

# INDICE

<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>1.La formula SAE e il suo contesto</b>	<b>4</b>
1.1 Storia della Formula SAE	5
1.2 Regolamento	5
1.3 Verifiche tecniche e competizione	6
<b>2.Il sistema di aspirazione</b>	<b>10</b>
2.1 Alimentazione aria nel motore : analisi semplificata del processo	10
2.2 Determinazione del coefficiente di riempimento	15
2.3 Effetti quasi stazionari	16
2.3.1 Riscaldamento della carica fresca	16
2.3.2 Resistenze fluidodinamiche	18
2.4 Funzioni dei sistemi di aspirazione	19
2.5 Condizione di moto dei fluidi	20
2.6 Effetti dinamici in un motore a quattro tempi	22
2.6.1Effetto inerziale	22
2.6.2Effetti d'onda	27
<b>3.La matematica della fluidodinamica utilizzata</b>	<b>34</b>
3.1 Il modello gasdinamico	34
3.2 Il modello di turbolenza	42
3.2.1 Le scale della turbolenza	42
3.2.2 Modelli numerici:approccio statistico	44

3.2.3 Approssimazioni di chiusura e modello k-ε	52
<b>4. Approccio al problema fluidodinamico con il modello di Airbox della Tv460R del 2009</b>	<b>58</b>
4.1 Rilievo e realizzazione modello CAD	58
4.2 Preparazione del modello fluidodinamico	60
4.3 Simulazione Fluent	70
4.3.1 Considerazioni sulle caratteristiche del solver usate	70
4.3.2 Simulazione	71
4.4 Analisi e validazione dei risultati	77
<b>5. Ottimizzazione dell’Airbox della Formula SAE 2010</b>	<b>80</b>
5.1 Modello CAD ottimizzato di primo tentativo	80
5.2 Analisi fluidodinamica del nuovo modello di partenza	84
5.2.2 Realizzazione della mesh	84
5.2.3 Simulazione Fluent	89
5.3 Presentazione software di morphing per analisi interazione fluido-struttura	100
5.4 Campagna di simulazioni pianificate per l’ottimizzazione	102
5.5 Analisi dei risultati	109
<b>Bibliografia</b>	<b>115</b>

## INTRODUZIONE

Lo scopo della seguente tesi è la progettazione dell'Airbox della vettura della Formula SAE del 2010.

La formula SAE è una competizione tra studenti universitari organizzata dalla SAE International (Society of Automotive Engineers) che si svolge ogni anno in varie parti del mondo e dal 2005 anche in Italia nel mese di Settembre.

La tesi si compone di tre fasi principali:

- si fa l'analisi dell'Airbox della vettura dello scorso anno, risultato inefficiente;
- si procede con l'analisi di un nuovo Airbox di forma differente dal precedente e che sarà sostanzialmente quello della vettura del 2010;
- si ottimizza utilizzando un apposito software il nuovo Airbox.

Le prime due fasi vengono effettuate entrambe realizzando un modello CAD tramite il software *Solidworks*, successivamente il modello viene meshato in *Gambit*, infine è importato in *Fluent*, dove si effettua l'analisi fluidodinamica.

Per l'ultima fase viene utilizzato l'*RBF Morph* che è un'applicazione di *Fluent* che permette di modificare (e quindi di ottimizzare) il modello senza passare per le due fasi precedenti.

## CAPITOLO I

### La formula SAE e il suo contesto

La **FORMULA SAE** è una competizione tra studenti universitari organizzata dalla Society of Automotive Engineers (SAE<sup>1</sup>) che prevede la progettazione e la produzione di un'auto da corsa, valutata durante una serie di prove in base alle sue qualità di design e di efficienza ingegneristica.

L'idea posta alla base della Formula SAE è che un'azienda fittizia ingaggi il team affinché realizzi un prototipo di auto da corsa con determinate caratteristiche, che occupi il segmento di mercato dedicato a piloti non professionisti, definiti come "weekend autocross racers". Ogni team di studenti deve progettare, costruire, testare e promuovere il prototipo, il quale viene valutato in otto tipologie di prove, che spaziano dalle performance pure, al design, alla pubblicizzazione e alla presentazione del veicolo stesso. Ad ogni evento è possibile totalizzare un massimo di 1000 punti distribuiti tra varie prove secondo il seguente schema:

Presentazione Piano Aziendale	75
Presentazione Design Vettura	150
Analisi dei Costi	100
Prova di Accelerazione	75
Prova Skid-Pad	50
Prova Autocross	150
Consumo Carburante	100
Endurance	300

Ogni gruppo di studenti deve progettare, costruire e testare, ogni anno, una nuova vettura che deve: avere elevate prestazioni in termini di maneggevolezza, frenata e accelerazione; essere economica; essere facile da mantenere; essere affidabile; essere confortevole; essere attraente e ben rifinita; essere producibile in numero limitato di quattro esemplari al giorno (mille in un anno).

---

<sup>1</sup> **SAE International** (SAE) è un ente di normazione nel campo dell'industria aerospaziale, automobilistica e veicolistica. Ha la sua sede centrale a Troy, nello stato del [Michigan \(USA\)](#). L'ente si occupa di sviluppare e definire gli standard ingegneristici per [veicoli](#) motorizzati di ogni genere, tra cui [automobili](#), [TIR](#), [navi](#) e [aeromobili](#).

## **1.1 Storia della Formula SAE**

La competizioni Formula SAE nascono da un'evoluzione di eventi che parte dal 1976, quando negli Stati Uniti la SAE patrocina un piccolo circus di manifestazioni chiamate MINI BAJA, nelle quali partecipavano dei piccoli veicoli fuoristrada interamente progettati da studenti a partire da motori in origine destinati a tosaerba.

Nel 1979 nasce una nuova variante della MINI BAJA, che si disputa con veicoli stradali, la MINI INDY; i motori sono i medesimi della MINI BAJA e partecipano 11 team.

Nel 1981 la SAE decreta nuove normative al fine di concedere agli studenti la maggiore libertà creativa possibile, minimizzando le restrizioni per quanto riguarda i motori delle vetture. 4 team partecipano a quella che viene battezzata ufficialmente FORMULA SAE.

Nel 1985 viene eseguita una ulteriore serie di nuove norme regolamentari, introducendo il Cost Report obbligatorio (il "libro contabile" della creazione del prototipo) e un nuovo sistema di attribuzione dei punti. Partecipa per la prima volta alla competizione una vettura con motore sovralimentato.

Nel 1986 la competizione viene ufficialmente sponsorizzata dal "grande albero" del panorama automotive americano, cioè dalle tre maggiori case costruttrici del momento (General Motors, Ford e Chrysler), che dimostrano in questo modo l'importanza raggiunta dalla manifestazione sul piano mondiale.

Nel 1996 partecipano alla competizione 9 team internazionali.

Nel 1997 arriva nel campionato Formula SAE il primo partecipante europeo.

Nel 1998 si inaugura ufficialmente la competizione Europea, nasce la Formula Student.

Nel 2005 nasce la Formula SAE Italia.

Da quando è nata ad oggi la competizione si è espansa includendo nuovi eventi come appunto le varie Formule SAE Italia, Australia, Giappone, West (sempre USA), le Formula Student UK, Germania e Austria (con l'introduzione di tre classi di partecipazione in aggiunta alle altre regole della Formula SAE), e infine della Formula Ibrida nella quale le vetture devono avere un motore ibrido.

## **1.2 Regolamento**

Le vetture devono sottostare ad un preciso regolamento, atto soprattutto a garantirne la sicurezza ed a limitarne le prestazioni, lasciando ampio spazio alle soluzioni tecniche adottabili.

Per quanto riguarda il motore i vincoli più significativi sono sulla cilindrata (610 cc) e sull'obbligo di inserire un restringimento di 20 mm di diametro nel circuito di aspirazione. Le tipologie di propulsore in genere utilizzate sono di origine motociclistica, senza nessuna prescrizione per quanto riguarda il frazionamento. Inoltre il motore non può essere sovralimentato originariamente, l'eventuale sovralimentazione deve essere progettata e aggiunta durante la fase di realizzazione della macchina.

