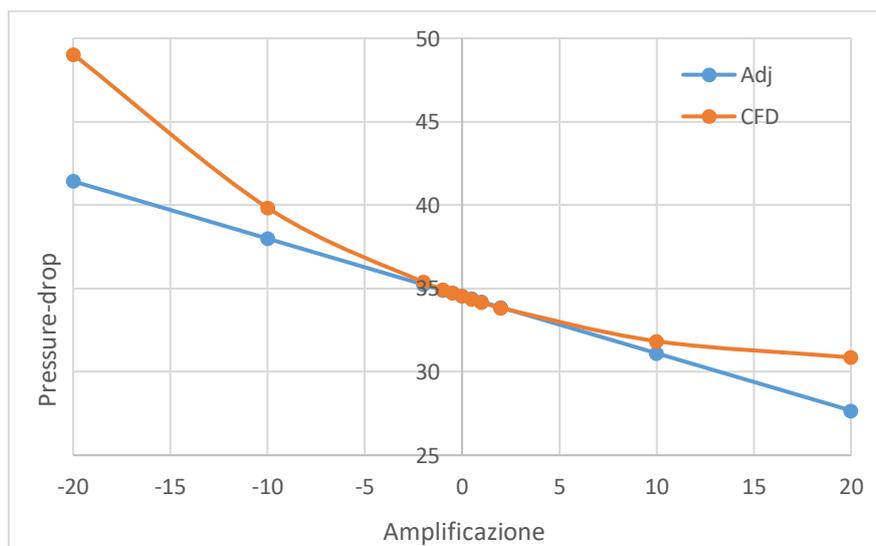


Figura 8.44: Il segmento rettilineo generato unendo i punti previsti dall' adjoint-preview per uno dei sette parametri (in blu) risulta tangente alla curva dei punti dei valori effettivi ottenuti mediante calcolo CFD (in arancione).

8.2.4 Adjoint-preview: points (APP)

Anche in questo caso è stato utilizzato il flusso di lavoro di adjoint-preview sfruttando lo script già descritto e riportato in appendice, e si vuole ridurre la caduta di pressione nella curva a 90° .

Sono stati definiti 15 punti (figura 8.45) ed è stato applicato uno spostamento normale alla superficie per ogni punto, sfruttando la simmetria del cilindro. Sono state definite 15 soluzioni RBF, ognuna con tutti i punti fermi ed un punto spostato in direzione normale alla superficie. Tutti gli spostamenti sono simmetrici rispetto al piano x-y. I punti sono stati definiti in maniera opportuna, usando le informazioni date dalla mappa di sensibilità (figura 8.30). Per l'interpolazione sono state utilizzate RBF di ordine superiore per ottenere superfici più regolari. Anche in questo caso è stato usato il metodo a due step e nel secondo step è stato usato il set-up in figura 8.46: in rosso sono riportati i punti in cui gli spostamenti sono controllati, in verde i punti fissi.

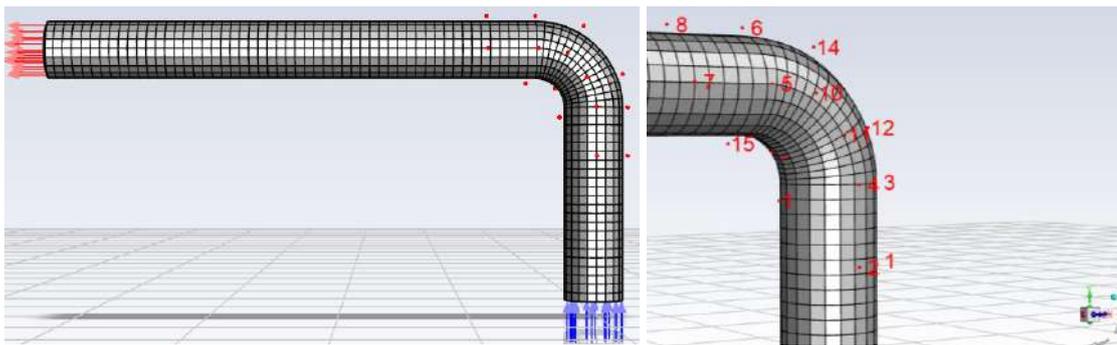


Figura 8.45: I 15 punti definiti nel primo step

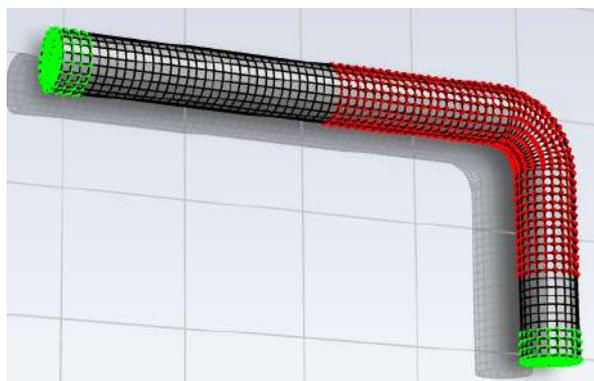


Figura 8.46: Morphing set-up riferito al secondo step. In verde i punti fissi, in rosso quelli controllati.

È stato utilizzato l'algoritmo automatico descritto, impostando un numero massimo di 12 iterazioni, un'amplificazione massima delle soluzioni RBF pari a 11 (in modulo), una differenza minima di osservabile tra due step successivi pari a 0.1 Pa. Si ottiene una riduzione del pressure-drop del 37,5%. In figura 8.47 è riportato l'andamento dell'osservabile e in tabella 8.11 sono riportate le amplificazioni finali delle 15 soluzioni RBF.

La soluzione ottenuta è stata mappata sulla mesh più fitta, ottenendo una riduzione della caduta di pressione del 40,7%. In figura 8.48 è riportata la mesh fitta ottimizzata, mentre in figura 8.49 sono confrontate la geometria iniziale e quella ottimizzata.

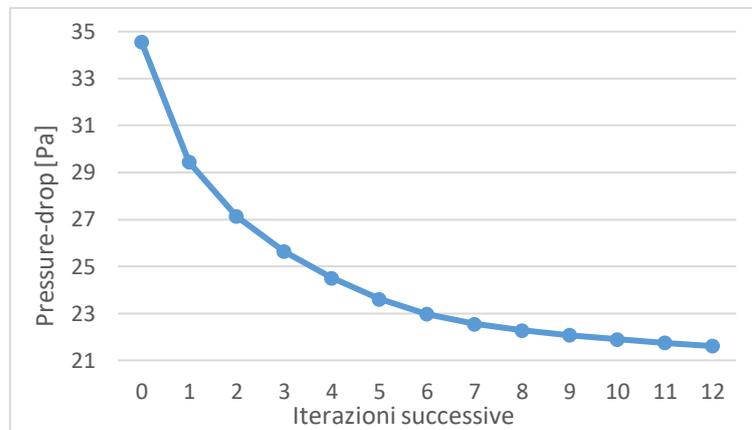


Figura 8.47: Andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione

P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15
3.4	11	1.13	11	10	5	8.72	5.52	-7.54	9.9	11	-2.45	-1.28	1.76	0.7

Tabella 8.11: Amplificazioni finali delle 15 soluzioni RBF

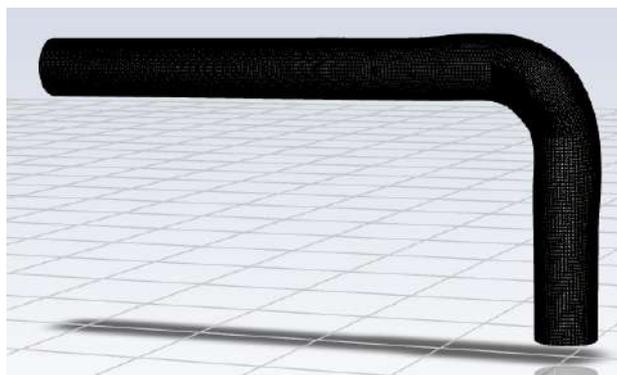


Figura 8.48: Mesh fitta ottimizzata

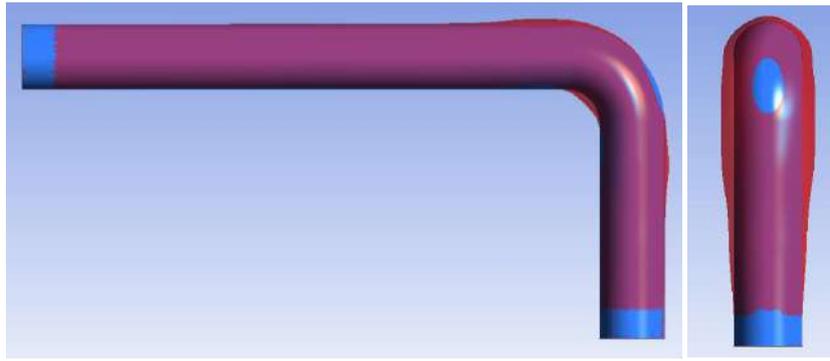


Figura 8.49: Confronto tra baseline (blu) e forma ottimizzata (rosso).

8.2.5 Analisi e confronto dei risultati

Influenza della mesh

Per valutare l'influenza della mesh sono stati considerati i risultati associati al workflow di AS. Si potrebbero fare considerazioni analoghe a partire dagli altri casi.

Dunque le soluzioni RBF ottenute implementando il workflow di AS sulla mesh rada, sono state applicate anche su mesh intermedia e fitta. Nella tabella 8.12 sono riportati i risultati ottenuti in termine di riduzione di pressure-drop valutati sulle tre mesh ottimizzate. Si può constatare come la riduzione di osservabile sia molto simile. Anche analizzando le grandezze di interesse, come ad esempio l'andamento delle streamlines velocità (figura 8.50) sulle mesh rada, intermedia e fitta, si possono fare considerazioni pressoché analoghe.

Dai risultati ottenuti si può constatare che il metodo utilizzato risulta valido. In generale non appare vantaggioso applicare il metodo di adjoint-sculpting direttamente su mesh molto fitte, qualora le fisiche sulle quali basare l'ottimizzazione vengano colte con abbastanza precisione anche da mesh meno raffinate. Infatti mesh più rade permettono di ridurre notevolmente i tempi di calcolo (tabella 8.13) e filtrano strutture di flusso molto fini che non dovrebbero essere rilevanti per l'ottimizzazione globale. Gli spostamenti ottenuti su mesh più rade possono essere facilmente applicati anche su mesh più fitte, essendo le RBFs mesh-less. In questo modo è possibile ottenere forme finali ottimizzate con mesh molto fini utilizzando il metodo di adjoint-sculpting in tempi relativamente contenuti. Inoltre in questo modo, sulla mesh finale ottimizzata fitta è possibile studiare con precisione tutti i fenomeni e gli aspetti di interesse eseguendo un solo calcolo CFD.

	Mesh rada	Mesh intermedia	Mesh fitta
Pressure-drop	-47,5%	-46,7%	-46,5%

Tabella 8.12: Riduzione pressure-drop nelle mesh valutate

	Mesh rada	Mesh intermedia	Mesh fitta
CFD	44 s	105 s	1216 s
Adjoint	72 s	233 s	/

Tabella 8.13: Tempi di calcolo (valutati su un computer con 8GBdi RAM) riferiti a 200 iterazioni (non è stato eseguito calcolo adjoint su mesh fitta).

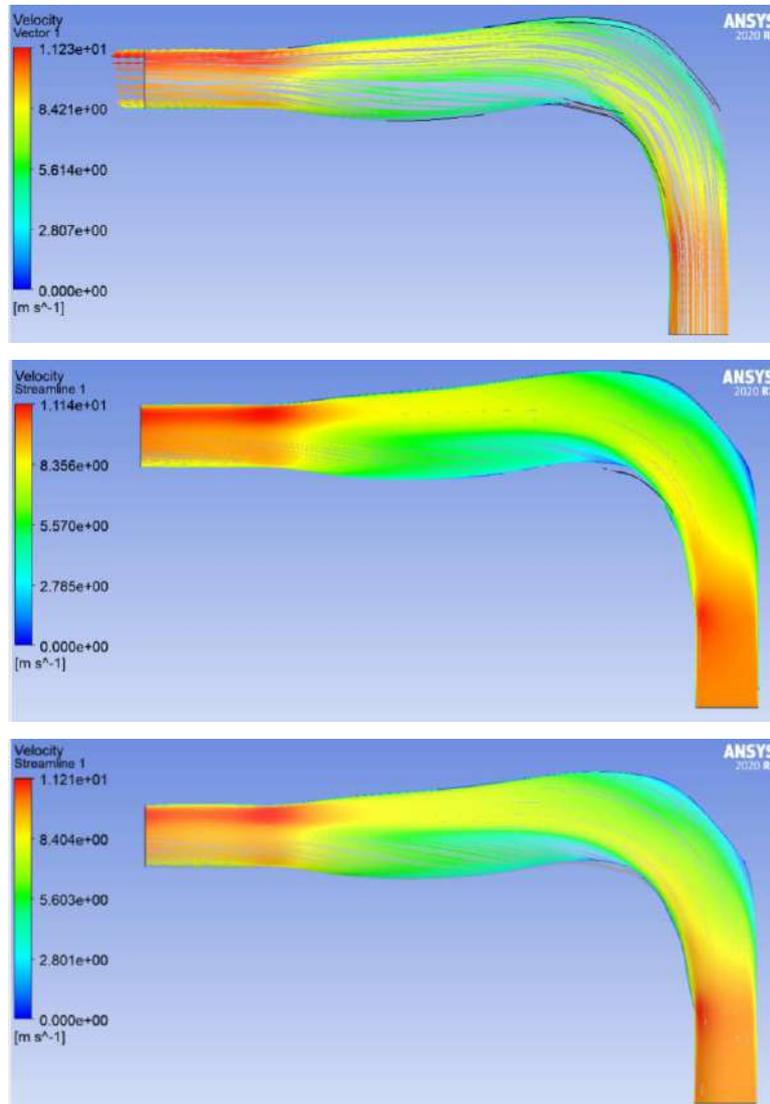


Figura 8.50: Risultati AS valutati su mesh rada (in alto), intermedia (centro) e fitta (in basso)

Confronto risultati

In base alle considerazioni fatte, sono stati valutati e riportati i risultati associati alle mesh fitte. Osservando l'andamento delle streamlines della velocità (figura 8.51) e della pressione statica (figura 8.52) nella geometria iniziale si può constatare come in corrispondenza della curva a 90° ci sia una riduzione di pressione sulla superficie interna della curva con conseguente aumento della velocità. Essendo la curvatura

elevata, ciò comporta la separazione del flusso con formazione di vortici che causano un'elevata dissipazione di energia e quindi una caduta di pressione concentrata.

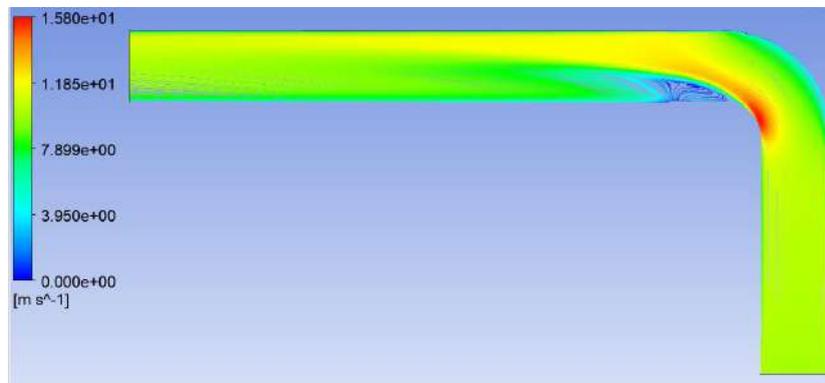


Figura 8.51: Streamlines velocità valutati sul piano di simmetria della mesh fitta iniziale

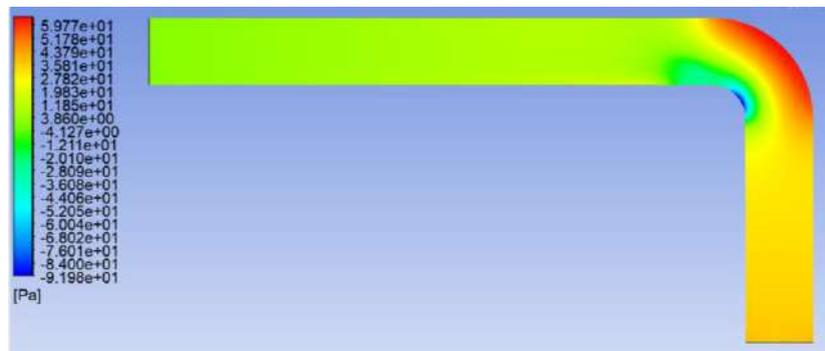


Figura 8.52: Pressione statica valutata sul piano di simmetria della mesh iniziale fitta

In riferimento alla figura 8.53, si può osservare come, nella geometria ottimizzata tramite AS, il tratto iniziale sia divergente, la sezione aumenta e la velocità diminuisce essendo il flusso sub-sonico. In corrispondenza della curva si registrano velocità più basse, il flusso è guidato meglio, le strutture turbolente sono meno sviluppate. Infine il tratto finale è convergente e la velocità inevitabilmente aumenta. Nonostante ciò la velocità del fluido risulta mediamente più bassa rispetto alla geometria iniziale. Si ottiene una riduzione complessiva delle perdite di pressione di circa il 46,5%. Tale riduzione è legata sostanzialmente a due aspetti:

- L'aumento di sezione, per cui si hanno velocità mediamente più basse. La velocità è un parametro molto importante perché le perdite di pressione scalano con il quadrato della velocità;
- Il fluido è guidato meglio, la curvatura aumenta in maniera graduale. Inoltre la nuova geometria tende a guidare il fluido dalla superficie esterna (alta pressione) verso quella interna (bassa pressione), ostacolando la separazione, limitando la formazione di vortici, che comporterebbero un'elevata dissipazione di energia e una caduta significativa di pressione.

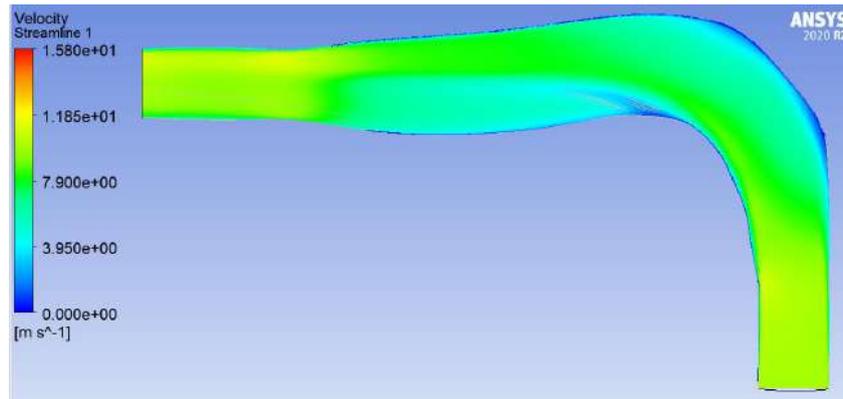


Figura 8.53: Streamlines velocità valutati sul piano di simmetria della geometria ottimizzata tramite AS

Nella geometria ottimizzata tramite APC (figura 8.54), si ottiene una riduzione della caduta di pressione del 40,8%. Risulta evidente come in questo caso la riduzione di pressure-drop sia legata sostanzialmente all'aumento della sezione, con conseguente riduzione della velocità. Si può osservare una riduzione dell'estensione della zona interessata da vortici, sostanzialmente come conseguenza della riduzione di velocità.