La vettura deve prevedere adeguate protezioni per il pilota in caso di urto laterale o di ribaltamento; inoltre va previsto un sistema da collocarsi nella parte anteriore che assorba parte dell'energia in caso di urto frontale.

### **1.3 Verifiche tecniche e competizione**

Prima di poter partecipare alle prove guidate le vetture vengono sottoposte ad una serie di verifiche ed ispezioni, note comunemente come "techs", da parte dei giudici, che ne verificano la conformità al regolamento, soprattutto per quanto concerne le norme preposte a garantire l'incolumità del pilota.

A seguito del superamento dell'ispezione avviene il rifornimento della vettura, che viene successivamente posizionata sulla tilt table, una piattaforma in grado di inclinare il prototipo su entrambi i lati fino ad un angolo di 60 gradi, al fine di certificare che non vi sia perdita di liquidi.

Superata la prova di tilt, la vettura viene sottoposta alla prova di noise, nella quale i giudici accertano che il motore, girando a diversi regimi, non superi i 110 [dB](#) di rumore. L'ultima delle prove pre-gara è il test di frenata, in cui la macchina deve essere in grado, dopo una lunga accelerazione, di bloccare contemporaneamente tutte e quattro le ruote senza arrivare allo spegnimento del motore.

Per ognuna di queste quattro prove di verifica viene rilasciato un adesivo, che i giudici applicano sul musetto anteriore della vettura; solo dopo aver collezionato tutti e quattro gli stickers il prototipo potrà scendere in pista e iniziare la competizione.

### **COMPETIZIONE**

Ogni singola prova in questa competizione viene inserita in due macro discipline di tipo statico e dinamico.

## PROVE STATICHE

In questa parte della gara ogni team procede alla presentazione e descrizione del proprio progetto eseguito seguendo le varie prove.

**Cost Analysis:** L'obiettivo dell'analisi dei costi è quello di insegnare ai partecipanti quanto il costo in relazione al budget disponibile sia fattore imprescindibile, cui è fondamentale tenere conto in una progettazione ingegneristica. E' così possibile imparare e capire quali siano le tecniche e i processi da attuare durante la produzione dei componenti scelti in fase progettuale. La prova è suddivisa in due parti: la compilazione di un report scritto (che deve essere inviato ai giudici prima della competizione) e una discussione durante l'evento stesso. Questo consente di valutare non soltanto il costo del prototipo, ma anche l'abilità del team di produrre una stima accurata dei costi di produzione e progettazione. E' pertanto chiaro che il cost report debba corrispondere alla vettura scelta per la competizione. La vettura con il minor costo di acquisto e la miglior presentazione ricevono ciascuna 30 punti. Durante l'evento altri 20 punti sono assegnati per premiare la reale possibilità di produrre il veicolo, mentre gli ultimi venti punti a come il team espone i processi di produzione su due argomenti scelti a caso dai giudici.

**Business Plan Presentation:** Questa presentazione è finalizzata a valutare l'abilità del team nello sviluppare e consegnare un ampio ed esaustivo business case. L'evento è giudicato da persone provenienti dal mondo dell'automobile, pertanto il team deve ipotizzare di confrontarsi non soltanto con ingegneri, ma con un esecutivo rappresentate le varie aree di una società, inclusi manager di produzione, marketing e finanza. La valutazione è focalizzata al contenuto, all'organizzazione e all'illustrazione del progetto, nonché all'abilità nel rispondere alle domande dei giudici, pertanto il team che produrrà la miglior presentazione, associata alla qualità del veicolo, vincerà la prova.

**Engineering Design:** Il concetto alla base dell'evento è quello di valutare le scelte e gli sforzi progettuali e come essi incontrino le esigenze di mercato. Questi aspetti vengono valutati dai giudici in unione alla capacità del team di rispondere ai quesiti posti e all'ispezione della macchina, la quale deve essere presentata totalmente assemblata e pronta a gareggiare.

Totale prove statiche: 325 punti

## PROVE DINAMICHE

E' la parte di gara più viva e sofferta in assoluto, cioè la serie di prove in cui la monoposto, i piloti e tutto il team scendono in pista contro il tempo e contro gli altri team in competizione per cercare i punteggi che possono rivelarsi determinanti per inseguire il podio. Gran parte dello studio, del progetto e della cura nella realizzazione delle vetture possono fornire risultati in questa serie di prove.

**Accelerazione:** viene effettuata con partenza da fermo su una drag-strip rettilinea di circa 75 metri. I tempi di riferimento vanno migliorando di anno in anno tuttavia per un'idea di massima si tenga conto di un tempo medio ben inferiore ai 4 secondi netti, con velocità di uscita che possono superare abbondantemente i 100 km/h. Viene assegnato un punteggio massimo di 75 punti in relazione alla performance assoluta registrata e confrontata con quella degli altri team partecipanti, tenendo presente che non deve superare i 5.8 secondi, pari ad una velocità media di 46.55 Km/h.

**Skid Pad:** La prova valuta la capacità in curva della vettura. Il tracciato richiama la figura di un 8 con due cerchi di 15.25 metri, al cui centro è posta la linea di partenza/arrivo e delimitati da sedici piloni nel lato esterno e sedici lungo il lato interno di ciascun cerchio. La vettura, una volta entrata nel percorso, deve compiere un giro del cerchio destro, per stabilire il senso di marcia, al termine del quale deve compierne un secondo, il quale viene cronometrato dai giudici (Fig.1.1). Terminato il secondo giro, la vettura deve spostarsi nel cerchio sinistro per effettuare due ulteriori giri, il secondo dei quali viene cronometrato. Ultimato il quarto giro, la macchina lascia il tracciato, nella stessa direzione da cui è entrata. La prova è divisa in due batterie, che devono essere corse da due differenti piloti, ognuno dei quali ha a disposizione due tentavi. Il punteggio è determinato sulla capacità di accelerazione laterale e raggiunge un massimo di 50 punti.

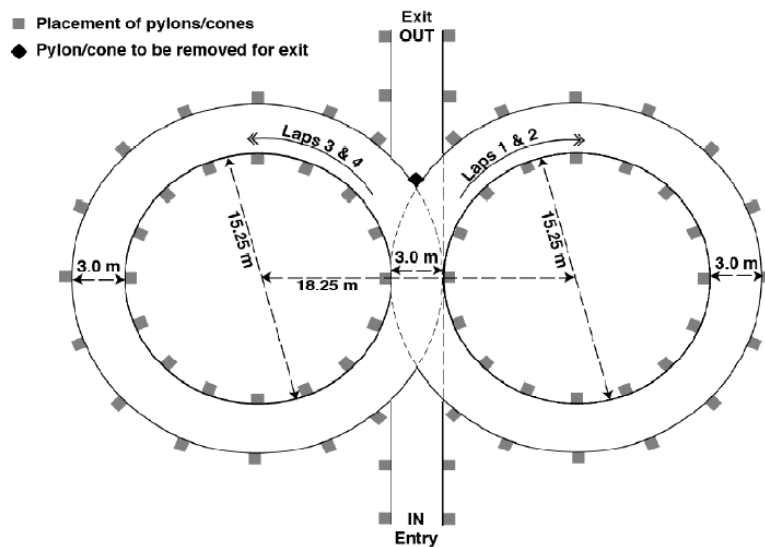


Fig.1.1

**Autocross:** è una prova di sprint da eseguire su due giri di circuito per valutare la maneggevolezza della vettura. Il circuito è disegnato in modo da ottenere velocità medie comprese tra i 30 ed i 40 km/h e comprende brevi rettilinei (non più di 60m), curve a raggio costante (da 23 a 45 m di diametro), tornanti (9 m di diametro esterno minimo), slaloms (coni a distanza compresa tra 25 e 40 m), chicanes e curve a raggio variabile. Per il punteggio vale il miglior tempo su due prove effettuate da piloti diversi.



**Endurance:** a prova di endurance è l'evento che chiude il week end di gare, e mira a valutare le performance complessive del prototipo. Per questo motivo rappresenta, senza dubbio, l'evento principale di una competizione Formula SAE. Si svolge lungo un tracciato molto simili a quello in cui si corre la prova di autocross, per un totale di 22 km. Ai componenti del team non è permesso di intervenire sul veicolo durante lo svolgimento della prova, mentre è previsto un cambio di pilota a meta' prova, durante un periodo di sosta di tre minuti. L'ordine di partenza viene stilato in base ai risultati dell'autocross, con il team più veloce primo a scendere in pista, seguito dal secondo e così via, scorrendo la classifica. Il tempo complessivo dell'endurance è dato dalla somma dei tempi di ciascun pilota, cui vanno a sommarsi le eventuali penalità, comparato con quello del team più rapido in pista. Un massimo di 300 punti è disponibile per questo evento.

Nello stesso contesto dell'endurance viene stilata una classifica, e conseguentemente assegnati dei punti, per la fuel economy. Il risparmio di carburante rappresenta un aspetto fondamentale in molte forme di competizione motosportiva, oltre a mostrare quanto efficacemente sia stata preparata la vettura. Durante l'endurance non è consentito per questo alcun rifornimento di carburante. Il punteggio è basato sul conteggio della media di litri di carburante per chilometro durante la prova di endurance.

Totale punti prove dinamiche: 625

Totale punti evento di gara: 1000

## CAPITOLO II

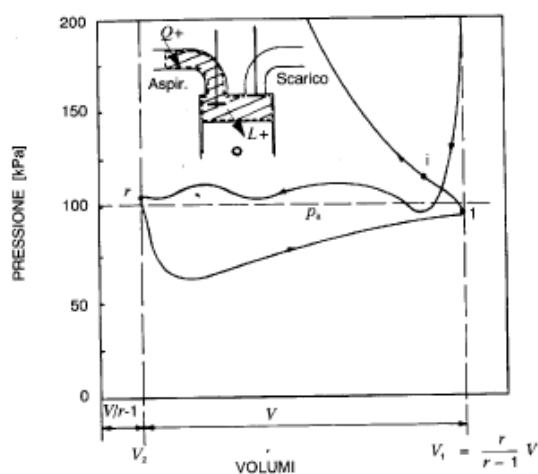
### Il sistema di aspirazione

#### 2.1 Alimentazione aria nel motore : analisi semplificata del processo

L'importanza del processo di alimentazione dell'aria in una macchina termica appare evidente se si tiene presente che la potenza che essa è in grado di sviluppare risulta limitata dalla rapidità con la quale questa riesce ad aspirare aria, mescolarla con il combustibile ed espellere i prodotti della combustione dopo averli sfruttati energeticamente.

Una caratteristica dei motori volumetrici è poi costituita dal loro funzionamento ciclico: ciascun cilindro aspira una certa massa d'aria e dopo l'espansione e la combustione scarica i prodotti della combustione prima di una nuova aspirazione. Ne deriva che il flusso in entrata e in uscita risulta pulsante. Poiché tale pulsazione coinvolge energia, un corretto dimensionamento dei sistemi di aspirazione e scarico può ridurre il lavoro speso per mantenervi il fluido richiesto; un dimensionamento errato può invece portare questa energia ad agire in contrasto con il riempimento dei cilindri, riducendo così la potenza che il motore può sviluppare.

Vediamo l'andamento delle pressioni all'interno del cilindro di un motore a quattro tempi durante il processo di sostituzione della carica.



In figura 2.1 si può notare che con un certo anticipo rispetto al PMI si apre la valvola di scarico. I gas fuoriescono dal cilindro sotto l'effetto della differenza di pressione, realizzando la fase di scarico spontaneo. Quando il pistone inverte la sua corsa, la pressione nel cilindro è ormai scesa ad un valore prossimo a quello dell'ambiente  $p_a$ , in modo da non richiedere la

spesa di un eccessivo lavoro per l'espulsione della massa di gas rimasti nel cilindro durante la corsa di scarico.

Normalmente si anticipa anche rispetto al PMI l'apertura della valvola di aspirazione e si ritarda la chiusura di quella di scarico per sfruttare l'inerzia dei gas uscenti per richiamare la carica fresca nel cilindro, prima ancora che il pistone cominci la sua corsa di ritorno. Durante quest'ultima l'aria è aspirata dall'aumento di volume prodotto dal moto dello stantuffo e continua ad entrare nel cilindro per inerzia dopo che esso ha raggiunto il PMI. Per sfruttare questo effetto la valvola di aspirazione in genere chiude con un opportuno ritardo rispetto al PMI.

L'andamento appena descritto delle pressioni nel cilindro risulta alquanto difficile da determinare con i calcoli a causa del sovrapporsi di diversi effetti: variazioni con il tempo dell'area di passaggio delle valvole, fenomeni di inerzia, propagazione di onde di pressione nei condotti. Tali difficoltà giustificano la prassi comune di sintetizzare l'intero processo con un solo indice: il *coefficiente di riempimento e di carica*  $\lambda_v$ .

Facendo ancora riferimento al diagramma di figura 2.1 possono analizzare i fenomeni che influenzano il processo di sostituzione della carica in modo da legare il coefficiente di riempimento ad alcuni parametri che caratterizzano il motore e le sue condizioni di funzionamento. A questo proposito si deve osservare che la quantità di fluido effettivamente aspirata è diversa da quella teorica  $V\rho_a$  per i seguenti motivi:

-i gas combusti che riempiono lo spazio morto alla fine della fase di scarico si trovano ad una pressione  $p_r > p_a$  per cui all'inizio della fase di aspirazione si espandono occupando un volume superiore a quello dello spazio morto;

-la pressione che regna nel cilindro alla fine della corsa di aspirazione  $p_1$  è minore di  $p_a$  (quindi la densità della carica è  $\rho_1 < \rho_a$ ) perché si deve spendere un certo lavoro  $L$  per vincere le resistenze fluidodinamiche e per accelerare il gas che entra attraverso le luci di aspirazione, mentre l'energia cinetica da esso acquistata viene in buona parte dissipata;

-durante il processo di alimentazione avvengono degli scambi di calore fra le pareti del motore e il fluido entrante che portano ad un aumento della temperatura della carica e quindi ad una diminuzione della sua densità.

Si osserva che fra questi scambi di calore non va incluso il processo di mescolamento dei gas residui con la miscela fresca. Infatti se si suppone che i due fluidi abbiano lo stesso calore specifico e lo stesso peso molecolare (cioè la stessa  $R$ ), la contrazione dei volumi residui, come conseguenza del loro raffreddamento, uguaglia l'espansione della miscela fresca. Quindi questo processo non dà luogo a nessuna perdita di riempimento.

Introdotta le seguenti ipotesi semplificative, dettate dall'esigenza di pervenire ad un'espressione ragionevolmente semplice della relazione cercata:

-la carica fresca e i gas residui si comportino come gas perfetti con gli stessi  $c_v, c_p, R$ ;

-non vi sia apprezzabile fuga di carica fresca attraverso la valvola di scarico nel periodo in cui, verso la fine dello scarico, entrambe le valvole sono aperte;

si può legare il coefficiente di riempimento alle grandezze che lo influenzano, applicando il principio di conservazione dell'energia al processo di alimentazione. Si può cioè scrivere che la differenza fra il calore  $Q$  che il sistema globalmente riceve e il lavoro  $L$  ceduto all'esterno uguaglia la sua variazione di energia interna, ossia la differenza fra l'energia posseduta dalla massa finale  $\left[\frac{r}{r-1}\right] V y_i \rho_i e_i$  del fluido e quella relativa alla massa  $\left[\frac{V}{r-1}\right] \rho_r$  di gas residui e alla massa  $\lambda_v V \rho_a$  di carica fresca:

$$Q - L = \frac{r}{r-1} V y_i \rho_i e_i - \left( \frac{V}{r-1} \rho_r e_r + \lambda_v V \rho_a e_a \right)$$

dove la massa finale viene calcolata in relazione alla fine della fase di aspirazione che non coincide con la fine della corsa di aspirazione a causa del ritardo della chiusura della valvola. Quando tale chiusura avviene la pressione nel cilindro è salita ad un valore  $p_i$  vicino o addirittura superiore a  $p_a$ , però contemporaneamente il volume totale è diminuito, essendo iniziata la corsa di ritorno dello stantuffo. Si ha:

$$V_i = y_i V_1 = \frac{r}{r-1} y_i V$$

avendo posto

$$y_i = 1 - \frac{s_{pi} r - 1}{C r}$$

dove  $s_{pi}$  è lo spostamento dello stantuffo all'istante  $i$  chiusura della valvola di aspirazione.