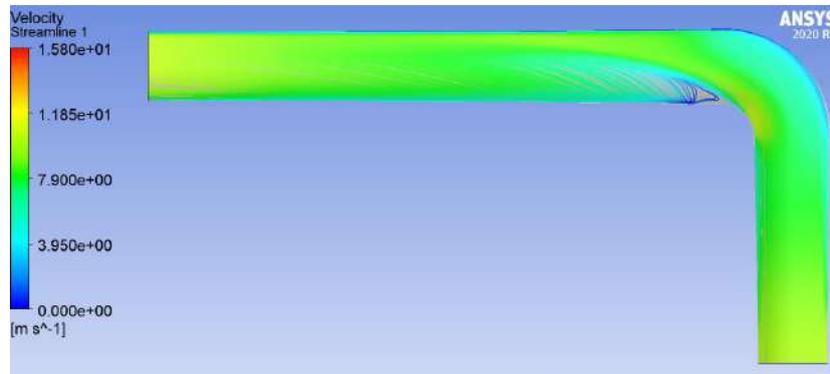


Figura 8.54: Streamlines velocità valutati sul piano di simmetria della geometria ottimizzata tramite APC

In figura 8.55 è riportato un confronto tra le due forme ottimizzate ottenute nei due casi descritti. Nella geometria ottenuta tramite AS la variazione di sezione è più contenuta, mentre la variazione di forma è più marcata, e la forma ottimizzata ostacola la separazione. Nel caso di APC c'è un minor numero di gradi di libertà e ciò influenza la forma finale ottenuta, tuttavia questo approccio permette di ottenere una geometria più semplice da realizzare, aumentando la sezione solo dove necessario per raggiungere il target dell'ottimizzazione, permettendo, da questo punto di vista, di limitare gli ingombri della geometria finale.

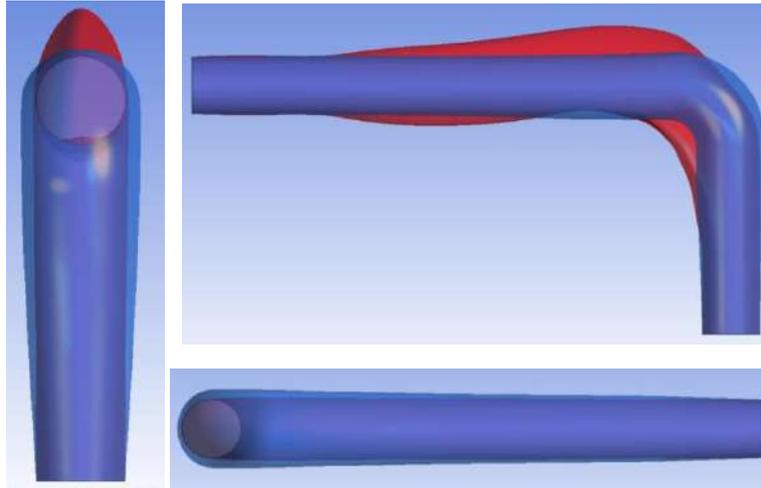


Figura 8.55: Confronto tra le forme ottimizzate con AS (rosso) e tramite APC (blu)

La geometria ottimizzata tramite APP (figura 8.56) è associata ad una riduzione della caduta di pressione del 40,7%. In questo caso la riduzione di pressure-drop è legata sostanzialmente a due aspetti:

- L'aumento della sezione e la conseguente riduzione di velocità;
- La geometria finale è tale da guidare il flusso dalla zona ad alta pressione in corrispondenza della superficie esterna, verso quella a bassa pressione, in corrispondenza della superficie interna. Il flusso ad alta pressione si oppone alla separazione. Questo effetto è molto meno evidente rispetto a quello analizzato nella geometria ottimizzata tramite adjoint-sculpting.

Nonostante questi effetti, si formano dei vortici, ma tale zona è meno estesa rispetto a quella valutata nella geometria iniziale.

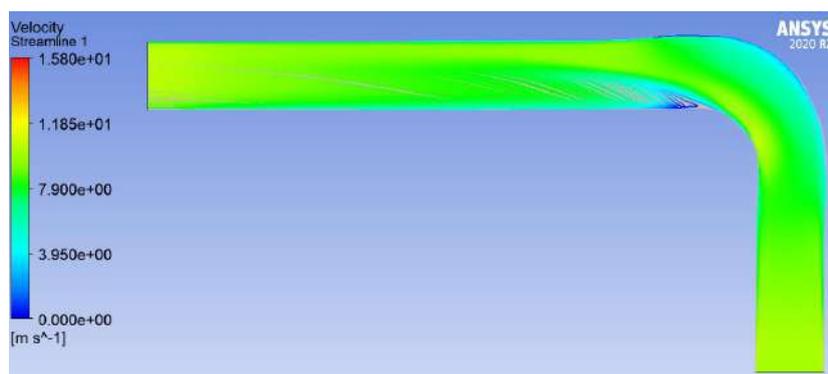


Figura 8.56: Streamlines velocità valutati sul piano di simmetria della geometria ottimizzata tramite APP

Infine nella tabella 8.14 sono confrontati i risultati ottenuti con i metodi descritti. Nel metodo di AS il numero di gradi di libertà è maggiore e ciò permette di ottenere una geometria più performante, nonostante l'aumento di sezione sia minore. Tuttavia l'ingombro nel piano è maggiore e la forma più complessa.

	Adj-sculpting	Adj-preview encaps	Adj-preview points
Pressure-drop	-46,5%	-40,8%	-40,7%

Tabella 8.14: Confronto tra gli approcci utilizzati, considerando mesh fitta

8.3 Ahmed-body

L'Ahmed-body è stato introdotto da S. R. Ahmed nel 1984. È un corpo sagomato che schematizza in modo molto semplificato un'autovettura e rappresenta un modello di riferimento nel campo dell'ottimizzazione aerodinamica. Utilizzare questa geometria per un'analisi CFD presenta diversi vantaggi. Innanzitutto la forma è abbastanza semplice e può essere fedelmente riprodotta anche con mesh non troppo fitte. È quindi possibile ottenere risultati attendibili anche con potenze di calcolo non particolarmente elevate e in tempi abbastanza contenuti. Inoltre è un modello che è stato ampiamente studiato [23] [24]. Quindi c'è molto materiale in letteratura per la convalida dei risultati ottenuti. Infine i risultati dell'analisi rappresentano una base di partenza per lo studio di casi più complessi, possono essere generalizzati ricavando considerazioni valide per lo studio e l'ottimizzazione dell'aerodinamica di flussi esterni.

In figura 8.57 è riportata la geometria di riferimento. L'angolo φ è un importante parametro di progetto. Nel caso in esame è stata considerata una configurazione iniziale con $\varphi = 35^\circ$.

Le forze aerodinamiche sul corpo sono il risultato di complesse interazioni tra le separazioni di flusso e il comportamento dinamico della scia vorticoso rilasciata. In figura 8.58 si può osservare come in coda si sviluppino diverse strutture turbolenti. La regione di ricircolo A si forma quando il flusso si separa nella parte superiore della superficie posteriore del modello, la regione di ricircolo B si forma a causa della separazione alla base del modello, i vortici C-Pillar si formano quando la vorticità negli strati limite laterali tende ad aggirare i bordi laterali.

Sono state effettuate diverse prove ed implementati diversi metodi di ottimizzazione, considerando diverse mesh per lo stesso modello CAD.

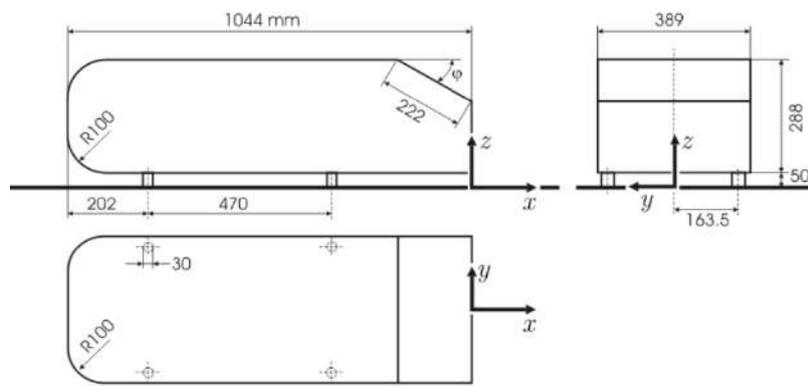


Figura 8.57: Geometria Ahmed-body

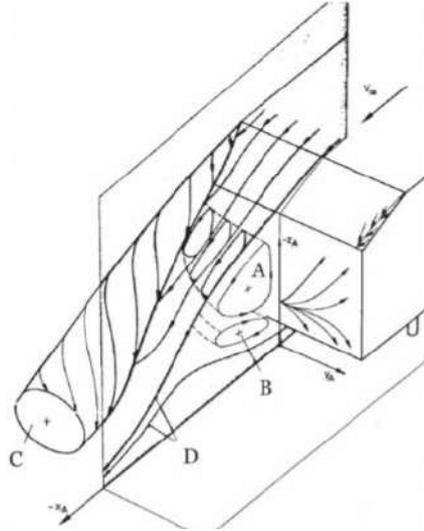


Figura 8.58: Strutture turbolenti in coda

8.3.1 Mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento

Per il caso in esame sono state considerate due diverse mesh. La mesh rada (figura 8.59) è utilizzata per eseguire i calcoli CFD e adjoint, permettendo di ridurre i tempi computazionali. La mesh fitta (figura 8.60) è utilizzata per ottenere risultati più precisi e attendibili, sfruttando l'indipendenza dalla mesh del metodo utilizzato. Per ogni mesh sono riportate le principali caratteristiche. Le griglie di calcolo sono state realizzate con elementi esaedrici e tetraedrici, e sono più fitte in prossimità delle pareti. In questo modo è possibile cogliere con sufficiente precisione l'interazione fluido-struttura, ma limitare il numero complessivo di nodi ed elementi, riducendo il tempo computazionale richiesto per l'analisi del caso.

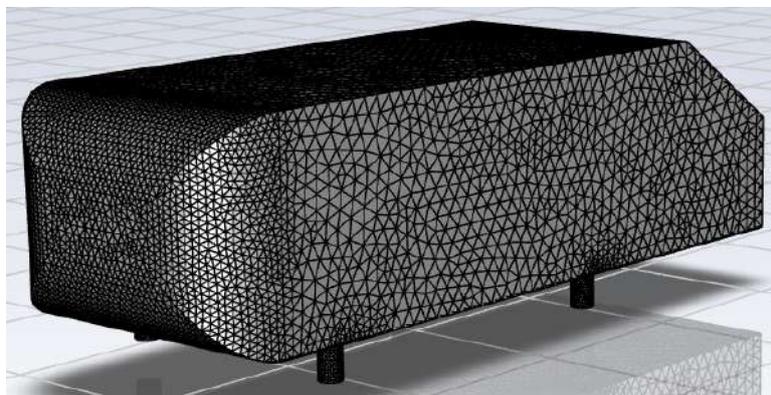


Figura 8.59: Mesh rada

Numero nodi	56866
Numero celle	299132
Minimum Orthogonal Quality	0.194651

Tabella 8.15: Principali caratteristiche mesh rada



Figura 8.60: Mesh fitta

Numero nodi	389176
Numero celle	2066031
Minimum Orthogonal Quality	0.195375

Tabella 8.16: Principali caratteristiche mesh fitta

Come condizioni al contorno è stata imposto:

- Velocità nella sezione di input di 40 m/s;
- Pressione nella sezione di output pari alla pressione atmosferica;
- Wall -> no-slip sulle pareti laterali del corpo;
- Symmetry sulle pareti laterali e superiore della galleria del vento, per simulare un flusso libero.

Il fluido è modellato come aria incompressibile ($\text{Density} = 1.225 \text{ kg/m}^3$), con un modello di turbolenza k-eps (Realizable K-epsilon, Enhanced wall treatment). Nella tabella 8.17 è riassunta l'impostazione numerica del problema:

Scheme	Coupled
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	First Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	First Order Upwind

Tabella 8.17: Impostazione numerica analisi CFD

Sono stati quindi impostati i seguenti parametri di controllo per stabilizzare la soluzione:

- ERFs (Explicit Relaxation Factors) Momentum e Pressure = 0.25;
- Density = 1;
- Body Forces = 1;
- TKE e TDR = 0.8;
- TR (Turbulent Viscosity) = 0.8.

È stato selezionato un numero massimo di 400 iterazioni. L'osservabile per i casi analizzati è il drag, il quale deve essere minimizzato. In un caso (8.3.6) è stata eseguita un'analisi multi-obiettivo, valutando come osservabile la somma di lift e drag, che deve essere minimizzata.

Per ottenere dei dati di sensibilità validi, è necessario utilizzare un solutore adjoint coerente con l'impostazione numerica usata per l'analisi CFD. Nella tabella 8.18 sono riportate le impostazioni del solutore aggiunto. È stata impostata una strategia di stabilizzazione impostando come primo Scheme "Dissipation" e come secondo Scheme "Residual Minimization". È stato selezionato un numero massimo di 400 iterazioni.

Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind

Tabella 8.18: Impostazione numerica solutore adjoint

8.3.2 Adjoint-sculpting (AS)

L'obiettivo dell'ottimizzazione è ridurre il drag di almeno il 20%. È stato applicato il metodo di adjoint-sculpting, usando il tool di Fluent che esegue una parametrizzazione automatica, assegnando lo spostamento ad ogni nodo sfruttando l'informazione della sensibilità. In figura 8.61 è riportata la mappa di sensibilità che guida il processo di ottimizzazione. Infatti l'ottimizzazione segue il metodo di caduta del gradiente, cambiando ad ogni ciclo la lunghezza dello step in base agli spostamenti massimi misurati. È stata ridotta l'ampiezza man mano che l'osservabile si avvicinava al target. È stata selezionata come regione di sculpting l'intero corpo e, ad ogni step, è stato esportato il moving-set così ottenuto. Quindi sono state definite le soluzioni RBF introducendo opportuni vincoli. Il set-up del morphing è riportato in figura 8.62. È stato sviluppato per deformare solo il corpo (punti verdi), mantenendo fissi i cilindri di appoggio (punti rossi). Sono stati applicati spostamenti simmetrici rispetto al piano di simmetria per conservare tale proprietà dell'Ahmed-body. In figura 8.63 sono riportate alcune viste della geometria finale. In figura 8.64 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione. Sono stati effettuati 8 cicli di ottimizzazione, ottenendo una riduzione complessiva di drag del 28,2%.

Seguendo lo stesso approccio descritto per il tubo con curva a 90°, è stata definita una mesh più fitta e sono stati mappati gli stessi spostamenti, sfruttando il fatto che le RBF sono mesh-less. Sulla forma finale

così ottenuta (figura 8.65) è stato valutato l'osservabile. Si ottiene una riduzione dell'osservabile in linea con quella ottenuta sulla mesh rada, con una riduzione totale del drag del 28,3%.

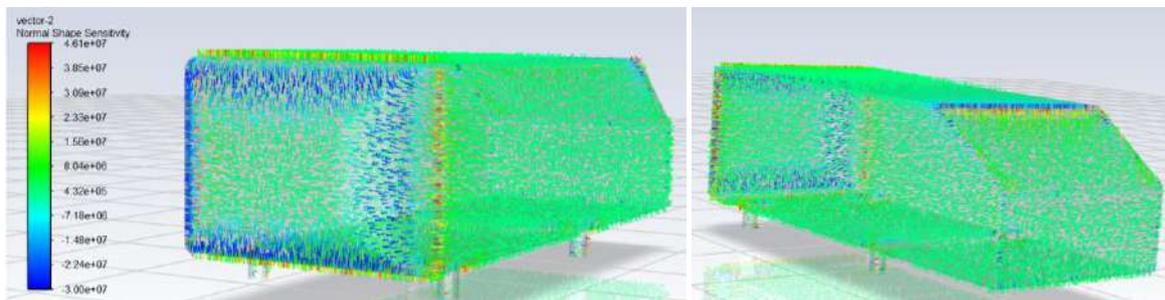


Figura 8.61: Vettore Normal Shape Sensitivity riferito al primo step

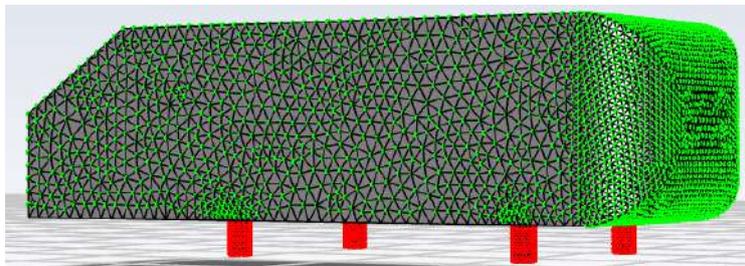


Figura 8.62: Morphing set-up

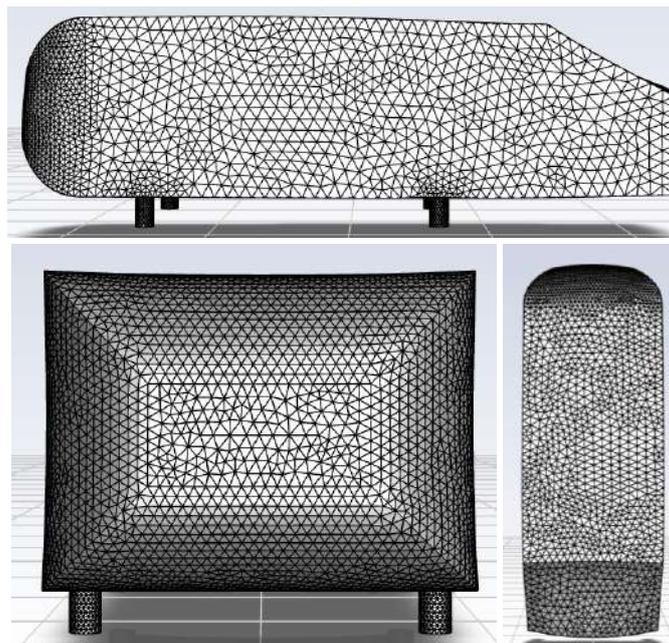


Figura 8.63: Alcune viste della mesh finale (rada)

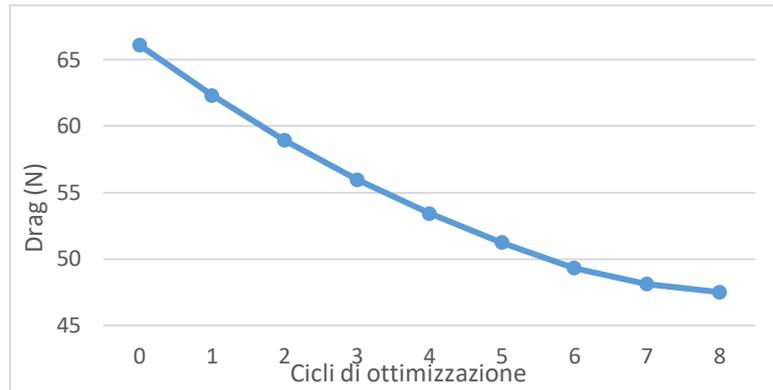


Figura 8.64: Andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione

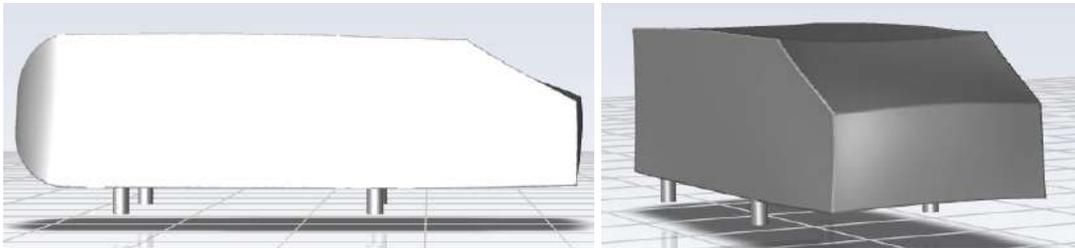


Figura 8.65: Geometria ottimizzata

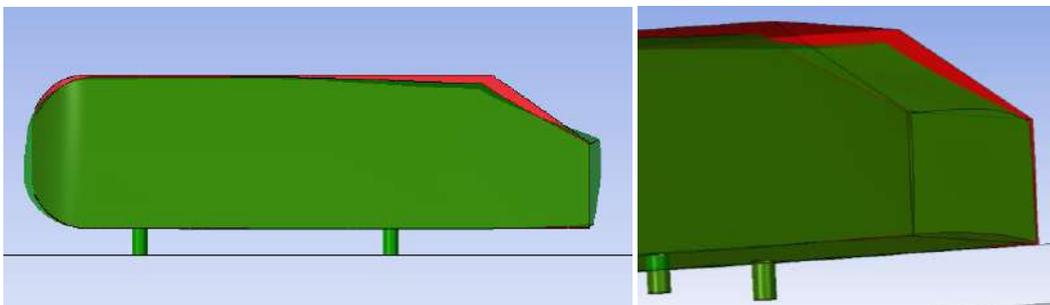


Figura 8.66: Confronto forma iniziale (rosso) e ottimizzata (verde)