Si consideri ora un opportuno incremento di temperatura  $\Delta T$ , definito come l'aumento di temperatura che si avrebbe nella carica fresca qualora il calore  $Q$ , globalmente ceduto all'intero fluido durante il processo di aspirazione fosse ceduto alla sola carica fresca a pressione costante, cioè:

$$Q = \lambda_v V \rho_a c_p \Delta T$$

Inoltre il lavoro L globalmente ceduto all'esterno durante l'intero processo è dato dalla differenza fra il lavoro ceduto dai gas allo stantuffo e quello compiuto dalla pressione all'ingresso  $p_a$  sul fluido, ossia:

$$L = \int_r^i p dV - p_a \lambda_v V$$

Posto  $\Psi = \int_r^i p dV / (p_a V)$  allora ottengo:

$$L = (\Psi - \lambda_v) p_a V$$

Allora sostituendo queste espressioni nel principio di conservazione dell'energia si ottiene:

$$\lambda_v V \frac{p_a}{RT_a} c_p \Delta T - (\Psi - \lambda_v) p_a V = \frac{r y_i}{r-1} V \frac{p_i}{RT_i} - \frac{V}{r-1} \frac{p_r}{RT_r} c_v T_r - \lambda_v V \frac{p_a}{RT_a} c_v T_a$$

da cui dividendo ciascun termine per il fattore  $p_a V c_p / R$ , introducendo  $k = c_p / c_v$  e ricordando che  $R / c_v = (c_p - c_v) / c_v = k - 1$ , si ha:

$$\lambda_v k \frac{\Delta T}{T_a} - (\Psi - \lambda_v)(k - 1) = \frac{r y_i}{r-1} \frac{p_i}{p_a} - \frac{1}{r-1} \frac{p_r}{p_a} - \lambda_v$$

e risolvendo rispetto a  $\lambda_v$ :

$$\lambda_v \left( k \frac{\Delta T}{T_a} + k - 1 + 1 \right) = \Psi(k - 1) + \frac{r y_i \left( \frac{p_i}{p_a} \right) - \left( \frac{p_r}{p_a} \right)}{r - 1}$$

e quindi:

$$\lambda_v = \frac{1}{1 + \Delta T/T_a} \left[ \frac{\psi(k-1)}{k} + \frac{ry_i \left( \frac{p_i}{p_a} \right) - \left( \frac{p_r}{p_a} \right)}{k(r-1)} \right]$$

Noto l'andamento delle pressioni istantanee nel cilindro questa espressione ci permette di calcolare il coefficiente di riempimento. La sua importanza va però ricercata nel fatto che essa costituisce una sintetica base logica per l'interpretazione dei fenomeni connessi al riempimento di un motore a quattro tempi.

Schematicamente si può ritenere che la storia delle pressioni nel cilindro durante tale processo sia soggetta ad effetti che si possono descrivere in modo adeguato in termini di velocità media, cui se ne sovrappongono altri legati alla variabilità delle condizioni del flusso da istante ad istante. I primi saranno chiamati *effetti quasi stazionari* e fra essi si ricordano: le perdite di pressione dovute alle resistenze fluidodinamiche dei vari componenti attraversati dai gas, gli scambi di calore, ecc. I secondi saranno indicati come *effetti dinamici* prodotti dall'instazionarietà del flusso e come tali si possono considerare: i fenomeni inerziali delle masse di fluido in moto e le onde di pressione che si propagano nel sistema gassoso con la velocità del suono.

L'espressione del coefficiente di riempimento sintetizza questi effetti precisando che il risultato finale dipende da: la contropressione allo scarico ( $p_s/p_a$ ), la perdita di carico in aspirazione all'atto della chiusura della valvola ( $y_i p_i/p_a$ ) (il cui peso risulta r volte quello del termine precedente perché influenza tutto il fluido presente nel cilindro e non solo quello contenuto nello spazio morto) e l'andamento delle pressioni durante il processo, valutato globalmente dal termine integrale L. Per quanto riguarda poi l'effetto del riscaldamento della carica  $\Delta T$ , si vede che esso va considerato in rapporto alla temperatura  $T_a$  dell'ambiente circostante.

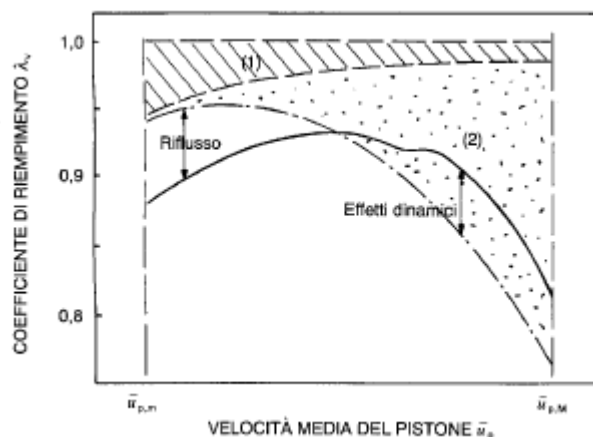


Fig. 2.2

L'importanza relativa di questi fenomeni dipende dalle condizioni di funzionamento del motore ed in particolare, se si decide di fare sempre riferimento alle condizioni di pieno carico, dalla velocità media del pistone. La figura 2.2 mette allora in evidenza che le perdite per riscaldamento della carica (area 1 tratteggiata) hanno un peso decrescente con  $\bar{u}_p$  ( $20 \div 10\%$ ), perché diminuiscono i tempi di permanenza del fluido a contatto con le pareti del sistema. L'effetto delle perdite di carica in aspirazione e scarico (le prime con peso  $r$  volte quello delle seconde) cresce invece (area 2 punteggiata) dapprima con  $\bar{u}_p^2$  (moto turbolento), mentre per alti valori di  $\bar{u}_p$  l'aumento di fa ancora più forte, fino a costituire la causa di circa il 90% della perdita di riempimento. In queste condizioni infatti può avvenire che nella sezione ristretta del sistema (in genere la luce della valvola) per una frazione sempre più ampia del processo verifichino condizioni soniche in corrispondenza delle quali la portata non può ulteriormente aumentare.

## 2.2 Determinazione del coefficiente di riempimento

Il coefficiente di riempimento di un motore a quattro tempi può essere determinato per mezzo di modelli di calcolo che simulano il processo di sostituzione del fluido con diversi gradi di accuratezza. Questi modelli calcolano le condizioni termodinamiche (pressione, temperatura e densità) e cinematiche (velocità) del fluido nelle sezioni più significative del sistema in funzione del tempo, dalle quali risulta in modo immediato un bilancio istantaneo di masse nel cilindro. Nota perciò la massa totale  $m_a$  di carica fresca aspirata per ciclo,  $\lambda_v$  potrà essere calcolato come rapporto tra  $m_a$  e la massa teorica di riferimento  $V\rho_a$ .

Inoltre il coefficiente di riempimento può essere misurato su di un motore al banco rilevando la portata d'aria aspirata dal motore  $\dot{m}_a$ . Se si ritiene trascurabile nel motore a quattro tempi la perdita di carica fresca allo scarico durante il breve periodo di contemporanea apertura delle valvole di aspirazione e di scarico, si può ricavare  $\lambda_v$  dalla relazione:

$$\dot{m}_a = \lambda_v V \rho_a n / \varepsilon$$

## 2.3 Effetti quasi stazionari

Nel processo di sostituzione della carica l'influenza principale sul fenomeno è esercitata dalla tipica instazionarietà del moto dei gas nell'attraversare i sistemi di aspirazione e scarico. L'importanza relativa delle forze in gioco (forze di pressione, di inerzia e di attrito) dipende dalle caratteristiche del fluido, dalle sue condizioni di moto e dalla geometria del sistema. In genere gli effetti di tipo quasi stazionario e quelli di tipo più propriamente dinamico si sovrappongono, esercitando influenze dello stesso ordine di grandezza. Vediamo ora di approfondire i fenomeni come il riscaldamento della carica e la resistenza fluidodinamica offerta dai vari componenti attraversati, che possono essere descritti in modo sufficientemente adeguato in termini di velocità media del pistone.

### 2.3.1 Riscaldamento della carica fresca

Quando la carica fresca si muove attraverso il sistema di aspirazione e dentro il cilindro viene in contatto con le pareti generalmente più calde ( di temperatura media  $T_p$ ). Il grado di riscaldamento  $\Delta T$  subito dipende dalla sua velocità, dalla durata del processo di aspirazione e dalla differenza di temperatura tra le pareti e la carica. Siccome tale riscaldamento ne diminuisce la densità, con un'influenza negativa sul riempimento, bisognerà cercare di renderlo minimo.

Supponiamo che il fluido non cambi le sue proprietà caratteristiche durante il riscaldamento. Il sistema in esame potrà essere schematizzato (Figura 2.3) come un condotto di diametro equivalente  $d_e$  e lunghezza  $L$ , compreso fra la sezione iniziale  $i$  e quella finale  $f$ .

Ritenendo il processo descrivibile in termini di moto medio, il flusso di calore per unità di tempo  $\dot{Q}$  ricevuto dalla carica fresca fra le sezioni  $i$  e  $f$  potrà essere espresso come:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a c_p \Delta T = \bar{h} \pi d_e L (T_p - T)$$

avendo ritenuto il riscaldamento quasi-isobarico ed indicando con  $\bar{h}$  un coefficiente di scambio termico convettivo medio, legato alle condizioni di moto del fluido da una relazione del tipo:

$$Nu = C Pr^m Re^n$$



Si potrà perciò esprimere  $\bar{h}$  attraverso un coefficiente di proporzionalità:

$$\bar{h} = C \frac{\lambda}{d_e} Re^{0.8} Pr^{0.4} = C Pr^{0.4} \frac{\lambda}{d_e} \left( \frac{u \rho d_e}{\mu} \right)^{0.8} = C Pr^{0.4} \frac{\lambda}{d_e} \left( \frac{\dot{m}_{a1} d_e}{\mu} \right)^{0.8}$$

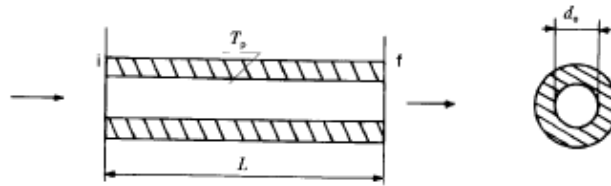


Fig. 2.3

in funzione della portata di carica fresca per unità d'area della sezione trasversale del condotto:  $\dot{m}_{a1} = \dot{m}_a 4 / (\pi d_e^2)$ . Sostituendo l'espressione di  $\bar{h}$  nella prima espressione si ottiene:

$$\Delta T = T_f - T_i = \frac{C Pr^{0.4} \lambda}{\dot{m}_a c_p} \left( \frac{\dot{m}_{a1} d_e}{\mu} \right)^{0.8} \pi L (T_p - T)$$

Ma per un gas che cambi di poco la propria temperatura, i parametri:  $Pr$ ,  $\lambda$ ,  $c_p$  e  $\mu$  si possono ritenere costanti e conglobare nella costante  $K = 4 C Pr^{0.4} \lambda / c_p \mu^{0.8}$ , pervenendo alla relazione finale:

$$\Delta T = T_f - T_i = K \dot{m}_{a1}^{-0.2} \frac{L}{d_e^{1.2}} (T_p - T)$$

Essa conferma che la perdita di riempimento dovuta a questa causa aumenta al:

1. diminuire di  $\bar{u}_p$ , perché si riduce  $\dot{m}_{a1}$  e quindi aumenta  $\Delta T$ , a parità di altre condizioni;
2. al crescere di L, perché crescono la superficie di scambio e i tempi di permanenza;
3. al diminuire di  $d_e$ , perché aumenta la superficie di contatto per unità di massa di fluido;

4.al crescere della temperatura media  $T_p$  ( di condotti, valvola, parete cilindro), che varia con: il grado di espansione dei gas combusti  $p_s/p_i$ , il rapporto di miscela, la temperatura del refrigerante e i dettagli di progetto del gruppo d'aspirazione (per esempio il fatto che questo sia o meno riscaldato per favorire l'evaporazione del combustibile).

### 2.3.2 Resistenze fluidodinamiche

La loro presenza nei sistemi di aspirazione e scarico riduce la quantità di carica fresca ammessa nel cilindro perché ne diminuisce la densità e aumenta quella dei gas residui. Ciascun componente di questi impianti provoca una caduta di pressione nella corrente fluida che in prima approssimazione può essere descritta in termini di velocità media con un'espressione del tipo:

$$\Delta p_n = \left( f_n \frac{L_n}{d_{en}} + \xi_n \right) \rho_n \frac{\bar{u}_n^2}{2}$$

ossia come somma di una perdita distribuita (misurata dal coefficiente  $f_n = 0.01 \div 0.02$ , in funzione di Re e della scabrezza della parete) e di perdite concentrate di natura specifica, legate ai dettagli costruttivi di ciascun componente.

La condizione di conservazione della portata fra sezione di controllo del flusso nell'ennesimo elemento e la sezione trasversale del cilindro:

$$\rho_n \bar{u}_n A_n = \rho_c \bar{u}_p A_c$$

permette di esprimere la velocità media locale  $\bar{u}_n$  in funzione della velocità media del pistone e quindi calcolare il contributo di tutti gli elementi del sistema di aspirazione (trascurando le variazioni di massa volumica:  $\rho_n \approx \rho_c \approx \rho_a$ ) mediante la relazione:

$$p_a - p_c = \sum_n \Delta p_n = \rho_a \frac{\bar{u}_p^2}{2} \sum_n \left( f_n \frac{L_n}{d_{en}} + \xi_n \right) \left( \frac{A_c}{A_n} \right)^2$$

la quale evidenzia la dipendenza quadratica da  $\bar{u}_p$  della totale caduta di pressione fra ambiente esterno ( $p_a$ ) e cilindro ( $p_c$ ) e l'importanza di tenere ampie sezioni di passaggio per il fluido ( $A_n$ ). A seconda del tipo di componente la perdita di carico prevalente sarà di tipo distribuito (ad esempio un tratto di condotto) o concentrato (ad esempio il filtro dell'aria) fino a produrre una caduta di pressione totale, in condizioni di piena ammissione, valutabile approssimativamente nei seguenti termini:

$$p_a - p_c \approx (0.03 \div 0.12)p_a \approx (20 \div 80)\rho_a \frac{\bar{u}_p^2}{2}$$

con contributo preponderante (50÷70%) da parte della valvola. Considerazioni analoghe si possono ripetere per il sistema di scarico, che produce una contropressione all'uscita dal cilindro:

$$p_s - p_c = \sum_n \Delta p_n = \rho_a \frac{\bar{u}_p^2}{2} \sum_n \left( f_n \frac{L_n}{d_{en}} + \xi_n \right) \left( \frac{A_c}{A_n} \right)^2$$

quantificabile orientativamente, sempre in condizioni di piena ammissione, in:

$$p_s - p_c \approx (0.8 \div 0.9)p_a \approx (100 \div 200)\rho_a \frac{\bar{u}_p^2}{2}$$

Anche in questo caso il contributo prevalente è dato dalla resistenza fluidodinamica offerta dalla valvola di scarico.