8.3.3 Adjoint-preview (AP)

È stato utilizzato il metodo di adjoint-preview per ottimizzare la forma e ridurre il drag. In riferimento alla geometria e al sistema di riferimento in figura 8.67, sono stati definiti sei parametri la cui efficacia nella riduzione del drag è stata ampiamente collaudata e sperimentata:

- Scale-front. È stato definito uno scaling del rettangolo frontale dell'Ahmed-body. In figura 8.68 (sinistra) sono riportati in verde i punti mobili, in rosso i punti fissi del primo step. Nel secondo step (figura 8.68 a destra), la soluzione del primo step è stata mappata sui punti verdi, i punti rossi sono

fissi ed è previsto una zona di cuscinetto tra le due. In figura 8.69 è riportata la preview associata alla soluzione RBF descritta;

- **Front-z.** È stato definito uno spostamento in direzione z dei punti del rettangolo frontale (utilizzato lo stesso set up della soluzione precedente per i due step). In figura 8.70 è riportata la preview associata a questa soluzione RBF;
- **Boat-tail.** È stato definito uno spostamento in direzione x dei punti verdi nella figura 8.71 (sinistra), mantenendo fissi i punti rossi. Nel secondo step (figura 8.71 a destra), la soluzione precedente è stata mappata sui punti verdi, mentre i punti rossi sono fissi. La soluzione è simmetrica rispetto al piano y-z ed è prevista una zona di cuscinetto tra area rossa e verde, ma anche tra quella verde e il piano di simmetria. In figura 8.72 è riportata la preview associata a questa soluzione RBF;
- **Back-angle.** È stato definito uno spostamento in direzione y dei punti verdi sullo spigolo (figura 8.73 sinistra). I punti rossi sono fissi. A destra in figura 8.73 è riportato il set-up del secondo step. I punti rossi e blu sono fissi, quelli verdi sono controllati. In figura 8.74 è riportata la preview associata a questa soluzione. Questa soluzione RBF permette di ottenere una rotazione della faccia inclinata del retro del corpo;
- **Back-bottom.** È stato definito uno spostamento in direzione y dei punti rossi sullo spigolo (figura 8.75 sinistra). I punti verdi sono fissi. A destra in figura 8.75 è riportato il set-up del secondo step. I punti verdi sono fissi, quelli rossi sono controllati. In figura 8.76 è riportata la preview associata a questa soluzione. Questa soluzione RBF permette di ottenere una rotazione del fondo del retro del corpo;
- **Front-bottom.** È stato definito uno spostamento in direzione y dei punti rossi (figura 8.77 sinistra). I punti verdi e blu sono fissi. A destra in figura 8.77 è riportato il set-up del secondo step. I punti verdi sono fissi, quelli rossi sono controllati. In figura 8.78 è riportata la preview associata a questa soluzione. Questa soluzione RBF permette di ottenere una rotazione del fondo dell'anteriore del corpo;

Tutti gli spostamenti sono simmetrici rispetto al piano y-z (piano di simmetria).

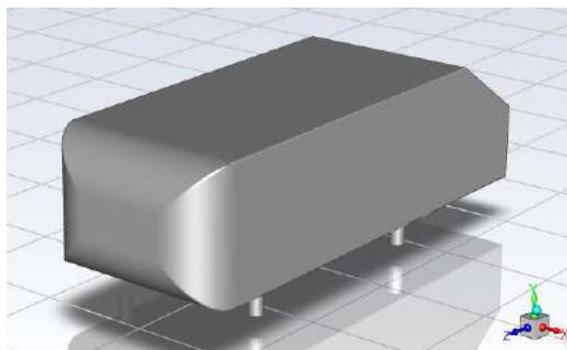


Figura 8.67: Geometria con sistema di riferimento

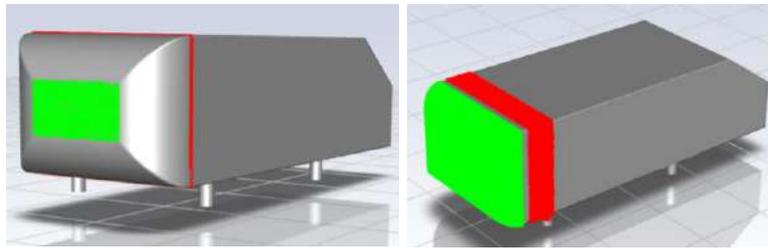


Figura 8.68: A sinistra morphing set-up del primo step, a destra del secondo. Sono riferiti allo scaling e allo spostamento lungo z del rettangolo frontale.

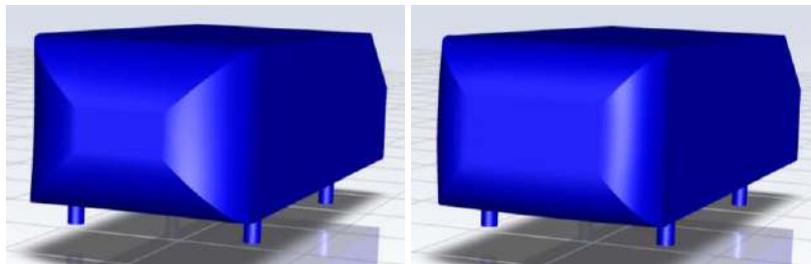


Figura 8.69: Preview scaling rettangolo frontale

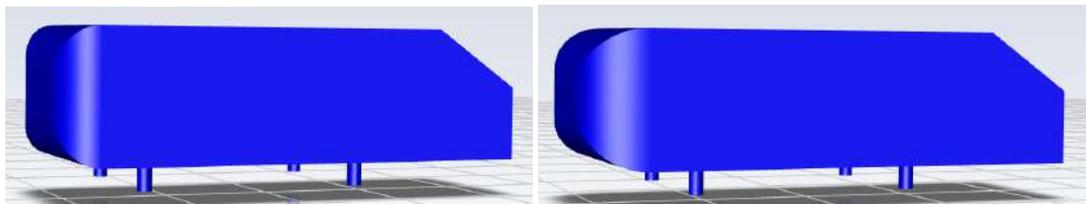


Figura 8.70: Preview spostamento lungo z del rettangolo frontale

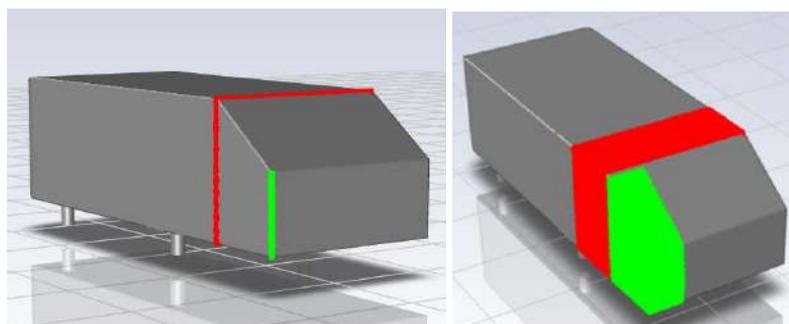


Figura 8.71: A sinistra morphing set-up del primo step, a destra del secondo. Sono riferiti al boat tail.

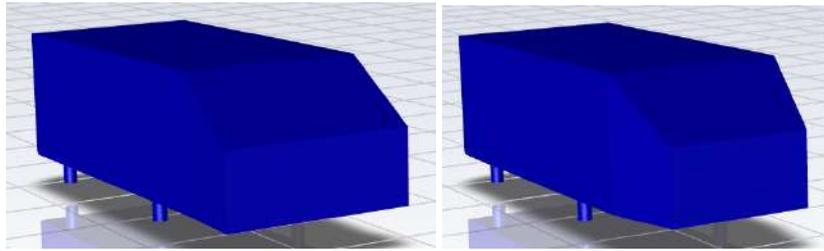


Figura 8.72: Preview boat tail.

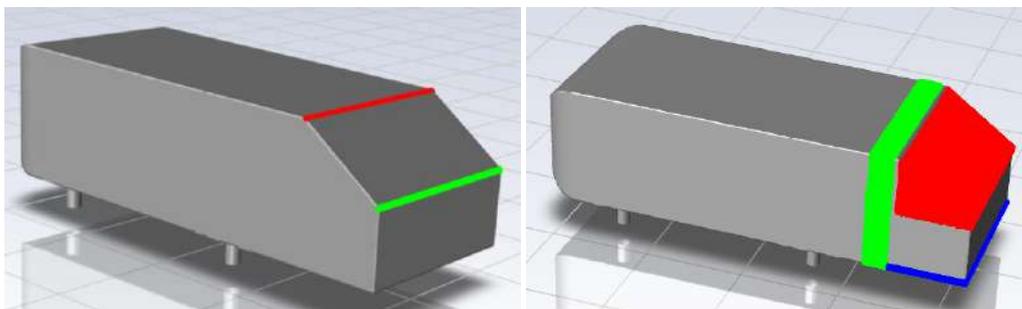


Figura 8.73: A sinistra morphing set-up del primo step, a destra del secondo. Sono riferiti alla rotazione del retro dell'Ahmed-body

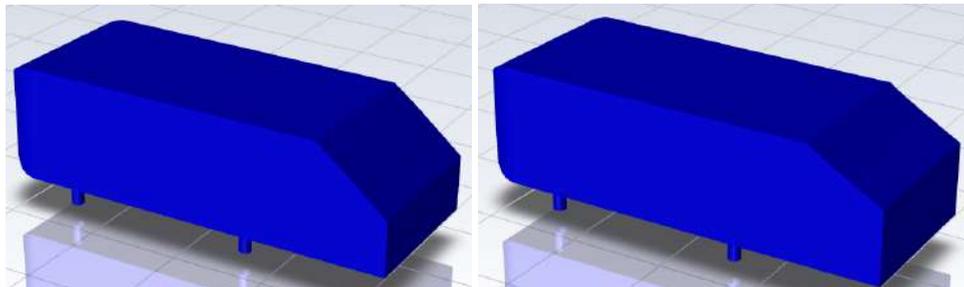


Figura 8.74: Preview rotazione del retro dell'Ahmed-body

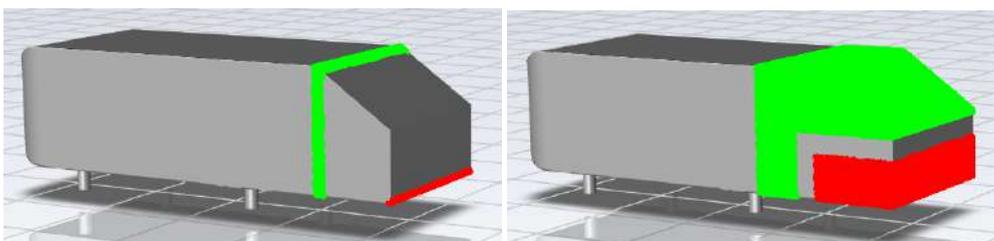


Figura 8.75: A sinistra morphing set-up del primo step, a destra del secondo. Sono riferiti alla rotazione del fondo del retro dell'Ahmed-body.

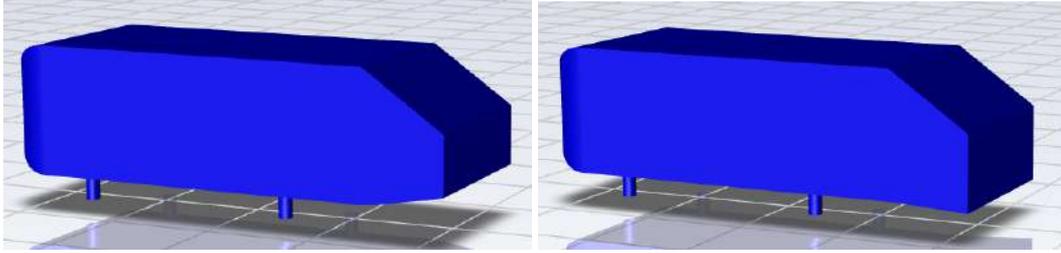


Figura 8.76: Preview rotazione del fondo del retro dell'Ahmed-body.

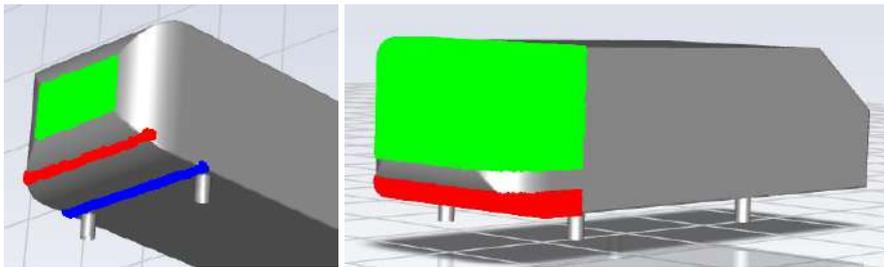


Figura 8.77: A sinistra morphing set-up del primo step, a destra del secondo. Sono riferiti alla rotazione del fondo dell'anteriore dell'Ahmed-body.

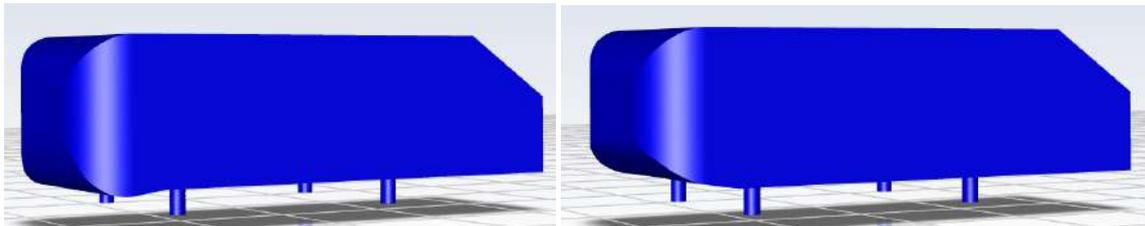


Figura 8.78: Preview rotazione del fondo dell'anteriore dell'Ahmed-body.

È stato seguito il flusso di lavoro di adjoint-preview, utilizzando l'algoritmo automatico descritto nei paragrafi precedenti. È stato impostato un numero massimo di 10 iterazioni, un'amplificazione massima delle soluzioni RBF pari a 40, 40, 25, 25, 35, 15 rispettivamente per boat-tail, back-angle, front-z, scale-front, back-bottom e front-bottom. È stata scelta una differenza minima di osservabile tra due step successivi pari a 0.05 N.

Si ottiene una riduzione del drag del 36,9%. In figura 8.79 è riportato l'andamento dell'osservabile e nella tabella 8.19 sono riportate le amplificazioni finali delle sei soluzioni RBF.

La soluzione ottenuta è stata mappata anche sulla mesh più fitta (figura 8.80), ottenendo una riduzione di drag in linea con quella ottenuta con la mesh più rada (-39,5%). In figura 8.81 sono confrontate la mesh fitta iniziale e ottimizzata. In questo approccio, a differenza del precedente, i parametri definiti non agiscono sul parallelepipedo centrale del corpo.

In figura 8.82 è riportato il segmento rettilineo generato unendo i punti previsti dall'adjoint-preview per uno dei sei parametri (boat-tail). Si può osservare che, come atteso, risulta tangente alla curva dei punti dei valori effettivi ottenuti mediante calcolo CFD.

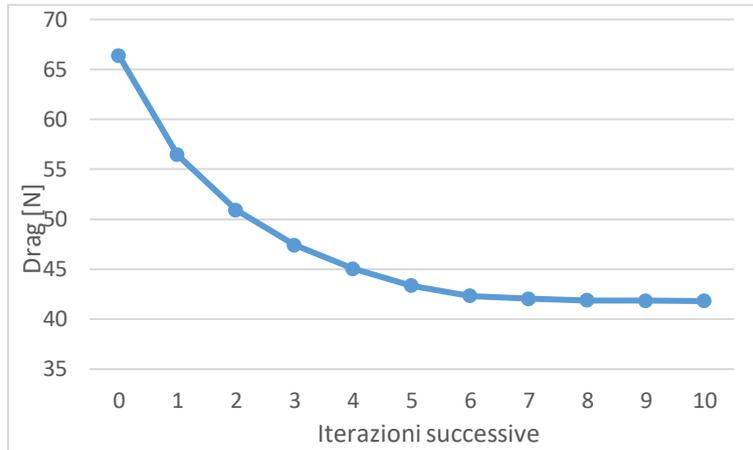


Figura 8.79: Andamento dell'osservabile nei successivi step di ottimizzazione

Frontal-z	Scale-frontal	Boat-tail	Back-angle	Back-bottom	Front-bottom
6.238	7.725	40	7	35	2.884

Tabella 8.19: Amplificazione finale delle 4 soluzioni RBF

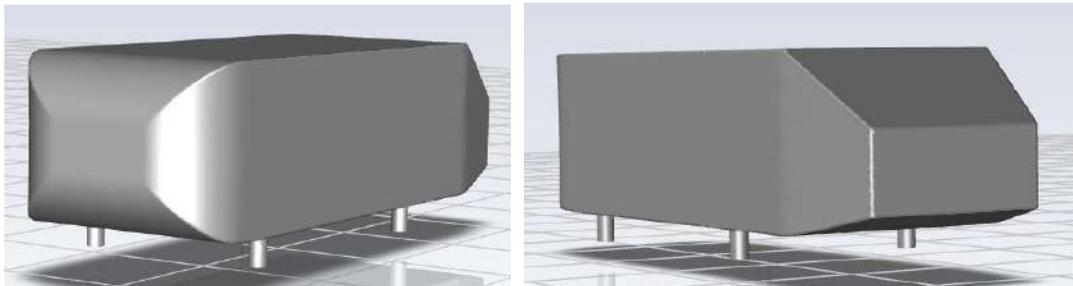


Figura 8.80: Forma ottimizzata

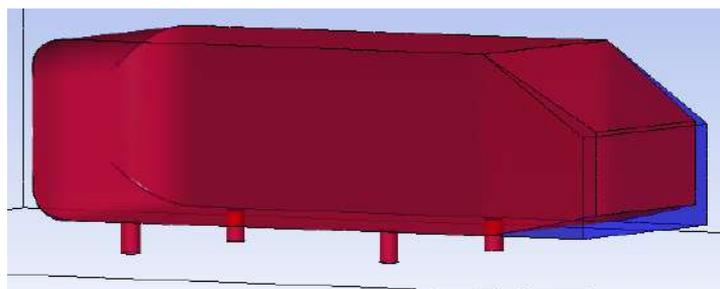


Figura 8.81: Confronto forma iniziale (blu) e ottimizzata (rossa).

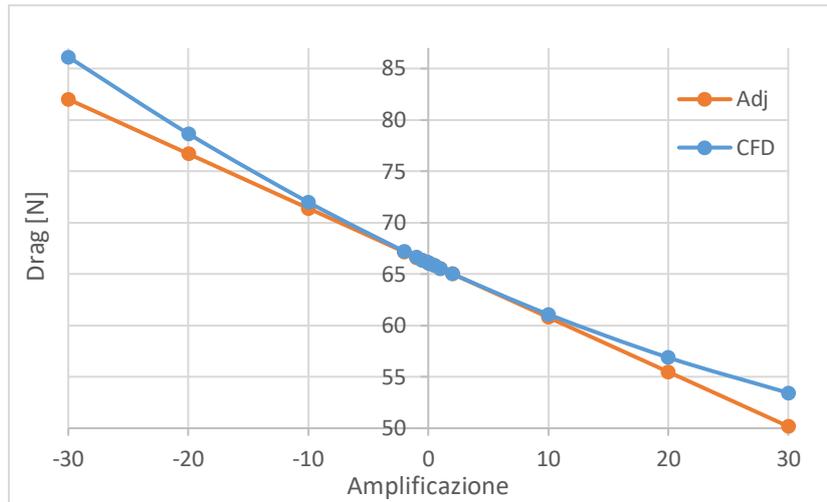


Figura 8.82: Il segmento rettilineo generato unendo i punti previsti dall' Adjoint-Preview (in arancione) per uno dei 4 parametri (boat-tail) risulta tangente alla curva dei punti dei valori effettivi ottenuti mediante calcolo CFD (in blu).

8.3.4 Adjoint-sculpting 2 (AS2)

In questa sezione è stato applicato il metodo di adjoint-sculpting mantenendo fissa la parte centrale. Questo vincolo è stato pensato per non limitare lo spazio riservato ad eventuali passeggeri e per un confronto più equo con il metodo di adjoint-preview applicato nel paragrafo precedente. Con questo approccio si vuole dimostrare l'estrema flessibilità del metodo che risulta molto adatto anche nelle applicazioni di ottimizzazione vincolata, anche in presenza di limitazioni abbastanza stringenti. L'obiettivo dell'ottimizzazione rimane ridurre il drag di almeno il 25%. Anche in questo caso l'ottimizzazione è guidata dal metodo della caduta del gradiente, implementato automaticamente dal tool di Fluent che assegna ad ogni spostamento nodale una opportuna amplificazione. La lunghezza di ogni step è stata scelta valutando la variazione di osservabile e gli spostamenti massimi associati ad ogni moving set. A differenza del caso precedente sono stati calcolati gli spostamenti su due regioni diverse (figura 8.83) e, quindi, sono state ricavate ad ogni step due soluzioni RBF distinte, una che agisce solo sulla parte frontale, e l'altra che modifica solo il retro dell'Ahmed-body. In questo modo è possibile usare due coefficienti di amplificazione diversi per le due soluzioni e controllare separatamente gli spostamenti sulle due zone del corpo. Il set-up del morphing è riportato in figura 8.84. Sulla parte frontale (punti verdi) e sul retro (punti blu) è stata applicata la soluzione RBF corrispondente a ciascuna zona. La parte centrale del corpo (punti rossi) è fissa. Tra punti fissi e mobili sono previste due sottili regioni di cuscinetto. In entrambe le soluzioni RBF sono stati applicati spostamenti simmetrici rispetto al piano di simmetria per preservare tale proprietà dell'Ahmed-body.

Sono stati effettuati 6 cicli di ottimizzazione, ottenendo una riduzione del drag del 28% circa. In figura 8.85 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione. Infine la soluzione è stata mappata anche sulla mesh fitta, ottenendo la forma ottimizzata in figura 8.86, associata ad una riduzione del

drag in linea con quella valutata sulla mesh rada (-27,9%). In figura 8.87 sono confrontate la geometria iniziale e quella ottimizzata.

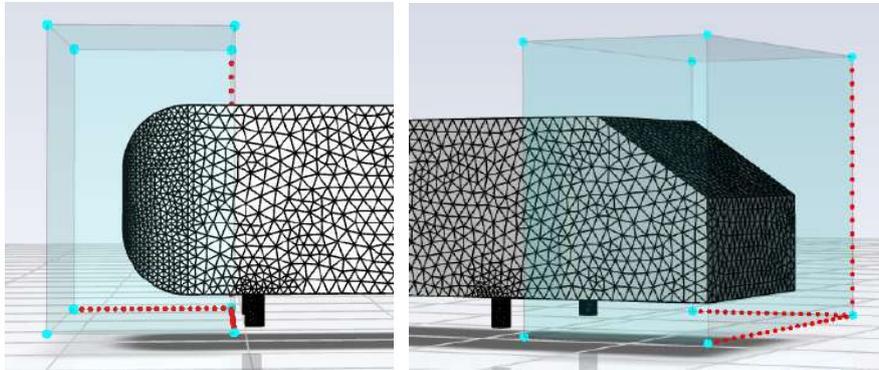


Figura 8.83: Le due regioni sulle quali sono stati calcolati gli spostamenti usando il tool automatico di Fluent.

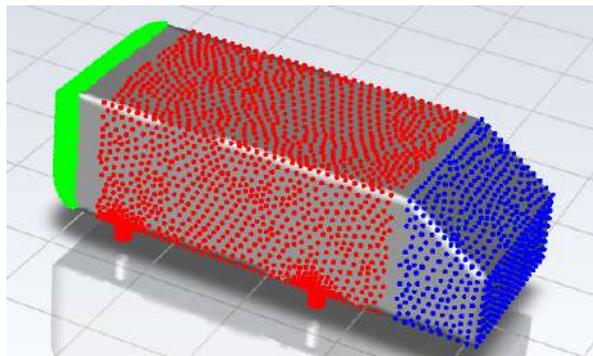


Figura 8.84: Morphing set-up

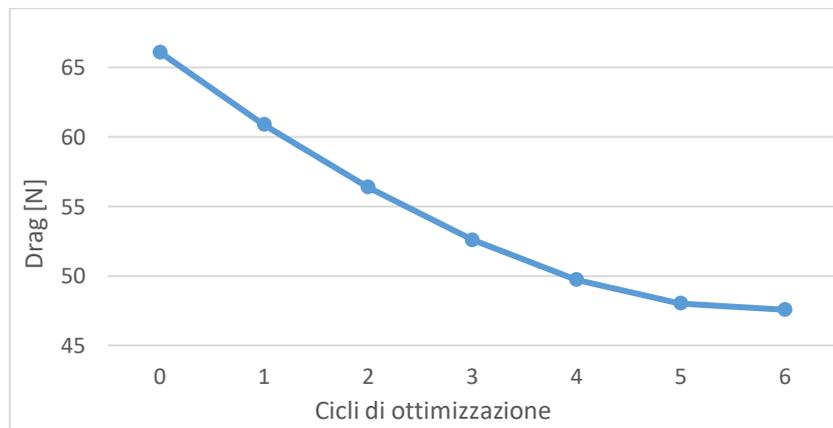


Figura 8.85: Andamento dell'osservabile nei successivi cicli di ottimizzazione

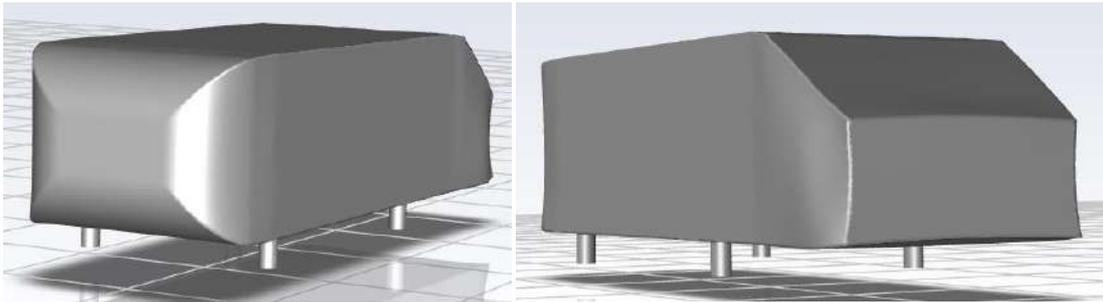


Figura 8.86: Geometria ottimizzata

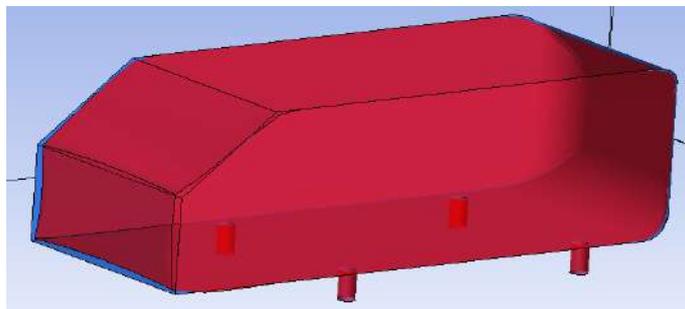


Figura 8.87: Confronto forma iniziale (celeste) e finale (rossa)

8.3.5 Analisi e confronto dei risultati

I risultati sono stati valutati sulle mesh fitte. Si potrebbero fare considerazioni analoghe a partire dalle mesh rare. In generale le mesh fitte permettono di cogliere strutture più fini e avere risultati più precisi.

Sulla mesh ottimizzata tramite AS si registra una riduzione del drag del 28,3%. È stato inoltre valutata la variazione del coefficiente di drag, che passa dal valore iniziale di 0.5384 a 0.3816, diminuendo del 29%. In figura 8.88 sono state confrontate le streamlines della velocità passando dalla geometria iniziale a quella ottimizzata. In generale, la velocità è minima nel punto di ristagno nella parte frontale del corpo, aumenta progressivamente fino ad avere un massimo locale all'inizio del tetto dell'Ahmed-body. Presenta un altro massimo locale nella parte finale del tetto. Infine sul retro del corpo si ha l'effetto scia con la formazione di vortici. Dal confronto in figura 8.88 si può osservare che:

- Passando dalla geometria iniziale a quella ottimizzata si ha una riduzione della velocità massima nei punti di inizio e fine del tetto. Il drag è proporzionale al quadrato della velocità. Una velocità minore è collegata ad un gradiente di velocità minore e, quindi, ad uno sforzo a parete minore;

- Nella geometria iniziale il flusso separa già all'inizio della coda, come atteso, avendo scelto un angolo iniziale $\varphi = 35^\circ$. In generale la separazione sul retro è vantaggiosa e ricercata dal progettista. Infatti se il flusso separa viene limitata la formazione dei vortici A e B e, quindi, si ha una riduzione di drag. Tuttavia è preferibile avere una separazione sul bordo del corpo, per limitare il friction-drag nel tratto finale. Questo è ciò che avviene nella geometria ottimizzata;

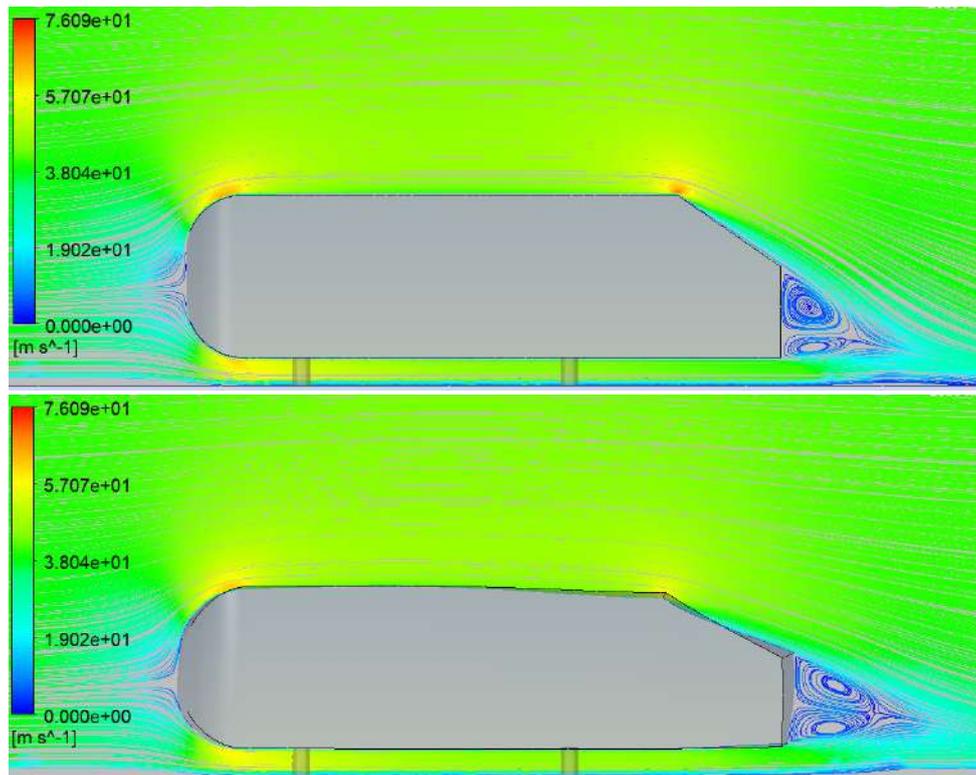


Figura 8.88: Streamlines velocità valutati sul piano di simmetria della mesh iniziale (in alto) e ottimizzata tramite AS (in basso)

In figura 8.89 sono riportate le streamlines della velocità per valutare la formazione dei vortici C-Pillar. La formazione di questi vortici genera una caduta di pressione in grado di attirare il flusso verso il lunotto posteriore e di ritardarne il distacco. Dal confronto in figura 8.89, emerge come questi vortici siano meno sviluppati nella forma ottimizzata. Per questo nella geometria iniziale, nonostante il flusso separi all'inizio della coda, si formano comunque i vortici A e B.

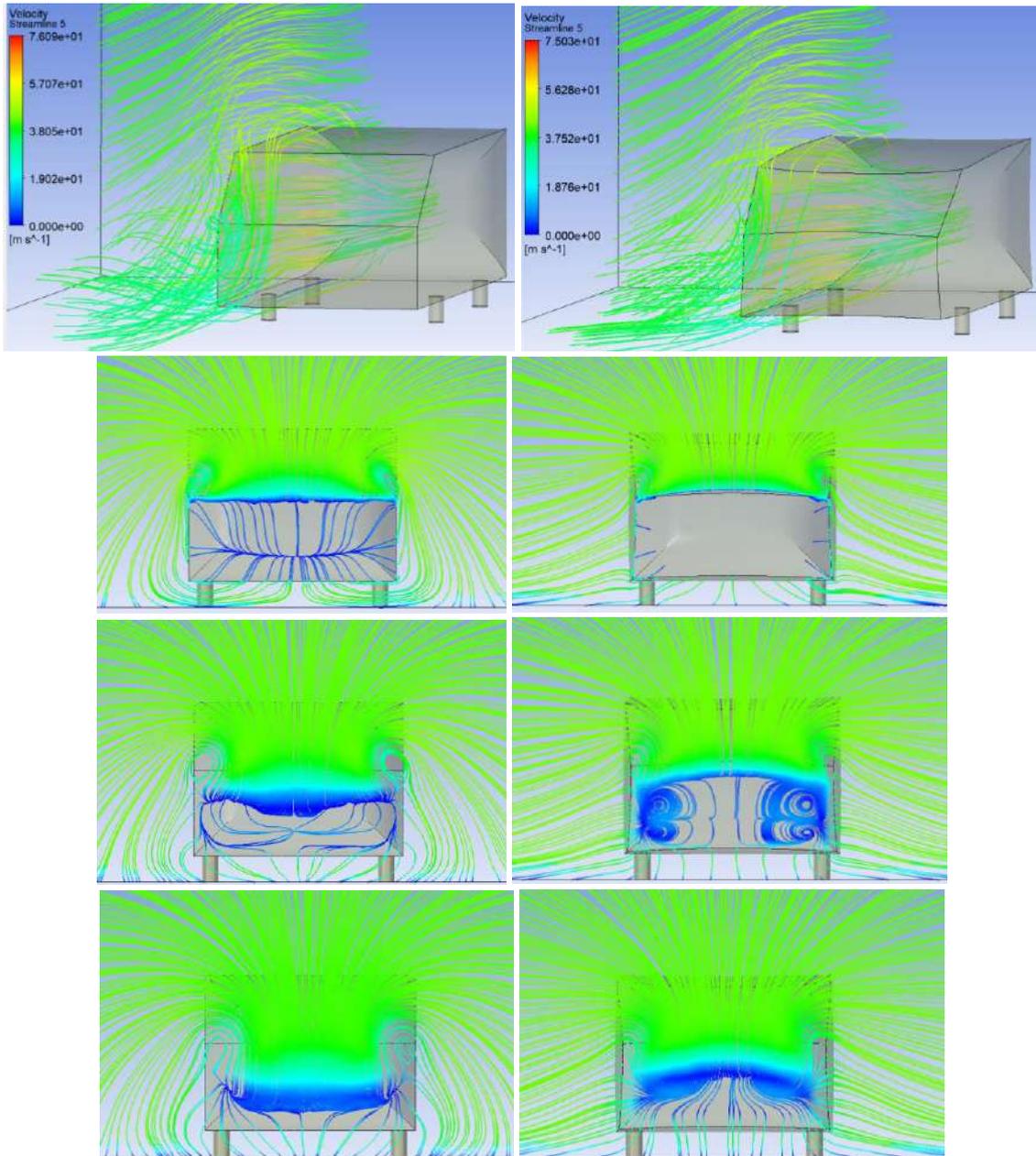


Figura 8.89: Vortici C-Pillar. A sinistra geometria iniziale, a destra quella ottimizzata tramite AS. Procedendo verso il basso aumenta la distanza dal retro del corpo

In figura 8.90 è riportato l'andamento della pressione totale per le due geometrie. Si può osservare una variazione della scia in coda. In particolare risulta evidente come, in riferimento alla geometria iniziale, il flusso separi già all'inizio della coda dell'Ahmed-body. Invece nella geometria finale, la zona di turbolenza in coda rimane poco sviluppata, ma il flusso separa solo nel bordo d'uscita.

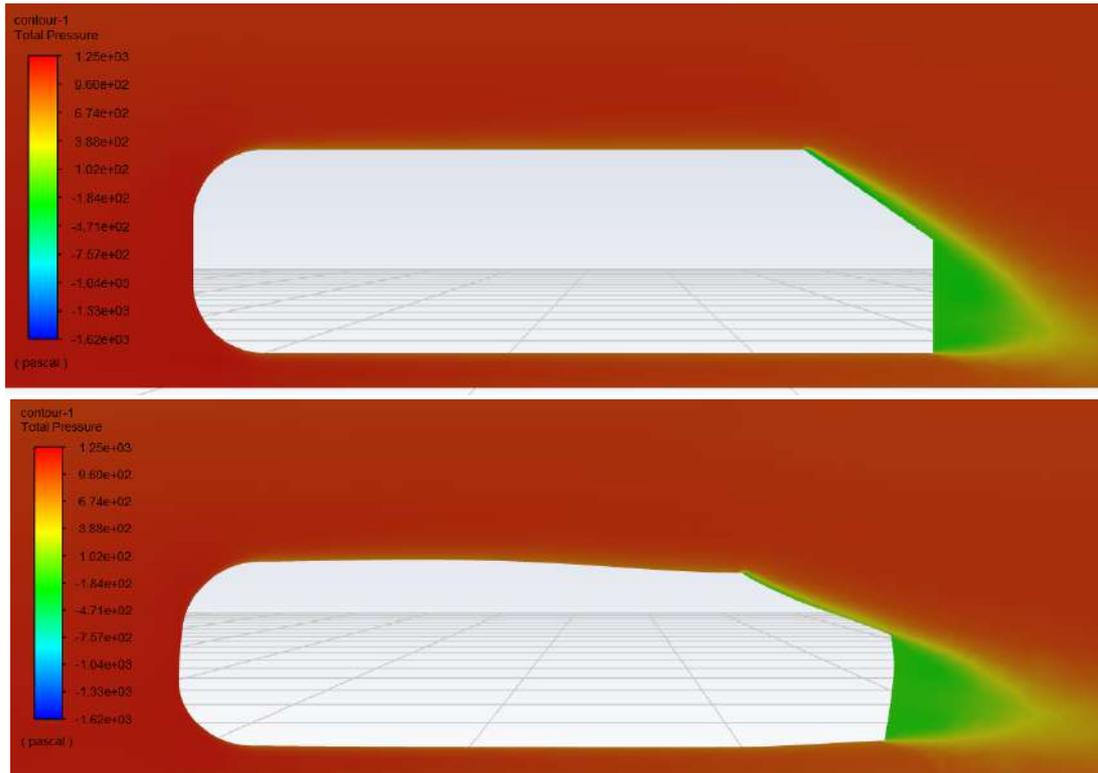


Figura 8.90: Pressione totale valutata sul piano di simmetria della geometria iniziale (in alto) e ottimizzata (in basso)

In base alle osservazioni fatte, la riduzione di drag è causata da diversi aspetti legati tra loro:

- Riduzione della superficie frontale;
- Riduzione dei picchi di velocità;
- Riduzione del coefficiente di Drag;
- Minore influenza della scia. Infatti la geometria ottimizzata ritarda il distacco sul retro, ma i vortici C-Pillar sono meno sviluppati, quindi la turbolenza in coda è complessivamente meno influente.