## 2.4 Funzioni dei sistemi di aspirazione

I motori sono collegati con l'ambiente esterno, da cui aspirano aria all'inizio di ogni ciclo ed in cui scaricano i gas combusti alla fine, da sistemi di condotti e volumi che risultano in genere piuttosto complessi. Schematicamente si può dire che a tali sistemi vengano affidati i seguenti compiti:

- 1.favorire con il loro comportamento dinamico il processo di sostituzione del fluido di lavoro alla fine di ogni ciclo ed il riempimento del cilindro con la carica fresca;
- 2.collegare dal punto di vista fluidodinamico il motore ad un eventuale gruppo di sovralimentazione che aumenti artificialmente la densità dell'aria con cui il motore viene alimentato;
- 3.accogliere i gruppi di post-trattamento dei gas combusti (convertitori catalitici, filtri per particolato, ecc..) che sono utilizzati per depurarli (dopo che hanno lasciato il cilindro) degli inquinanti di cui non si è riusciti ad impedire la formazione durante il processo di combustione;
- 4.attenuare il rumore di natura gasdinamica in aspirazione e scarico dovuto al sistema di onde di pressione prodotte dall'instazionarietà dei processi che vi hanno luogo;
- 5.offrire una soluzione adeguata a diverse esigenze di natura di natura pratica come: garantire un buon filtraggio dell'aria aspirata, presentare una resistenza meccanica ed una durata funzionale adeguata, per permettere un facile accesso agli organi del motore eventualmente coperti, adattarsi allo spazio disponibile.

## **2.5 Condizione di moto dei fluidi**

In un motore alternativo alla fine di ogni ciclo il cilindro scarica con discontinuità i gas combusti nell'ambiente circostante e da esso aspira la nuova carica. Il flusso dal cilindro al condotto di scarico e da quello di aspirazione al cilindro è chiaramente in stazionario, così come il sistema di onde di pressione e di velocità che dal cilindro si propaga nei condotti e da questi passa in parte all'ambiente esterno. La figura 2.4 illustra nel dettaglio questo processo nella fase particolare dello scarico di un motore a quattro tempi. Nel momento in cui la valvola comincia ad aprire la pressione nel cilindro è pari a 4÷8 volte la pressione atmosferica, mentre nel condotto è assai prossima al valore ambiente. Il salto di pressione attraverso la valvola è quindi superiore a quello critico (posizione  $\theta_1$ ) ed il gas è accelerato fino a raggiungere la velocità del suono nella sezione ristretta della valvola. A questa condizione di blocco sonico segue un'onda d'urto attraverso cui si espande fino alla pressione del condotto. Qui il gas si trova inizialmente in quiete, ma la sua pressione (dal lato valvola) cresce rapidamente (nel caso di volume del condotto relativamente piccolo), a causa dell'inerzia del sistema. Occorre infatti un certo tempo per accelerare la colonna di gas presente nel condotto e avviare la sua fuoriuscita dall'altro estremo. Man mano che la valvola procede nella sua apertura (posizione  $\theta_2$ ), il salto di pressione andrà diminuendo perché la pressione nel cilindro si riduce progressivamente per la fuoriuscita dei gas, mentre quella nel condotto continua ad aumentare fino a che la portata di gas proveniente dalla valvola è superiore a quella che si scarica all'altro estremo. Quando questa condizione si

inverte (posizione  $\theta_3$ ) la pressione prenderà a diminuire anche nel condotto. Talvolta può avvenire che il primo impulso di pressione venga riflesso dal sistema di scarico dando luogo ad un secondo massimo (posizione  $\theta_4$ ) più o meno differenziato dal primo, durante la fase di scarico forzato dal cilindro.

In ogni caso con questo meccanismo all'ingresso del tubo di scarico si produce una serie di onde di pressione che si propagano poi lungo l'impianto di scarico, riflettendosi parzialmente ad ogni discontinuità ed interferendo con altre onde di pressione eventualmente incontrate, fino a raggiungere la sezione terminale del sistema, da cui di irradiano parzialmente dell'atmosfera.

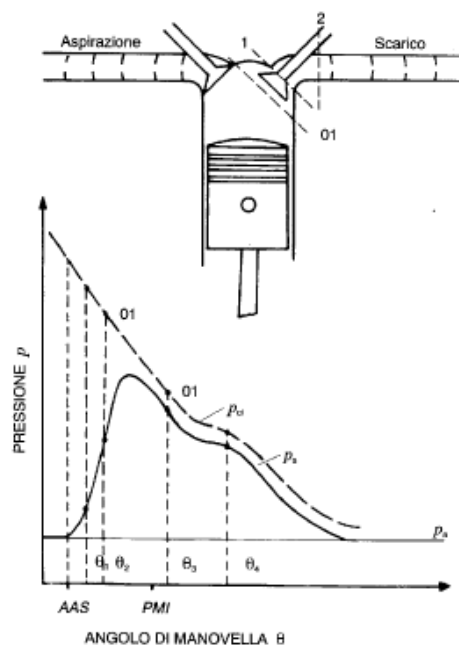


Fig. 2.4

Analogamente, il susseguirsi delle fasi di aspirazione genera un insieme di onde di depressione nel sistema di aspirazione, dalla parte terminale del quale passano all'ambiente sotto forma di onde sonore. Queste oscillazioni di pressione (dell'ordine di alcune decine di kPa, nei motori veloci) interferiranno con il processo di riempimento o di lavaggio del cilindro, favorendolo o ostacolando.

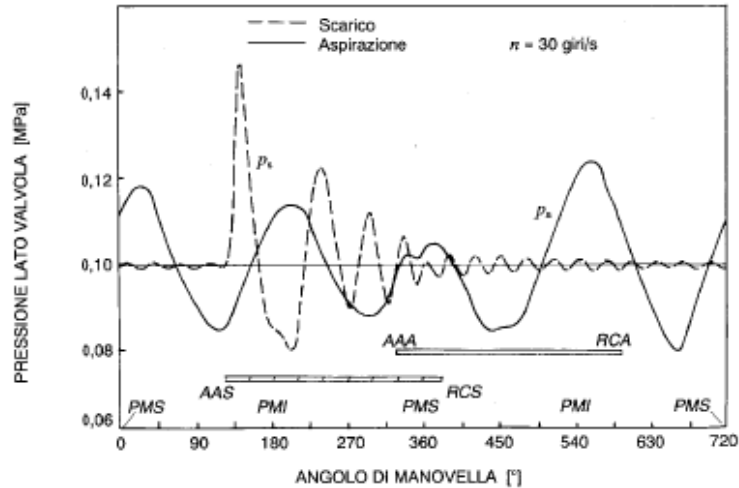


Fig. 2.5

Nella figura 2.5 viene mostrato l'andamento tipico della pressione nei condotti di aspirazione e di scarico dal lato valvola per un motore monocilindrico. Il fatto, ad esempio, che la valvola d'aspirazione incominci ad aprire quando vi è un picco positivo di pressione e soprattutto chiuda in corrispondenza di un ventre positivo ancora più marcato, favorisce ovviamente il riempimento del cilindro. Analogamente, se si ottiene in prossimità della valvola di scarico un picco negativo di pressione verso la fine dello scarico (ossia durante l'incrocio), si avrà un buon lavaggio della camera di combustione.

## 2.6 Effetti dinamici in un motore a quattro tempi

I fenomeni legati all'instazionarietà del flusso (indicati globalmente con il termine *effetti dinamici*) possono influenzare sensibilmente l'andamento del processo di riempimento di un motore a quattro tempi. Per analizzare un po' più in dettaglio conviene distinguere innanzitutto l'effetto dovuto al moto di trasporto in stazionario del fluido (*effetto inerziale*) da quelli legati al moto delle onde di pressione (*effetto d'onda*) che si propagano attraverso i sistemi di aspirazione e scarico con la velocità del suono (che mediamente è di un ordine di grandezza superiore alla velocità con cui si muovono i fluidi).