Sulla mesh ottimizzata tramite AP si registra una riduzione di drag del 39,5%. È stato valutato anche il coefficiente di drag che assume il valore di 0.3282, diminuendo del 39%. Analizzando i risultati riportati in seguito, si possono fare sostanzialmente le stesse considerazioni fatte in precedenza. La riduzione del drag è dovuta a diversi aspetti. Influisce sicuramente la riduzione della sezione frontale. Il flusso separa all'inizio del retro dell'Ahmed-body, mentre sul fondo è indirizzato verso la zona di separazione. Ciò permette di limitare l'estensione della zona di turbolenza in coda. Inoltre si registra una minore influenza dei vortici C-Pillar, che tenderebbero ad attirare il flusso verso il lunotto posteriore e di ritardarne il distacco. Per questo il flusso separa all'inizio del retro dell'Ahmed-body.

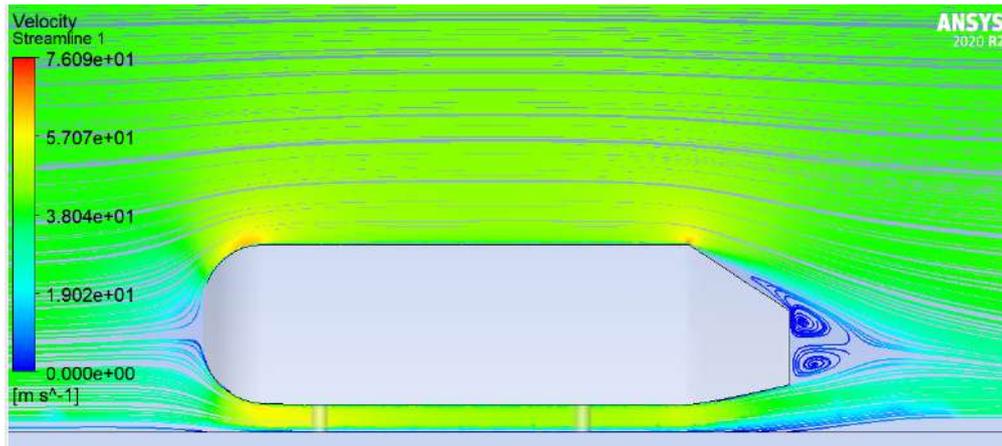


Figura 8.91: Streamlines velocità valutate sul piano di simmetria della geometria ottimizzata tramite AP

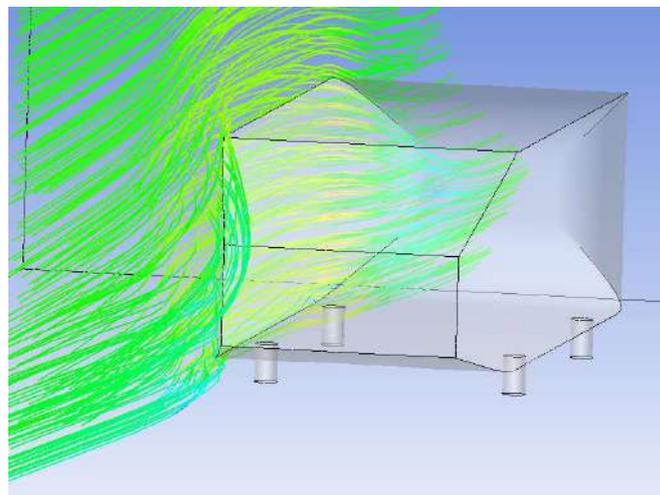


Figura 8.92: Vortici C-Pillar geometria ottimizzata tramite AP



Figura 8.93: Andamento della pressione totale valutate sul piano di simmetria della geometria ottimizzata tramite AP

Sulla mesh ottimizzata tramite AS2 si registra una riduzione di drag del 27,9%. È stata valutata anche la variazione del coefficiente di drag, che assume il valore di 0,3854, diminuendo del 28,5% circa.

Analizzando i risultati, è possibile fare sostanzialmente le stesse osservazioni fatte nei paragrafi precedenti:

- In figura 8.94 è riportato l'andamento delle streamlines velocità valutate sul piano di simmetria della geometria finale. Nella forma ottimizzata si registra una riduzione dei picchi di velocità e un ritardo della separazione;
- In figura 8.95 e 8.96 sono riportati i vortici C-Pillar che si formano nella geometria ottimizzata tramite AS2. Risultano meno sviluppati rispetto a quelli della geometria iniziale;
- In figura 8.97 è riportato l'andamento della pressione totale per la geometria ottimizzata tramite AS2. Il distacco avviene solo sul bordo di uscita, ma nonostante ciò la lunghezza della scia e l'estensione della zona di turbolenza in coda è leggermente minore rispetto a quella della geometria iniziale.

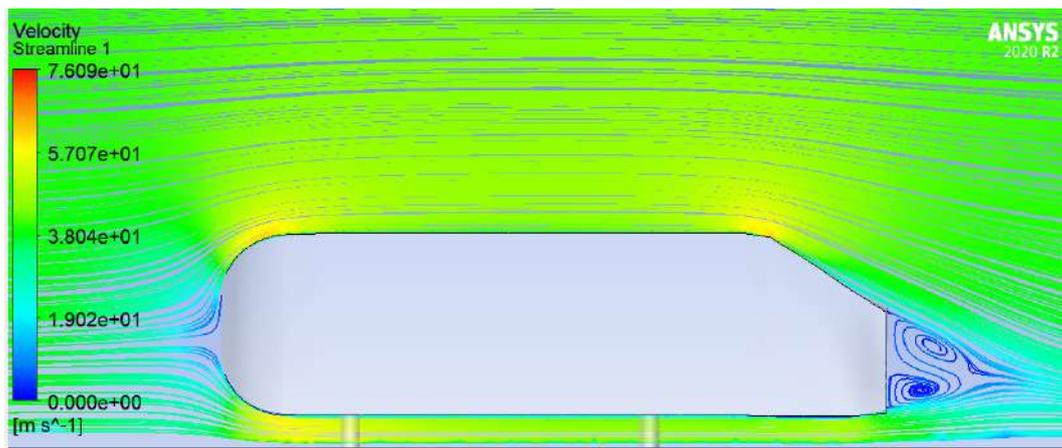


Figura 8.94: Streamlines velocità valutate sul piano di simmetria della geometria ottimizzata tramite AS2

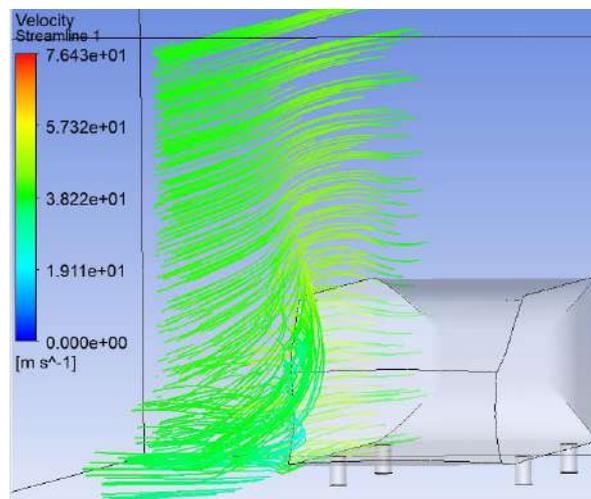


Figura 8.95: Vortici C-Pillar geometria ottimizzata tramite AS2

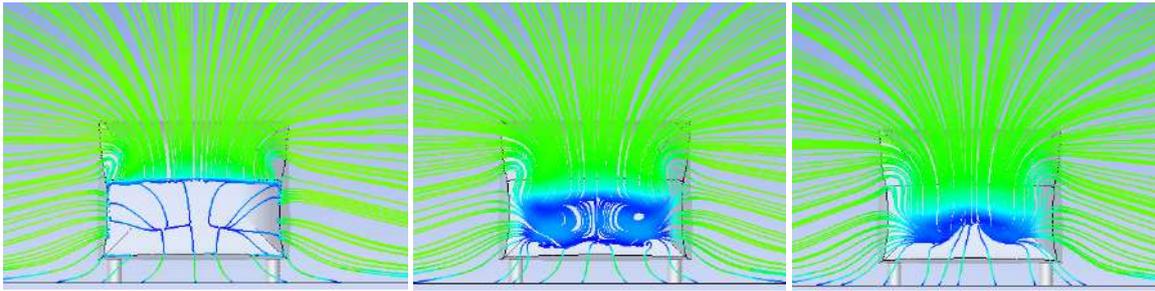


Figura 8.96: Streamlines valutate su piani ortogonali al corpo ottimizzato tramite AS2 per distanze crescenti da esso (procedendo verso destra) per valutare l'evoluzione dei vortici C-Pillar.

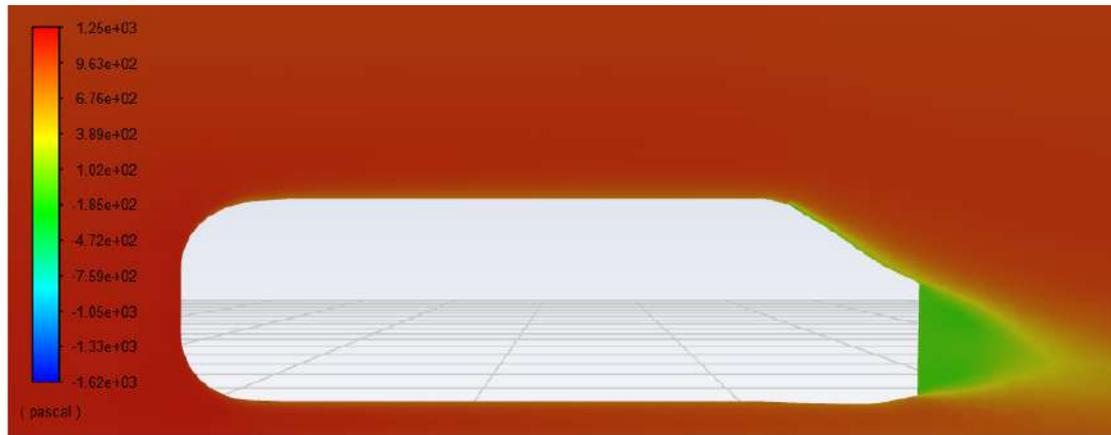


Figura 8.97: Pressione totale valutata sul piano di simmetria della geometria ottimizzata tramite AS2

Nella tabella 8.20 sono confrontati i risultati ottenuti sulle mesh fitte ottimizzate con i metodi descritti. Si può osservare come il metodo di adjoint-preview permetta di ottenere una riduzione del drag maggiore, ma gli spostamenti applicati sono più elevati e la superficie lambita dal flusso (soprattutto in coda) è ridotta maggiormente.

	Adj-sculpting	Adj-preview	Adj-sculpting 2
Drag	-28,3%	-39,5%	-27,9%
Cd	0.3816	0.3282	0,3854

Tabella 8.20: confronto dei risultati ottenuti sulla mesh fitta

8.3.6 Adjoint-preview multi-obiettivo

Rispetto al caso già analizzato, sono stati utilizzati gli stessi sei parametri, ma è stata eseguita un'analisi multi-obiettivo, definendo un osservabile ad hoc, la somma di lift e drag, che permette di utilizzare l'algoritmo automatico descritto anche per ottimizzare le due grandezze di interesse. Quindi l'obiettivo

dell'ottimizzazione è minimizzare drag e massimizzare deportanza (e quindi ridurre lift), considerando come osservabile la loro somma. È stato utilizzato l'algoritmo automatico descritto, impostando un numero massimo di 10 iterazioni, un'amplificazione massima delle soluzioni RBF descritte rispettivamente pari a 40, 40, 25, 25, 35, 15 per boat-tail, variazione angolo della coda, spostamento lungo z del rettangolo frontale, scaling del rettangolo frontale, rotazione del fondo posteriore e anteriore, una differenza minima di osservabile tra due step successivi pari a 0.05 N. In figura 8.98 sono riportati gli andamenti dell'osservabile, di lift e drag. Si ottiene una deportanza positiva e una riduzione di drag pari al 36,12%. Nella tabella 8.21 sono riportate le amplificazioni finali delle soluzioni RBF considerate.

Gli stessi spostamenti sono stati mappati sulla mesh fitta, ottenendo una riduzione di drag del 39,4% una deportanza finale positiva pari a circa 20 N. In figura 8.99 è riportata la forma finale ottimizzata, mentre in figura 8.100 sono confrontate la forma iniziale e quella ottimizzata

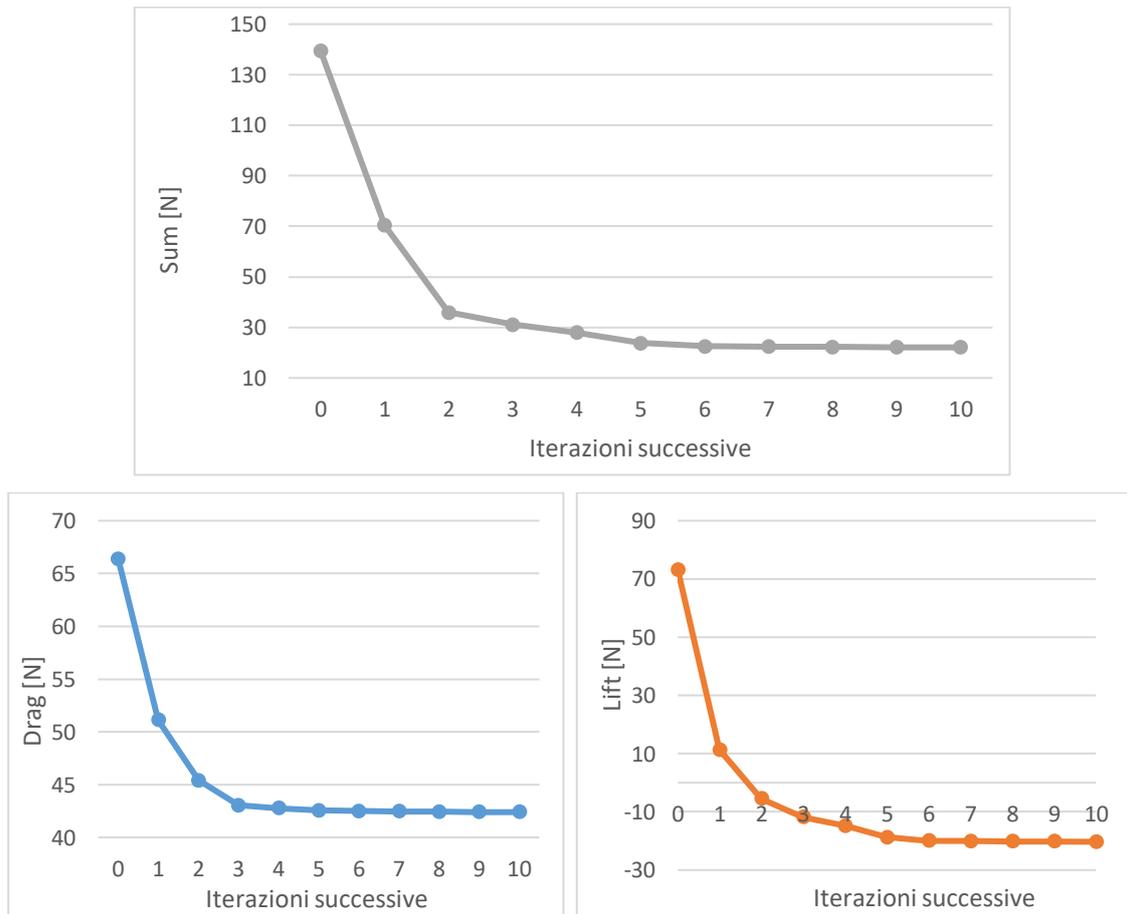


Figura 8.98: Andamento osservabile (grigio), drag (blu) e lift (arancione) nei successivi step di ottimizzazione

Boat-tail	Back-angle	Front-z	Scale-front	Back-bottom	Front-bottom
40	40	12	-1.0227	35	-15

Tabella 8.21: Amplificazioni finali delle soluzioni RBF

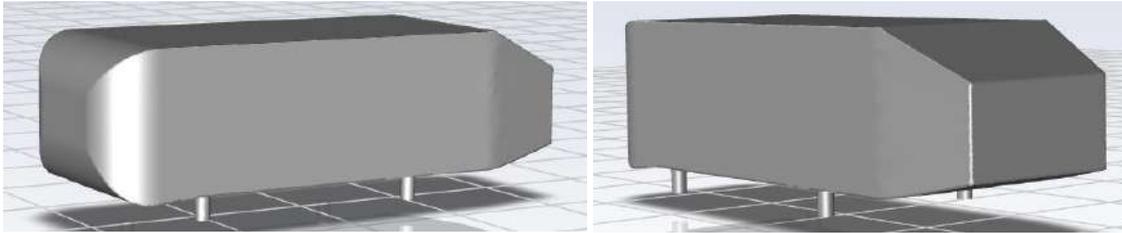


Figura 8.99: Forma finale ottimizzata

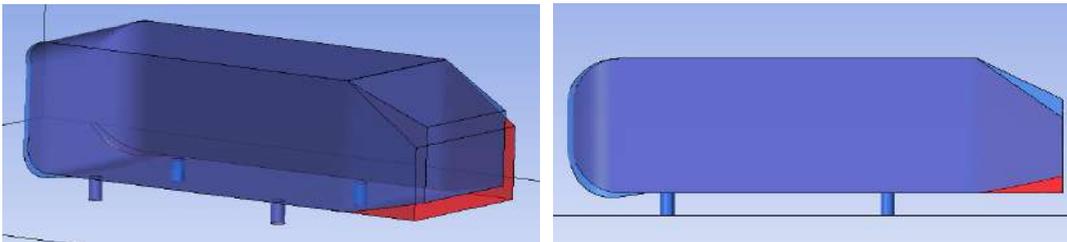


Figura 8.100: Confronto forma iniziale (rossa) e ottimizzata (blu)

Analisi dei risultati

Considerando la mesh fitta ottimizzata, si ottiene una riduzione di drag del 39,4% una deportanza finale positiva pari a circa 20 N. Il coefficiente di drag assume il valore di 0.3237, diminuendo del 39,7%.

Analizzando i risultati ottenuti si possono fare sostanzialmente le stesse considerazioni fatte nei casi precedenti per il drag. Per quanto riguarda il lift, la riduzione di velocità sul tetto del corpo è legata ad un aumento di pressione, con conseguente riduzione di lift. Sul fondo si ottiene un aumento della deportanza sfruttando l'effetto Venturi. La diminuzione del lift è imputabile all'incremento della velocità del flusso sotto la vettura, al diminuire della distanza dal suolo (e quindi della sezione di passaggio), che porta ad una diminuzione di pressione. Infine si può fare un'importante considerazione sull'angolo ϕ della faccia posteriore. Infatti nell'analisi precedente (8.3.3) si ottiene una minor variazione di questo parametro, mentre la rotazione è molto maggiore in questo caso. Infatti prove sperimentali [24] dimostrano che passando dai 15° ai 30° si ha un aumento del drag, che ha un massimo intorno ai 30° e poi diminuisce bruscamente perché, per angoli maggiori, la separazione avviene all'inizio del retro dell'Ahmed-body, per cui si ottiene una minore zona di turbolenza in coda. Viceversa, se il flusso separa prima del bordo d'uscita, la deportanza diminuisce perché si registra una minor pressione sulla superficie superiore. Ricordando che nella configurazione iniziale $\phi = 35^\circ$, considerando come osservabile il drag, la rotazione non può essere troppo elevata perché per angoli prossimi ai 30° si registrerebbe un improvviso aumento del drag. Viceversa, considerando anche la deportanza nell'ottimizzazione, è preferibile avere angoli più bassi possibili.

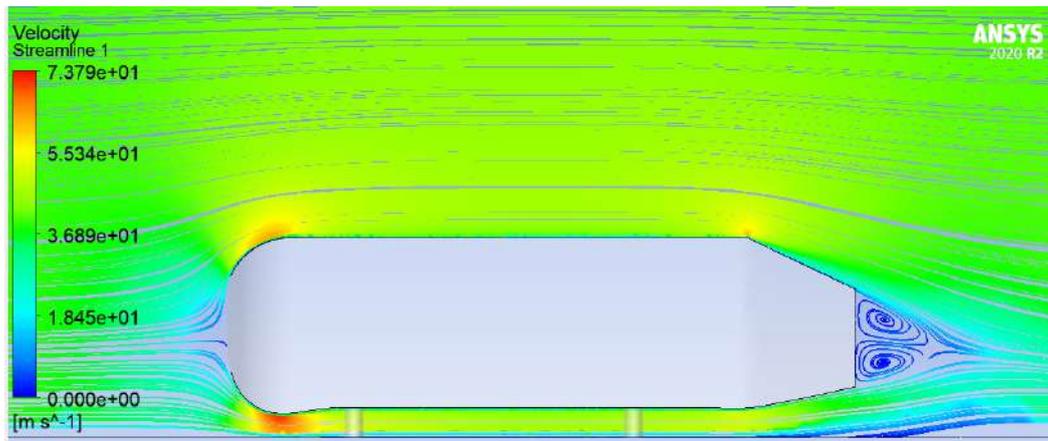


Figura 8.101: Streamlines velocità valutati sul piano di simmetria della geometria ottimizzata

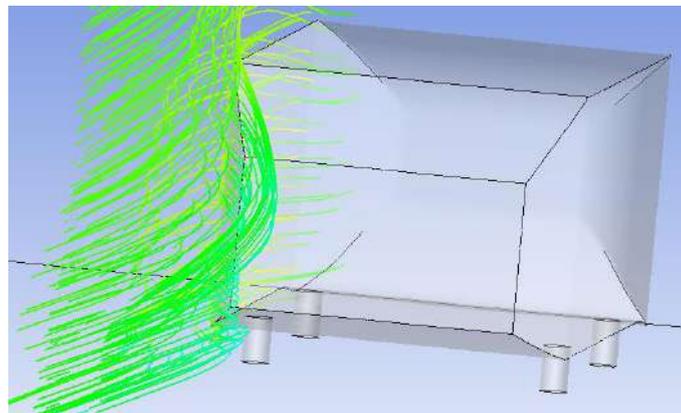


Figura 8.102: Evoluzione vortici C-Pillar

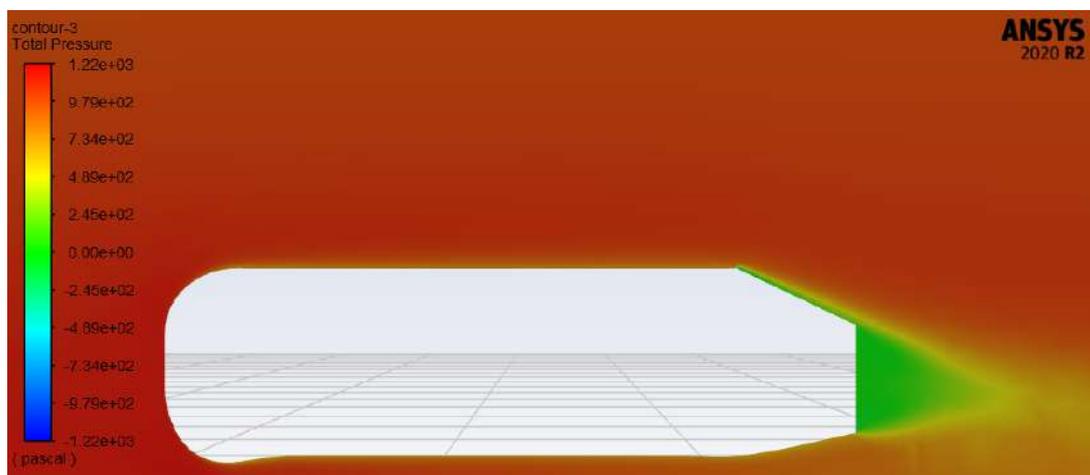


Figura 8.103: Andamento della pressione totale valutata sul piano di simmetria della geometria ottimizzata

8.4 Convogliatore d'aria

In questa sezione si è affrontato il problema dell'ottimizzazione di un flusso interno. In particolare, è stato studiato un convogliatore d'aria per il raffreddamento del disco di una pinza-freno. Il freno a disco è un dispositivo meccanico il cui scopo è rallentare o fermare la rotazione della ruota. La pinza del freno è solidale al telaio ed è la sede che ospita le "pastiglie" frenanti. Durante la frenata, un meccanismo preme le pastiglie contro il disco (solidale alla ruota) generando così una forza d'attrito direttamente proporzionale alla pressione. Di conseguenza la ruota riceve una coppia che contrasta la sua rotazione, cioè un'azione frenante. La pressione di spinta della pinza è generalmente generata grazie ad un dispositivo idraulico, anche se nelle applicazioni più moderne si preferisce utilizzare dei dispositivi con azionamenti elettrici perché più leggeri. Il dispositivo frenante si surriscalda facilmente a causa dell'attrito, quindi è necessario un sistema di raffreddamento. Il condotto studiato deve essere integrato nella pinza (figura 8.104) per convogliare il flusso d'aria intorno alle pastiglie dei freni. Grazie a questa ventilazione forzata, il sistema frenante funziona a temperature più basse garantendo prestazioni migliori e più costanti.

È stata eseguita un'analisi multi-obiettivo. Infatti la geometria ottimizzata deve garantire una riduzione delle perdite di pressione e della varianza della portata valutata sulla sezione di uscita del flusso, affinché lo scambio termico sia più efficiente. Sono state effettuate diverse prove ed implementati diversi metodi di ottimizzazione, considerando diverse mesh per lo stesso modello CAD. La base di partenza in tutti i processi di ottimizzazione sviluppati sono la geometria, la mesh, i modelli utilizzati per l'analisi CFD e adjoint.



Figura 8.104: Convogliatore d'aria per il raffreddamento del sistema frenante

8.4.1 Geometria, mesh, modelli CFD e adjoint di riferimento

In figura 8.105 è riportata la geometria analizzata. È un condotto attraversato da un flusso d'aria con una specifica forma. Sono state considerate due diverse mesh, una rada (figura 8.106) e una fitta (figura 8.107). La mesh rada è stata utilizzata per eseguire l'analisi CFD e adjoint. Infatti riesce a descrivere con sufficiente precisione il problema fisico e le grandezze di interesse. La mesh fitta è stata utilizzata per avere risultati più affidabili e per valutare con maggiore precisione il comportamento a parete. Per ogni mesh sono riportati i principali indici di qualità e le dimensioni in termini di numero di nodi e di elementi. Tutte le griglie di calcolo sono state realizzate con elementi esaedrici e sono più fitte in prossimità delle pareti. In questo modo è possibile cogliere con sufficiente precisione l'interazione fluido-struttura, ma limitare il numero complessivo di nodi ed elementi, riducendo il tempo computazionale richiesto per l'analisi del caso.

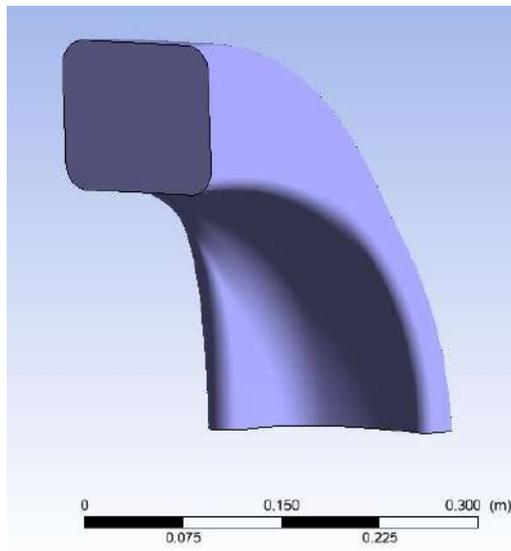


Figura 8.105: Geometria analizzata

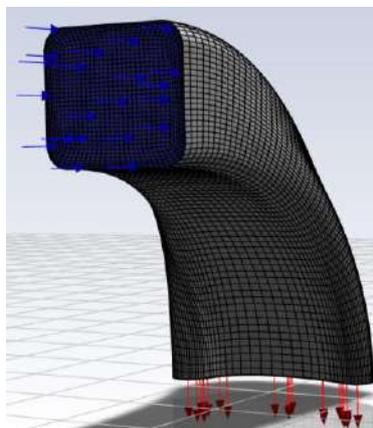


Figura 8.106: Mesh rada

Numero nodi	64850
Numero celle	61152
Minimum Orthogonal Quality	0.202357

Tabella 8.22: Principali caratteristiche mesh rada

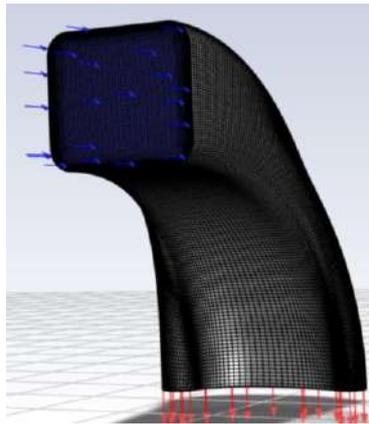


Figura 8.107: Mesh fitta

Numero nodi	916400
Numero celle	897435
Minimum Orthogonal Quality	0.193237

Tabella 8.23: Principali caratteristiche mesh fitta

Per l'analisi CFD sono state imposte le seguenti condizioni al contorno:

- Velocità nella sezione di input di 32.5 m/s;
- Pressione nella sezione di output pari alla pressione atmosferica;
- Wall -> no-slip sulle pareti laterali del corpo.

Il fluido è modellato come aria incompressibile (Density = 1.225 kg/m³), con un modello di turbolenza k- ω (k- ω SST). Nella tabella 8.24 è riassunta l'impostazione numerica del problema:

Scheme	Coupled
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	First Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	First Order Upwind

Tabella 8.24: Impostazione numerica analisi CFD

Sono stati quindi impostati i seguenti parametri di controllo per stabilizzare la soluzione:

- ERFs (Explicit Relaxation Factors) Momentum e Pressure = 0.5;
- Density = 1;
- Body Forces = 1;
- TKE e TDR = 0.75;
- TR (Turbulent Viscosity) = 1.

È stato selezionato un numero massimo di 400 iterazioni. L'obiettivo del problema è minimizzare sia il pressure-drop che la varianza della velocità nella sezione di output. In alcuni casi è stata eseguita l'analisi multi-obiettivo considerando le due funzioni obiettivo. In altri è stato definito un osservabile ad hoc, la somma di pressure-drop e varianza, che deve essere minimizzato. In questo modo, con un solo calcolo adjoint è possibile valutare la sensibilità che guida il processo di ottimizzazione, permettendo di ridurre entrambe le grandezze di interesse. Si rimanda il lettore ai paragrafi successivi, in cui viene presentato nel dettaglio, per ogni caso, la funzione obiettivo usata e il metodo di ottimizzazione seguito.

Per ottenere dei dati di sensibilità validi, è necessario utilizzare un solutore adjoint coerente con l'impostazione numerica usata per l'analisi CFD. Nella tabella 8.25 sono riportate le impostazioni del solutore aggiunto. È stata impostata una strategia di stabilizzazione impostando come primo Scheme "Dissipation" e come secondo Scheme "Residual Minimization". È stato selezionato un numero massimo di 350 iterazioni.

Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind

Tabella 8.25: Impostazione numerica solutore adjoint.

8.4.2 Adjoint-sculpting

L'obiettivo dell'ottimizzazione è ridurre le perdite di pressione e la varianza della velocità nella sezione di uscita. È stato applicato il metodo di adjoint-sculpting con i due osservabili e sono state sovrapposte linearmente le due soluzioni RBF ottenute. Il tool di Fluent è stato utilizzato per eseguire la parametrizzazione automatica dei nodi, selezionando come regione di sculpting l'intero condotto. Il moving-set viene ottenuto seguendo la mappa di sensibilità, che deve essere calcolata per ciascun osservabile, e variando la lunghezza dello step in base alla variazione di osservabile e allo spostamento massimo previsto per ciascuna funzione obiettivo. In particolare, man mano che l'ottimizzazione si avvicina al target, è stata ridotta progressivamente la lunghezza del passo. Quindi, gli spostamenti sono stati estratti e utilizzati per definire le due soluzioni RBF. Il set-up del morphing è stato concepito per mantenere indeformate le sezioni di input e output. In figura 8.108 sono riportati in blu i punti sui quali viene applicato lo spostamento, in rosso i punti fissi. Sono previste due sottili zone di cuscinetto tra esse, in cui gli spostamenti sono liberi. Sono stati

effettuati 7 cicli di ottimizzazione, ottenendo una riduzione complessiva delle perdite di pressione di circa il 62,4% e della varianza del 35,3%. In figura 8.109 è riportato l'andamento degli osservabili nei successivi cicli di ottimizzazione.

Le soluzioni RBF ottenute nei vari step sono state applicate sulla mesh più fitta per avere una stima più precisa delle grandezze di interesse e per valutare il comportamento a parete. Si ottengono dei risultati in linea con quelli valutati sulla mesh rada ma con una riduzione di pressure-drop e varianza minore, rispettivamente del 37,9% e del 32,05% circa. Nelle figure 8.110 e 8.111 sono confrontate la geometria iniziale e quella ottimizzata

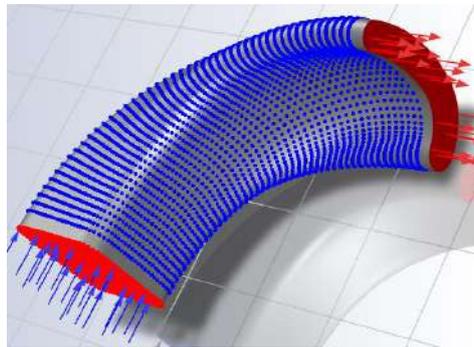


Figura 8.108: Set-up di adjoint-sculpting, sui punti blu vengono mappati gli spostamenti, in rosso i punti fissi.

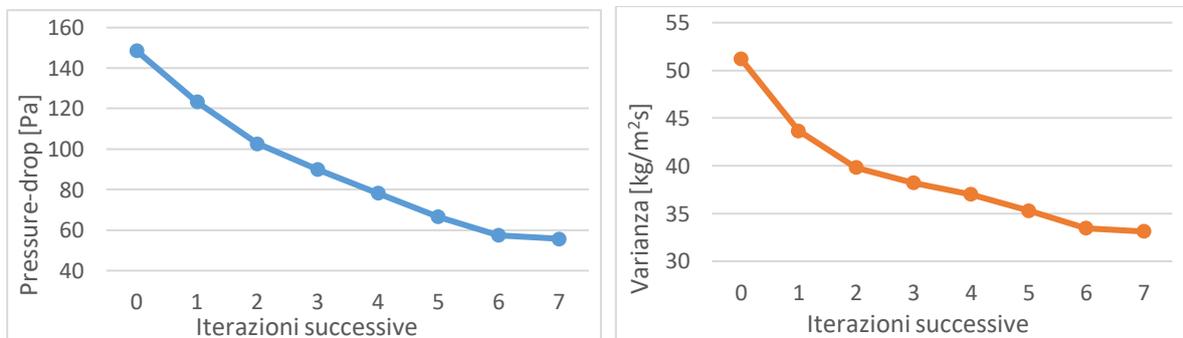


Figura 8.109: Andamento di pressure-drop (blu) e varianza (arancione) nei successivi cicli di ottimizzazione.

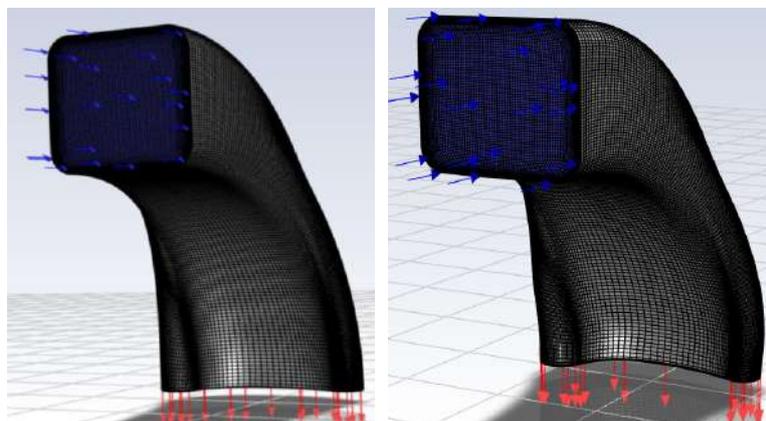


Figura 8.110: Confronto tra mesh iniziale(sinistra) e forma ottimizzata a destra (mesh fitta)

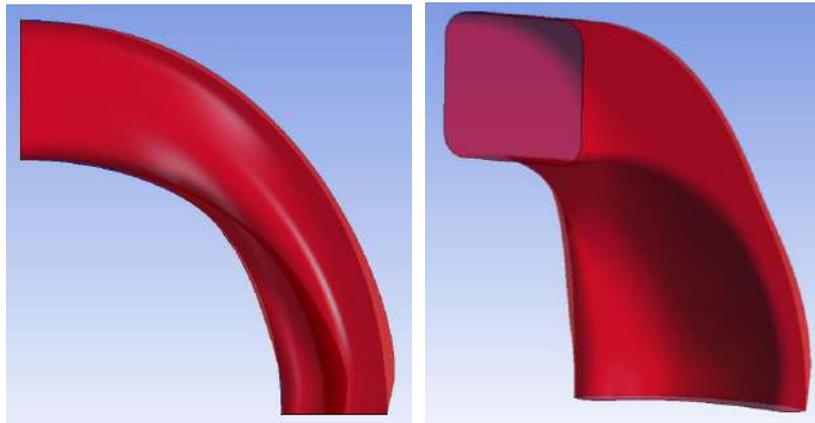


Figura 8.111: Confronto tra forma iniziale (blu) e finale (rossa).

8.4.3 Adjoint-preview: encaps cilindrici

In questo caso è stato utilizzato il flusso di lavoro di adjoint-preview. Si vuole ridurre la caduta di pressione e la varianza del flusso in uscita. Sono stati definiti sei cilindri come parametri. Nello specifico sono stati impiegati sei moving encaps cilindrici per effettuare uno scaling sulle sezioni rette, mantenendo fissi i punti sulle sezioni di input e output. Ogni soluzione RBF esegue lo scaling in una sola direzione. Quindi sono state definiti complessivamente 12 parametri. La soluzione RBF finale è stata ottenuta utilizzando il metodo a due step. In figura 8.112 sono riportati in rosso i punti fissi riferiti al primo step, mentre in figura 8.113 sono riportati gli encaps cilindrici. Gli spostamenti ottenuti utilizzando il morphing set-up descritto, sono stati applicati sui punti verdi in figura 8.114, mantenendo fisse le sezioni di input e output (punti rossi).

Per implementare in modo automatico il flusso di lavoro do adjoint-preview, è stato utilizzato lo script descritto nelle sezioni precedenti, impostando un numero massimo di 10 iterazioni, un'amplificazione massima delle soluzioni RBF di 30 (in modulo), una differenza minima tra due step successivi di 0,3. Per eseguire l'analisi multi-obiettivo è stato definito come osservabile la somma di pressure-drop e varianza, che deve essere minimizzato. In questo modo, con un solo calcolo adjoint è possibile ricavare le informazioni che permettono di ridurre entrambi gli osservabili.

Si ottiene una riduzione di pressure-drop del 72,4% e di varianza del 29,9%. In figura 8.115 è riportato l'andamento dell'osservabile nei successivi step e nella tabella 8.26 sono riportati i valori delle amplificazioni finali delle 12 soluzioni RBF.

La soluzione ottenuta è stata mappata sulla mesh fitta (figura 8.116-sinistra). In figura 8.116, a destra, sono confrontate la mesh fitta iniziale e quella ottimizzata. Si ottiene una riduzione della caduta di pressione del 46,3% e della varianza del 24,2%.