### 2.6.1 Effetto inerziale

Facciamo riferimento al monocilindro schematizzato nella figura 2.6 con il relativo condotto di aspirazione (di lunghezza  $L$  e sezione  $S$ ) che collega le valvole con il primo volume sufficientemente grande da disaccoppiare i cilindri dal resto del sistema. Durante la fase di

aspirazione il condotto e il cilindro sono collegati fluidodinamicamente attraverso la valvola (o le valvole), che può ritenersi in prima approssimazione completamente aperta (e è quindi omessa dallo schema). Nel succedersi di processi d'aspirazione, la massa d'aria contenuta nel condotto è di volta in volta attirata dal movimento del pistone verso il cilindro e poi fermata. Se quindi la frequenza di questo moto forzato si accorda con la frequenza propria del sistema gassoso interessato, risulta possibile sfruttare in modo ottimale le sue oscillazioni per facilitare il riempimento del cilindro.

La massa d'aria che è eccitata dal periodico succedersi delle aspirazioni all'inizio del processo è contenuta principalmente nel condotto, ma in parte passa poi gradualmente nel cilindro. In ogni caso, essa costituisce un sistema oscillante smorzato con una propria massa ed elasticità distribuite. Per calcolarne in modo semplice la frequenza propria  $f_0$ , questa massa d'aria può venir schematizzata come un sistema a parametri concentrati, costituito da una sola molla e una sola massa (figura 2.6-a) oppure un numero discreto di piccole masse con relative molle (figura 2.6-b). Seguendo lo schema più semplice (a) si suppone che:

1. la massa del sistema sia costituita dal solo fluido presente nel condotto, del quale si mette in conto l'inerzia, trascurandone la comprimibilità;
2. l'elasticità del sistema sia invece data dal fluido contenuto nel cilindro che si ritiene venga compresso ed espanso adiabaticamente, trascurandone il movimento.

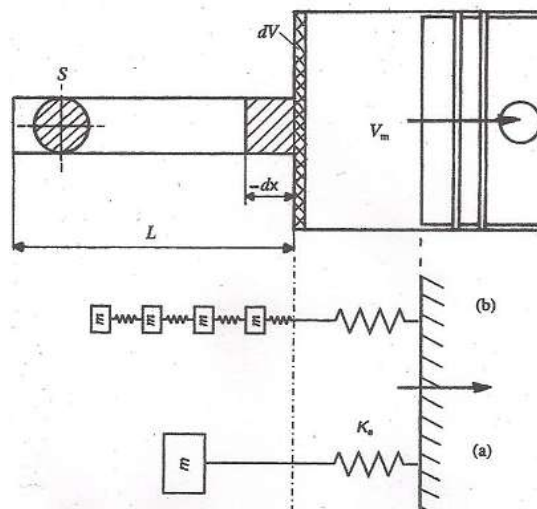


Fig. 2.6

Con queste ipotesi, facendo riferimento allo schema di figura 2.6, si ottiene facilmente l'espressione della massa interessata:

$$m = \rho LS$$

Partendo poi dall'equazione caratteristica della trasformazione adiabatica:  $pV^k = \text{cost}$ , posta in forma differenziale:

$$dpV^k + kV^{k-1}pdV = 0$$

per il fluido contenuto nel cilindro, si ricava la relazione:

$$dp = -(kp/V)dV$$

che ne lega la variazione di pressione a quella di volume. Introdotta la coordinata  $x$  che definisce la posizione della massa lungo l'asse del condotto e tenuto presente che all'aumento di volume  $dV$  del fluido nel cilindro corrisponde una diminuzione della coordinata  $x$  della massa nel condotto  $dx = -dV/S$ , dalla relazione precedente si ricava:

$$dp = kpSdx/V$$

Durante la fase di aspirazione il volume del cilindro varia continuamente perciò si potrà far riferimento ad un suo valore medio:

$$V_m = (V_1 + V_2)/2 = V_2(r + 1)/2 = \left(\frac{V}{2}\right)(r + 1)/(r - 1)$$

Ricordando allora la definizione di costante elastica del sistema, intesa come rapporto tra la forza elementare applicata  $dF$  e lo spostamento  $dx$  prodotto:

$$K_e = dF/dx = dpS/dx = kpS^2/V_m$$



e di pulsazione propria del sistema:

$$\omega_0^2 = K_e/m = kpS/\rho LV_m = a^2 S/LV_m$$

se ne ottiene la frequenza propria:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{LV_m}}$$

che rappresenta la frequenza propria del risonatore di Helmholtz formato dall'insieme condotto-cilindro.

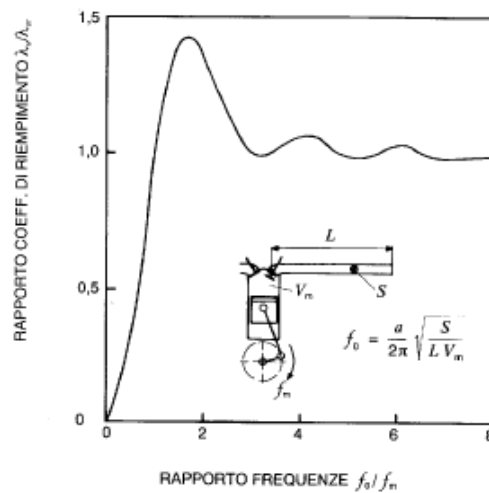


Fig. 2.7

D'altra parte ci si aspetta una relazione tra  $f_0$  e la velocità angolare del motore, ossia la frequenza con cui si succedono le aspirazioni, che possono essere favorite o ostacolate dalle oscillazioni inerziali del sistema gassoso (visto come un risonatore di Helmholtz). Cercando di prevedere quello che succede in un'intera corsa d'aspirazione, si può infatti dimostrare, mediante la schematizzazione semplificata massa-molla sopra richiamata o utilizzando un modello più preciso, che alla fine di essa si ha il massimo spostamento della massa di fluido

nel condotto (ossia il massimo riempimento) quando il rapporto tra la frequenza propria del sistema e quella corrispondente ai giri del motore ( $f_m = n$  [giri/s]) risulta essere un numero pari ( $f_0/f_m = 2, 4, 6, ecc$ ) come mostrato nel diagramma di figura 2.7. In esso poi si nota che la condizione nettamente più favorevole ai fini del riempimento corrisponde ad una frequenza del risonatore di valore circa doppio di quella del regime del motore:

$$f_0 \approx 2f_m = 2n$$

Questo risultato, confermato da numerosi rilievi sperimentali, si può spiegare intuitivamente tenendo presente che in tali condizioni ottimali il periodo proprio del sistema ( $1/f_0$ ) approssima la durata della corsa di aspirazione ( $180^\circ$  di manovella, pari a mezzo giro di albero motore:  $1/f_0 = 1/(2n)$ ).

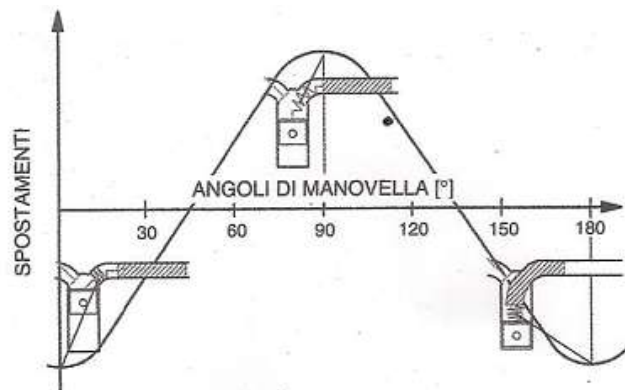


Fig. 2.8

Questa spiegazione è illustrata nella figura 2.8 dove si mostra che nel caso di  $f_0 = 2f_m$  durante la corsa d'aspirazione la massa d'aria, forzata dal pistone a muoversi verso il cilindro, compie un'oscillazione completa. All'inizio della corsa essa è compressa sul lato valvola, a metà subisce la massima dilatazione (a causa della sua inerzia), per tornare a fine corsa a premere verso il cilindro (favorendone il riempimento).