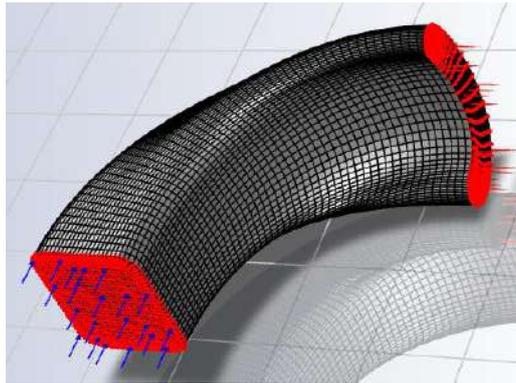


Figura 8.112: Punti fissi del primo step

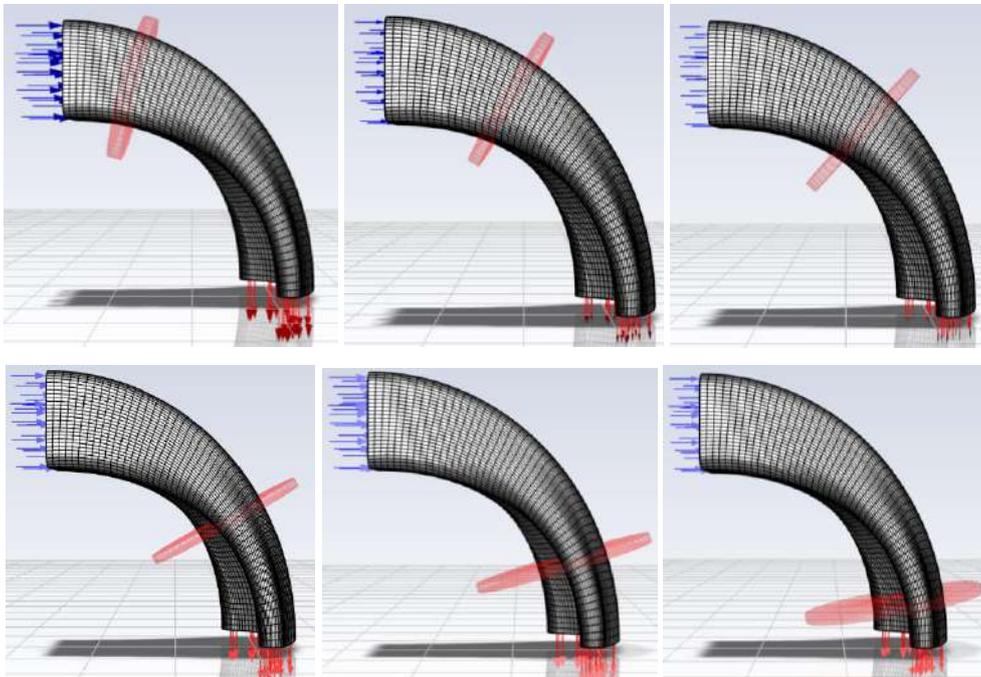


Figura 8.113: Moving encaps cilindrici

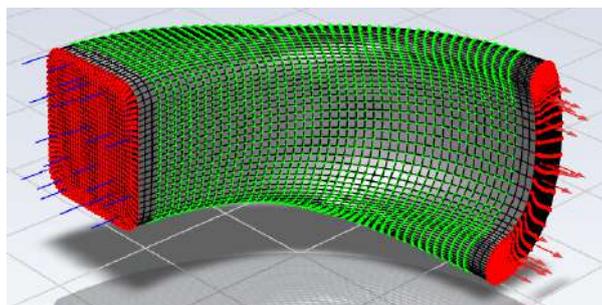


Figura 8.114: Morphing set up riferito al secondo step, in verde i punti sui quali sono mappati gli spostamenti, in rosso i punti fissi.

Cil1x	Cil1z	Cil2x	Cil2z	Cil3x	Cil3z	Cil4x	Cil4z	Cil5x	Cil5z	Cil6x	Cil6z
9,843	12,98	11,00	11,88	15,17	13,53	23,46	19,54	30	28,8	30	30

Tabella 8.26: Amplificazioni finali delle 12 soluzioni RBF

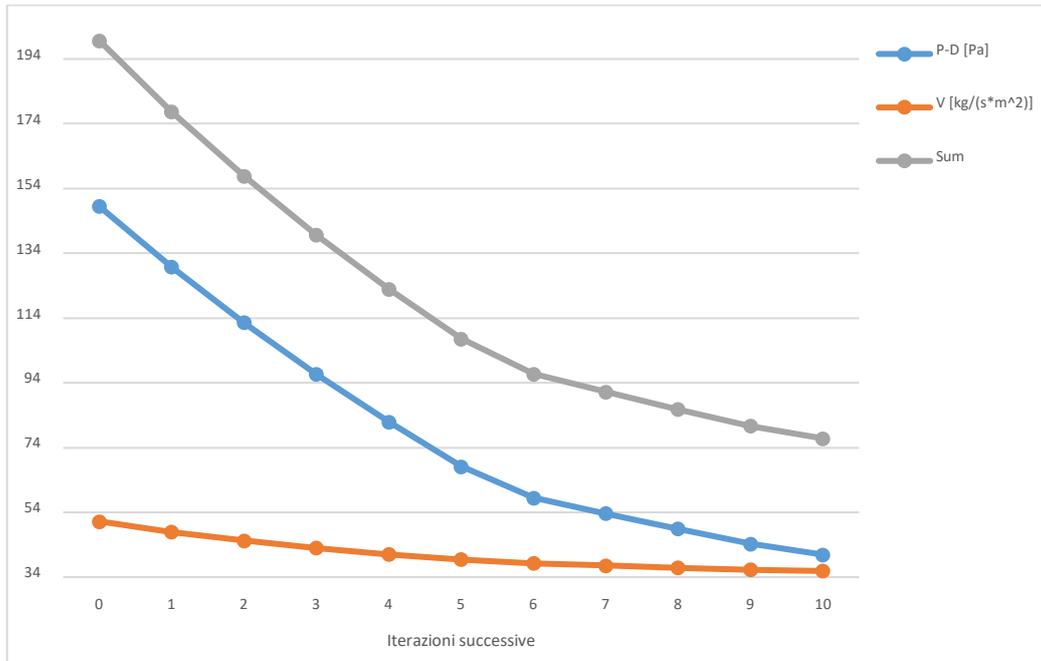


Figura 8.115: Andamento osservabile (grigio), pressure-drop (blu) e varianza (arancione) nei successivi step di ottimizzazione.

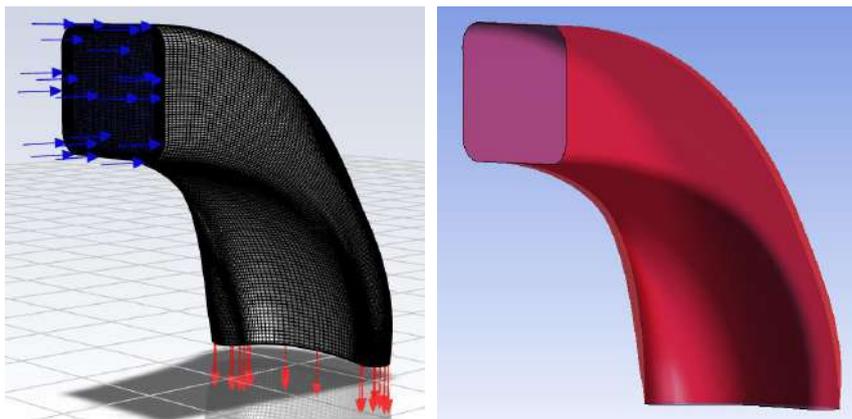


Figura 8.116: Mesh fitta ottimizzata (sinistra). A destra confronto forma iniziale (blu, interna) e ottimizzata (rossa).

8.4.4 Analisi e confronto dei risultati

Influenza della mesh

Sono stati analizzati i risultati del calcolo CFD eseguito sulla mesh iniziale rada e fitta per comprendere da cosa dipenda la differenza di valutazione delle grandezze di interesse registrata.

In figura 8.117 è riportato l'andamento del vettore velocità valutato su alcuni piani trasversali (sinistra) e su sezioni rette successive del raccordo (figura 8.117-destra), usando per il calcolo CFD la mesh rada iniziale. Si può osservare come la velocità del flusso aumenti come conseguenza della riduzione della sezione, ma il flusso risulta complessivamente ben guidato, a meno di piccole irregolarità sulla sezione di uscita. In figura 8.118 sono riportate le stesse grandezze valutate sulla mesh fitta iniziale. Si possono fare le stesse considerazioni fatte sulla mesh rada osservando come la velocità del flusso aumenta a causa della riduzione di sezione, ma la mesh fitta permette di cogliere delle strutture più fini. Infatti si può osservare come il fluido non sia perfettamente guidato ma, anzi, separi, non segue perfettamente l'andamento delle pareti. Questo fenomeno causa una distribuzione della velocità in uscita non completamente uniforme e comporta inevitabilmente un aumento della caduta di pressione. Si pensa sia questo fenomeno, che non viene colto sulla mesh rada, a causare una diversa valutazione degli osservabili tra mesh fitte e rade.

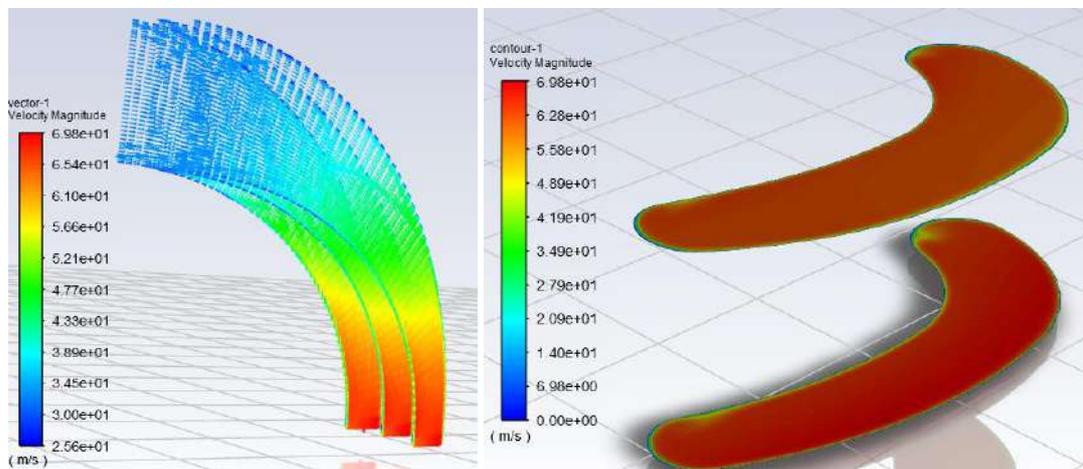


Figura 8.117: Campo di velocità valutato su sezioni trasversali (sinistra) e rette (destra) della mesh iniziale rada

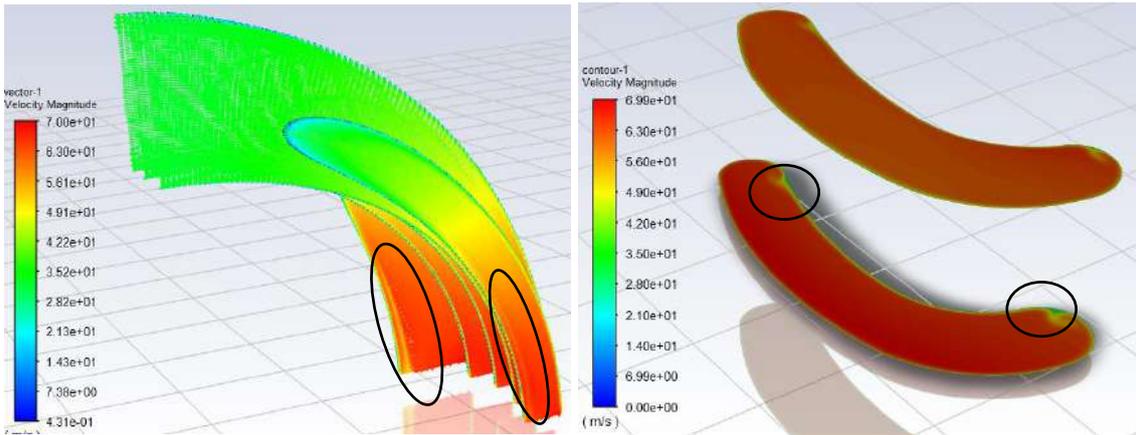


Figura 8.118: Campo di velocità valutato su sezioni trasversali (sinistra) e rette (destra) della mesh iniziale fitta

Confronto risultati

I risultati sono stati analizzati sulle mesh fitte.

Sulla mesh ottimizzata tramite adjoint-sculpting si ottiene una riduzione di pressure-drop e varianza rispettivamente del 37,9% e del 32,1% circa. In 8.119 si può osservare una generale riduzione della velocità associata ad un aumento di sezione. Tuttavia il metodo utilizzato permette di aumentare la sezione solo dove necessario, in modo da limitare l'aumento di ingombro del componente ma ottenere comunque una riduzione degli osservabili considerevole. La riduzione di velocità comporta una minore caduta di pressione e in figura 8.120 si può osservare una distribuzione più uniforme del vettore velocità sulla sezione di output. Infine analizzando l'andamento della pressione statica in figura 8.121, si può riscontrare una pressione mediamente maggiore nella zona dove il flusso separa. Pressione maggiore è legata ad uno sforzo maggiore a parete, e ciò ostacola la separazione.

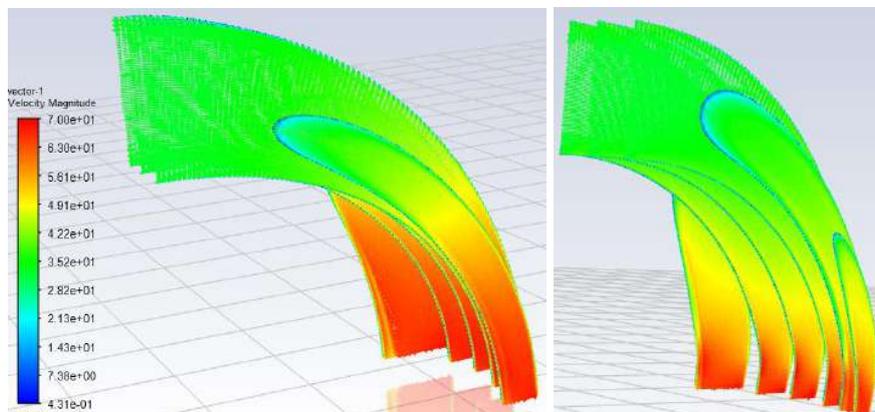


Figura 8.119: Vettore velocità valutato su sezioni trasversali della mesh iniziale (sinistra) e ottimizzata con AS (destra).

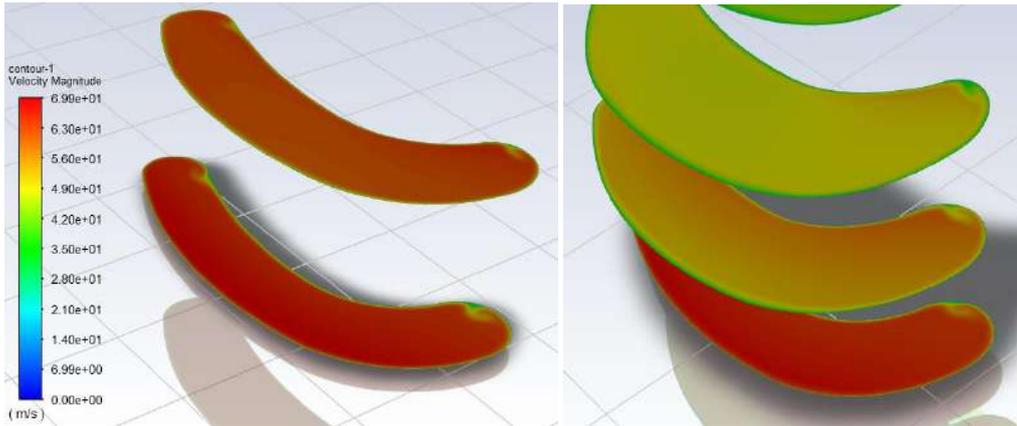


Figura 8.120: Vettore velocità valutato su sezioni rette della mesh iniziale (sinistra) e ottimizzata con AS (destra).

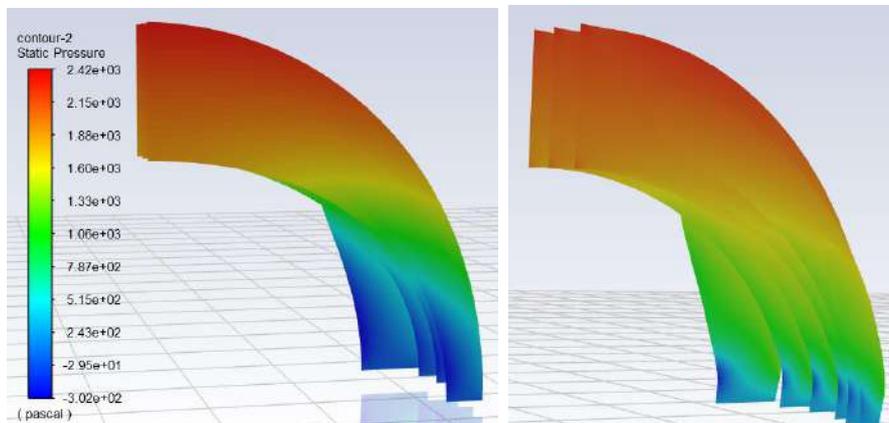


Figura 8.121: Pressione statica valutato su sezioni trasversali della mesh iniziale (sinistra) e ottimizzata con AS (destra).

Sulla mesh fitta ottimizzata tramite adjoint preview si ottiene una riduzione della caduta di pressione del 46,3% e della varianza del 24,2%. Analizzando i risultati ottenuti, si possono fare sostanzialmente le stesse considerazioni fatte precedentemente: si osserva un aumento di sezione che comporta una riduzione della velocità (figura 8.122), il flusso è guidato meglio quindi la velocità nella sezione di uscita è più uniforme (figura 8.123), la separazione è limitata da un campo di pressione più favorevole (figura 8.124) e tutto ciò comporta una riduzione delle grandezze di interesse (pressure-drop e varianza del flusso in uscita).

Dal confronto dei risultati ottenuti (tabella 8.27), emerge come la parametrizzazione definita per il flusso di lavoro di adjoint-preview è molto efficace per la riduzione di pressure-drop, meno per la varianza. Invece con il metodo di scultura aggiunta si ottiene una riduzione più omogenea dei due osservabili. Su questo risultato influisce anche la scelta dell'approccio per conseguire l'analisi multi-obiettivo. Infatti per l'adjoint-preview è stato usato un unico osservabile (la somma di pressure-drop e varianza) e ciò permette di limitare i tempi di calcolo ma in questo modo si ha un minor controllo sulla variazione di ciascuna grandezza di interesse.

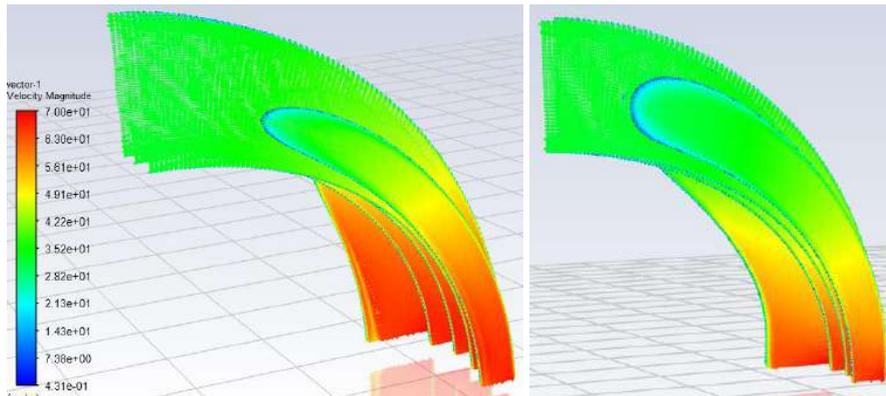


Figura 8.122: Vettore velocità su sezioni trasversali su mesh iniziale (sinistra) e ottimizzata tramite AP (destra)

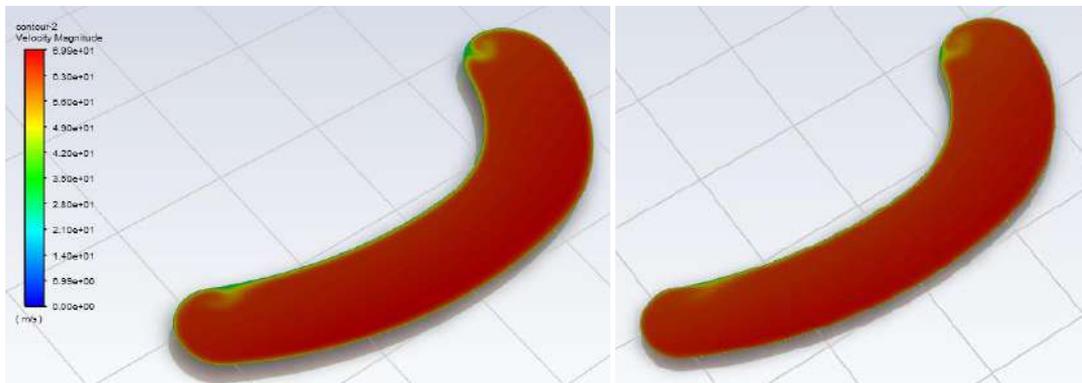


Figura 8.123: Vettore velocità sulla sezione di uscita sulla mesh iniziale (sinistra) e ottimizzata tramite AP (destra)

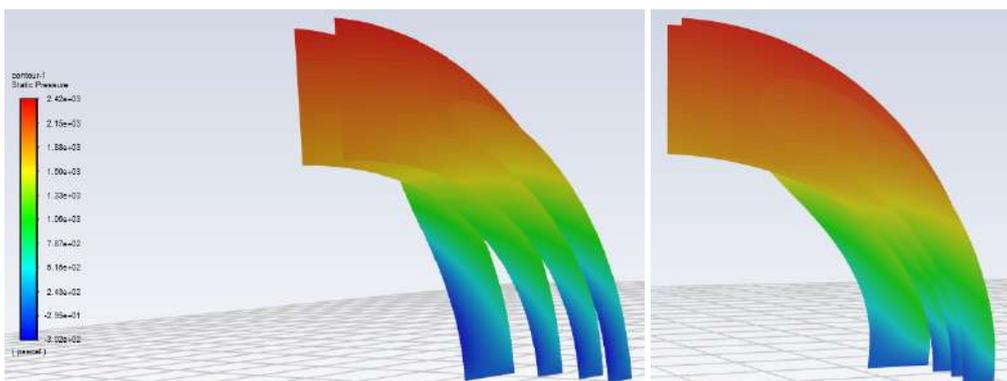


Figura 8.124: Pressione statica su sezioni trasversali sulla mesh iniziale (sinistra) e ottimizzata tramite AP (destra).

	Pressure-drop	Varianza
Adj-sculpting	-37,9%	-32,1%
Adj-preview	-46,3%	-24,2%

Tabella 8.27: Confronto metodi

9 Conclusioni

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è stato sviluppare e testare dei workflow che permettano di ottimizzare flussi esterni ed interni considerando un elevato numero di parametri. Per questo motivo sono stati selezionati e approfonditi i metodi basati sul gradiente, più efficaci nei problemi con un numero consistente di parametri e per la parametrizzazione geometrica è stato seguito un approccio basato sul mesh-morphing, piuttosto che sul re-meshing. In particolare, per valutare la sensibilità, indispensabile per implementare i metodi di ottimizzazione evolutivi basati sul gradiente, è stato usato il solutore aggiunto di Fluent®. L'adjoint, infatti, permette di valutare la derivata di una funzione obiettivo rispetto alla variazione degli N parametri definiti con un solo calcolo, comparabile con un'analisi CFD come tempo e risorse computazionali richieste. Il calcolo va ripetuto per ogni osservabile definito. Quindi il metodo risulta vantaggioso per un numero ridotto di funzioni obiettivo ed elevato di parametri di modifica di forma.

Per la parametrizzazione della geometria, è stato utilizzato un approccio di mesh-morphing, sfruttando le RBF per interpolare i valori noti degli spostamenti sui nodi della mesh, eseguendo uno smoothing dei dati rumorosi. Inoltre RBF è mesh-less, indipendente dalla mesh. Questa caratteristica permette di semplificare molti problemi riducendo il tempo computazionale richiesto per un problema di ottimizzazione. Infatti, se la fisica coinvolta può essere colta da una mesh meno raffinata, si possono utilizzare i metodi descritti su mesh coarse, per poi mappare le soluzioni ricavate su mesh fitte, ottenendo risultati precisi e affidabili in tempi molto ridotti.

In particolare, sono stati proposti due flussi di lavoro per l'ottimizzazione della forma basati su adjoint e mesh-morphing. Tali flussi di lavoro sono chiamati adjoint-sculpting e adjoint-preview. Il workflow di scultura aggiunta presenta il vantaggio di eseguire una parametrizzazione automatica. Viceversa, nel flusso di lavoro di adjoint-preview, la parametrizzazione deve essere definita dall'utente. Ciò non sempre è uno svantaggio. Infatti un progettista più esperto può valutare l'influenza di variazioni di forma già usate e collaudate, avendo un maggior controllo sulla geometria finale. Tuttavia risulta molto laborioso valutare ad ogni step l'influenza di ogni parametro. Per questo è stato sviluppato uno script in linguaggio Scheme che permette di automatizzare il workflow di adjoint-preview, assegnando in modo automatico le amplificazioni di ogni parametro, analogamente a quanto avviene per il metodo di scultura aggiunta. Lo script è riportato in appendice e sfrutta i dati di sensibilità del calcolo adjoint per guidare l'ottimizzazione, implementando il metodo di discesa del gradiente.

I vincoli geometrici sono, in tutti i casi, implicitamente rispettati nella definizione dei parametri di forma, mentre i vincoli di packaging possono essere rispettati controllando le amplificazioni ad ogni iterazione.

RBF ha dimostrato di essere uno strumento altamente efficiente che consente una perfetta integrazione di tutti gli elementi che compongono i flussi di lavoro proposti.

Nella tabella 9.1 sono confrontati in modo schematico i flussi di lavoro descritti e i metodi DOE basati sui parametri. Questi ultimi non sono stati approfonditi in questa tesi perché i costi computazionali sono insostenibili per applicazioni con un elevato numero di parametri, ma presentano il vantaggio di individuare un minimo globale.

I flussi di lavoro proposti sono stati applicati su diverse geometrie, dimostrando l'efficacia di questi approcci nel risolvere problemi reali, di interesse industriale. Sono stati esaminati problemi di fluidodinamica interna ed esterna di complessità crescente (cubo, curva a gomito, Ahmed body, convogliatore freno) ed entrambi i metodi hanno consentito miglioramenti consistenti (dal 28% al 48%).

In conclusione, gli algoritmi sviluppati e collaudati possono essere utilizzati per applicazioni di interesse industriale, risultando particolarmente efficienti per problemi con un elevato numero di parametri.

	Parametrizzazione	Vantaggi	Svantaggi
Adjoint-sculpting	Automatica	<ul style="list-style-type: none"> • Permette di esplorare <u>soluzioni nuove</u> • Parametrizzazione automatica 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Minimo locale</u> • Minor controllo sulla variazione di forma (vincoli sempre rispettati)
Adjoint-preview	Definita dall'utente	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Costo indipendente dal numero di parametri</u> • Maggior controllo sulla variazione di forma 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Minimo locale</u> • Parametrizzazione più complessa
Metodi DOE	Definita dall'utente	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Minimo globale</u> • Maggior controllo sulla variazione di forma 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Costo insostenibile per elevato numero di parametri</u> • Parametrizzazione più complessa

Tabella 9.1: Confronto flussi di ottimizzazione

10 Appendice

In questa sezione è riportato lo script in linguaggio Scheme che implementa il flusso di lavoro di adjoint-preview sfruttando il metodo di steepest descent. Per un corretto funzionamento del codice è necessario definire preventivamente le soluzioni RBF che definiscono i parametri di modifica di forma, e definire l'osservabile del problema, che deve essere anche presente tra le grandezze di output del caso.

```
;;Inizializzazione variabili, considerando 2 soluzioni RBF e un numero massimo di 20 iterazioni
(define iteration 20)
(define obs (make-list (+ 1 iteration) 0))
(define diff (make-list (+ 1 iteration) 1))
(define diff_perc (make-list (+ 1 iteration) 1))
(define diff_perc_tot (make-list (+ 1 iteration) 1))
(define case (make-list (+ 1 iteration) 0))
(define data (make-list (+ 1 iteration) 0))
(do ((x 0 (+ x 1)))
    (> x iteration)
    (define e (number->string x))
    (define strc (string-append "a" e ".cas"))
    (define strd (string-append "a" e ".dat"))
    (set-car! (list-tail case x) strc)
    (set-car! (list-tail data x) strd)
)
(define a1 (make-list iteration 0))
(define a2 (make-list iteration 0))
(define modes '("boat-tail-vol" "nose-vol"))
;;modes è una lista con il nome delle soluzioni RBF definite
(define parameter (length modes))
(define amplification (make-list parameter 0))
(define variation (make-list parameter 0))
(define K -100)
;; K è il coefficiente di proporzionalità previsto dal metodo di steepest descent
(define b (make-list parameter 0))
(define N '(6 10))
;; N è l'amplificazione massima in modulo delle soluzioni RBF
;
;; Questa funzione calcola la somma degli elementi di una lista:
(define (sum_list lst)
  (if (null? (cdr lst))
      (car lst)
      (+ (car lst) (sum_list (cdr lst))))
)
)
```

```

;; Viene eseguito il seguente algoritmo:
;; Eseguce calcolo CFD, calcola e salva l'osservabile, valuta la differenza di osservabile
;;rispetto allo step precedente
;; Eseguce calcolo adjoint, valutando la variazione di osservabile per ogni soluzione RBF
;;incrementando di 0.1 l'amplificazione dello step precedente.
;; Assegna coefficiente di amplificazione ad ogni soluzione RBF seguendo il metodo di
;;steepest descent
;; Settando il parametro K è possibile avere una convergenza più o meno rapida
;; C'è un controllo su l'amplificazione massima di ogni soluzione RBF
;; Il loop si arresta quando si raggiunge il numero massimo di iterazioni o la differenza
;;di osservabile tra due step successivi è minore di un valore di soglia
;
(RBF-smorph-init)
;
(define (smorph-adjoint)
  (define t1 (time))
  (%adjoint-check-shape-status)
  (call-udf "smorph_adjoint")
  (define t2 (time))
  (format "\nMorphing-Adjoint evaluation done in ~0f sec.\n" (- t2 t1))
)
;
(do ((i 0 (+ i 1)))
  (> i (- iteration 1))
  (begin
    ;
    (define str_case (string-append "file/write-case" " " (list-ref case i)))
    (ti-menu-load-string str_case)
    (ti-menu-load-string "solve/initialize/hyb-initialization yes")
    (ti-menu-load-string "solve/iterate 300")
    ;
    (define drag (pick-a-real "define parameters output-parameters print-to-console drag" 3))
    (set-car! (list-tail obs i) drag)
    ;
    (if (= i 0)
      (and
        (set-car! diff 10)
        (set-car! diff_perc 10)
        (set-car! diff_perc_tot 10))
      (and
        (set-car! (list-tail diff i) (- (list-ref obs (- i 1)) (list-ref obs i)))
        (set-car! (list-tail diff_perc i) (/ (list-ref diff i) (car obs)))
        (set-car! (list-tail diff_perc_tot i) (/ (- (car obs) (list-ref obs i)) (car obs))))
    )
    ;
    (ti-menu-load-string "adjoint/run/initialize")
    (ti-menu-load-string "adjoint/run/iterate 250")
    (define str_data (string-append "file/write-data" " " (list-ref data i)))
    (ti-menu-load-string str_data)
    ;
    (do ((j 0 (+ j 1)))
      ( (= j (length modes)))

```

```

(set-car! (list-tail amplification j) (+ (list-ref amplification j) 0.1))
(rbf-smorph-adjoint (map (lambda (x y) (list x y)) modes amplification))
(set-car! (list-tail variation j) (%rpggetvar 'rbf/smorph-adjoint-eval))
(if (>= (list-ref amplification j) (list-ref N j))
    (set-car! (list-tail variation j) 0)
)
(if (<= (list-ref amplification j) (- (list-ref N j)))
    (set-car! (list-tail variation j) 0)
)
(set-car! (list-tail amplification j) (- (list-ref amplification j) 0.1))
)
;
(do ((h 0 (+ h 1)))
    ((= h (length modes)))
        (set-car! (list-tail b h) (* K (list-ref variation h)))
        (set-car! (list-tail amplification h) (+ (list-ref amplification h) (list-ref b h)))
        (if (>= (list-ref amplification h) (list-ref N h))
            (set-car! (list-tail amplification h) (list-ref N h))
        )
        (if (<= (list-ref amplification h) (- (list-ref N h)))
            (set-car! (list-tail amplification h) (- (list-ref N h)))
        )
    )
)
;
(set-car! (list-tail a1 i) (list-ref amplification 0))
(set-car! (list-tail a2 i) (list-ref amplification 1))
;
(rbf-smorph (map (lambda (x y) (list x y)) modes amplification))
;
(if (< (list-ref diff i) 0.01)
    (set! i iteration)
)
)
)
)
(RBF-smorph-end)
;;
;; Esegue l'ultimo calcolo CFD sull'ultima soluzione ottenuta nel loop. Se il loop si è
;; interrotto prima di aver finito le iterazioni aggiorna l'indice. Questo viene fatto solo
;; per due iterazioni saltate. Se ci sono più di due iterazioni saltate è opportuno ridurre
;; k o il numero di iterazioni
;
(define i iteration)
(if (= 0 (list-ref obs (- i 1)))
    (set! i (- i 1))
)
(if (= 0 (list-ref obs (- i 1)))
    (set! i (- i 1))
)
(if (= 0 (list-ref obs (- i 1)))
    (display "riduci k o il numero di iterazioni")
)
)
;

```

```

(define str_case (string-append "file/write-case" " " (list-ref case i)))
(ti-menu-load-string str_case)
(ti-menu-load-string "solve/initialize/hyb-initialization yes")
(ti-menu-load-string "solve/iterate 300")
(define str_data (string-append "file/write-data" " " (list-ref data i)))
(ti-menu-load-string str_data)
;
(define drag (pick-a-real "define parameters output-parameters print-to-console drag" 3))
(set-car! (list-tail obs i) drag)
(set-car! (list-tail diff_perc i) (/ (list-ref diff i) (car obs)))
(set-car! (list-tail diff_perc_tot i) (/ (- (car obs) (list-ref obs i)) (car obs)))
;; Corregge e stampa i dati di input eliminando i termini nulli
;
(define (elimina-ultimo lst)
  (if (null? (cdr lst))
      '()
      (cons (car lst) (elimina-ultimo (cdr lst)))))
)
)
(if (= (list-ref obs (- (length obs) 1)) 0)
    (and (define obs (elimina-ultimo obs)) (define a1 (elimina-ultimo a1)) (define a2 (elimina-ultimo a2))))
)
(if (= (list-ref obs (- (length obs) 1)) 0)
    (and (define obs (elimina-ultimo obs)) (define a1 (elimina-ultimo a1)) (define a2 (elimina-ultimo a2))))
)
(if (= (list-ref diff (- (length diff) 1)) 1)
    (and (define diff (elimina-ultimo diff)) (define diff_perc (elimina-ultimo diff_perc)) (define diff_perc_tot (elimina-ultimo diff_perc_tot))))
)
(if (= (list-ref diff (- (length diff) 1)) 2)
    (and (define diff (elimina-ultimo diff)) (define diff_perc (elimina-ultimo diff_perc)) (define diff_perc_tot (elimina-ultimo diff_perc_tot))))
)
(set-car! diff "no")
(set-car! diff_perc "no")
(set-car! diff_perc_tot "no")
(define portal (open-output-file "risultati.txt"))
(write "osservabile negli step successivi" portal)
(write obs portal)(newline portal)
(write "amplificazione finale" portal)
(write amplification portal)(newline portal)
(write "amplificazione 1 nei vari step" portal)
(write a1 portal)(newline portal)
(write "amplificazione 2 nei vari step" portal)
(write a2 portal)(newline portal)
(write "diff_perc nei vari step" portal)
(write diff_perc portal)(newline portal)
(write "diff_perc_tot nei vari step" portal)
(write diff_perc_tot portal)(newline portal)

```

11 Bibliografia

- [1] W. M. Hendrik Versteeg, *An introduction to Computational Fluid Dynamic, the finite volume method*, Longman, 1995.
- [2] Ansys Inc, *Ansys Fluent getting start*, 2020.
- [3] Stephen B. Pope, «Turbulent Flows,» Cambridge University Press, 2000.
- [4] Roberto Verzicco, «Lezioni di Fluidodinamica,» Tor Vergata, Roma, 2019.
- [5] Roberto Verzicco, «Lezioni sulla turbolenza,» Tor Vergata, Roma, 2019.
- [6] Vincenzo Mulone, «Lezioni di fluidodinamica delle macchine,» Tor Vergata, Roma, 2019.
- [7] David C. Wilcox, «Turbulence Modeling for CFD,» DCW Industries, 1993.
- [8] J. B. B. W. H. R. Alan Pope, *Low Speed Wind Tunnel Testing*, John Wiley & Sons, 1999.
- [9] Marco E. Biancolini, «Il metodo 50:50:50. Ottimizzazione aerodinamica della Volvo XC60,» *ATA-Ingegneria dell'autoveicolo*, vol. 65, n. 7, pp. 36-47, 2012.
- [10] Daniel Ashlock, «Evolutionary Computation for Modeling and Optimization,» Springer, University of Guelph, 2006.
- [11] Corrado Groth, «Adjoint-based shape optimization workflows using RBF,» Tor Vergata, Roma, 2016.
- [12] C. M. R. R. Fletcher, «Function minimization by conjugate gradients,» *The Computer Journal*, vol. 7, n. 2, p. 149–154, 1964.
- [13] Joaquim R. R. A. Martins, «Sensitivity Analysis,» Stanford University, 2012.
- [14] Joaquim R. R. A. Martins, «A COUPLED-ADJOINT METHOD FOR HIGH-FIDELITY AERO-STRUCTURAL OPTIMIZATION,» Stanford University, 2002.
- [15] A. J. J. A. S. Kim, «A Gradient Accuracy Study for the Adjoint-Based Navier-Stokes Design,» Stanford University, 1999.
- [16] M. D. Buhmann, «Radial basis functions,» Cambridge University Press, 2009.

- [17] RBF Morph, «Modelling Guidelines and Best Practices Guide,» 2020.
- [18] G. E. Fasshauer, «Meshfree Approximation Method with Matlab,» Illinois Institute of Technology, 2009.
- [19] Marco E. Biancolini, Fast Radial Basis Functions for Engineering Applications, Springer International Publishing, 2017.
- [20] B. M. O. Pironneau, «Applied Shape Optimization for Fluids,» Oxford University Press, 2009.
- [21] Jean Duchon, Splines minimizing rotation-invariant semi-norms in Sobolev spaces, Springer, 1977.
- [22] Andrea Cicione, «Ottimizzazione dell'aerodinamica esterna di un autoveicolo mediante metodi CFD Adjoint e Mesh Morphing,» Tor Vergata, Roma, 2013.
- [23] L. D. Sinisać Krajnovic, «Large-Eddy Simulation of the Flow Around Simplified Car Model,» in *SAE World Congress*, Detroit, 2004.
- [24] P. G. A.SPOHN, «Flow Separations Generated by a Simplified Geometry of an Automotive Vehicle,» 2002.