Ricordando l'espressione della frequenza propria la condizione più favorevole permette di legare il regime di rotazione  $n_{0,in}$ , in corrispondenza del quale si riesce a sfruttare in modo ottimale le oscillazioni inerziali della massa di gas contenuta nel condotto di aspirazione, alla geometria del sistema e alla temperatura del fluido (tramite a):

$$n_{0,in} \approx \frac{a}{4\pi} \sqrt{\frac{S}{LV_m}}$$

Tale relazione è stata ottenuta per semplicità facendo riferimento ad un monocilindro. Tuttavia anche nel caso di motori a più cilindri è possibile modellare il sistema d'aspirazione con un risonatore di Helmholtz, considerando i condotti dei cilindri adiacenti come volumi aggiuntivi e ricavando la frequenza propria di un risonatore equivalente. In ogni caso questa relazione è confermata abbastanza bene dall'esperienza anche per i motori a più cilindri e mostra come  $n_{0,in}$  aumenti al crescere di  $S$  e al diminuire di  $L$  e di  $V_m$ . In base a essa quindi si può osservare che per aumentare il regime  $n_{0,in}$  si può:

1. aumentare il numero di cilindri in cui viene frazionata la cilindrata totale, diminuendo così  $V_m$ ;
2. allungare i condotti a parità di sezione  $S$ , ovvero diminuire il rapporto  $S/L$ ;
3. allargare la sezione dei condotti, a parità di lunghezza  $L$ , ovvero aumentare il rapporto  $S/L$ .

### 2.6.2 Effetti d'onda

I fenomeni dinamici che influenzano il processo di riempimento sono costituiti oltre che dagli effetti inerziali anche da quelli prodotti dalle onde di pressione che si propagano attraverso i sistemi di aspirazione e scarico, riflettendosi ad ogni discontinuità. Per analizzare un po più a fondo questi fenomeni è comodo distinguere gli effetti che si verificano a *valvola aperta*, i quali interferiscono quindi direttamente sull'ingresso della carica fresca nel cilindro, da quelli prodotti dalle oscillazioni di pressione che si manifestano nel condotto a *valvola chiusa*, le quali determinano le condizioni che regnano vicino ad essa al momento della sua apertura.

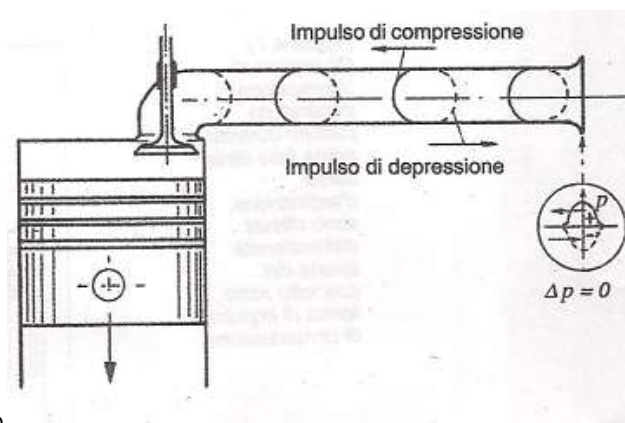


Fig. 2.9

Per illustrare l'effetto dei primi, conviene al solito far riferimento ai processi che avvengono nel condotto di aspirazione (figura 2.9). In esso il pistone, all'inizio della corsa di aspirazione, genera (dal lato valvola) un impulso di depressione. Questo si propaga nel condotto con la velocità del suono fino alla prima discontinuità (che potrà essere l'ambiente, un volume in

serie, una connessione con altri condotti, ecc..) presentante un brusco allargamento di sezione.

Se il volume a valle risulta grande rispetto a quello del condotto, la differenza di pressione tra il condotto e l'ambiente esterno deve annullarsi nella sezione terminale del primo. Da questa condizione al contorno del sistema deriva che un impulso di pressione di segno opposto (ossia di compressione in questo caso) si genera all'estremità aperta, risalendo il condotto in senso inverso, in modo che l'effetto globale delle due onde (incidente + riflessa) sia quello di annullare la differenza di pressione nella sezione terminale. Questo risultato è valido in generale, nel senso che ad ogni estremità che possa considerarsi aperta, un impulso di pressione che percorre un condotto viene riflesso con segno cambiato.

La depressione globale prodotta dal pistone nella prima metà della corsa di aspirazione (figura 2.10) può essere vista come una somma di successivi impulsi di depressione. Tutti questi percorrono il condotto fino all'estremità aperta, ove sono riflessi come impulsi di compressione. Se la lunghezza del loro percorso (andata + ritorno) è tale che i primi incominciano a tornare in prossimità della valvola nella seconda metà della fase di aspirazione (ossia circa  $90^\circ$  dopo il PMS), generano un'onda riflessa positiva che, sommata al valore di pressione che si avrebbe avuto in assenza di riflessione, provoca un aumento della pressione risultante proprio quando il pistone non è più in grado di aspirare carica fresca, favorendo così il riempimento del cilindro.

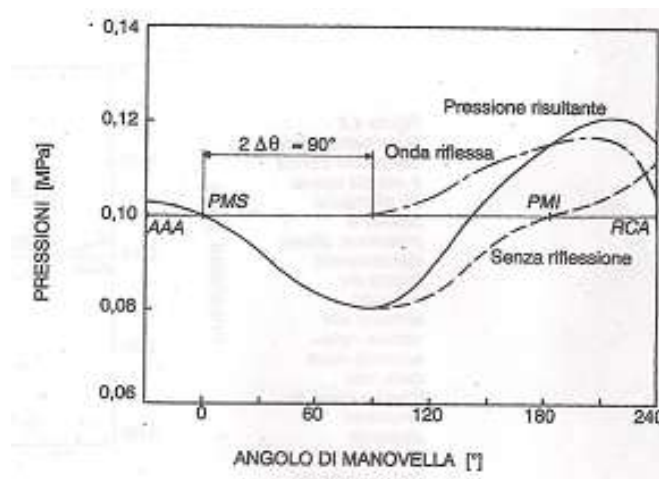


Fig. 2.10

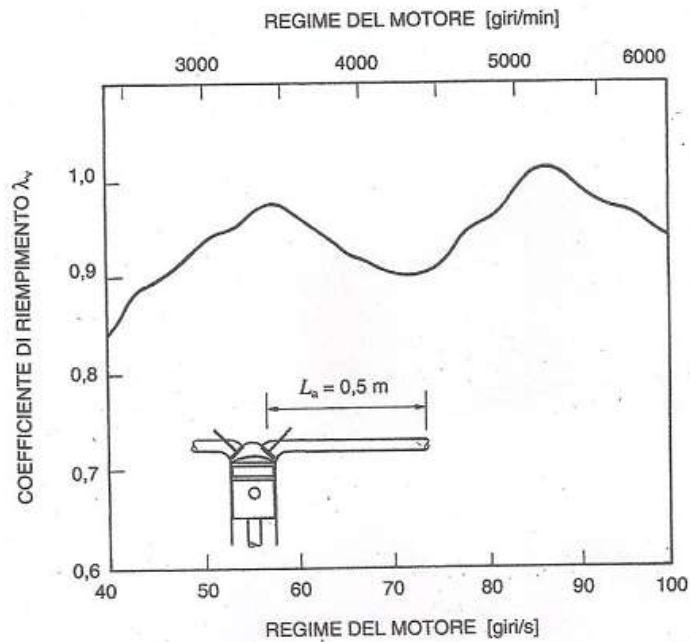


Fig. 2.11

Nell'analizzare gli effetti d'onda, al fine di metterli in relazione con il ciclo che si sta svolgendo nel cilindro, risulta conveniente ragionare in termini di angoli di manovella anziché di tempi, che risultano proporzionali ai primi attraverso la velocità angolare del motore<sup>2</sup>. Un parametro comodo risulta allora la frazione (in gradi) di angolo di manovella  $\Delta\theta$ , corrispondente al tempo  $\Delta t = L/a$ , necessario ad un impulso di pressione per percorrere la lunghezza  $L$  di condotto alla velocità del suono  $a$ :

$$\Delta\theta = 360^\circ n \Delta t = 360^\circ n L / a$$

La condizione per uno sfruttamento ottimale dell'effetto a valvola aperta, vista con il ragionamento intuitivo precedente e confermato dall'esperienza, può essere espressa nei seguenti termini<sup>3</sup>:

<sup>2</sup> si ricorda che la velocità angolare del motore non è costante durante un ciclo, passando da un valore massimo ad un valore minimo. Tale variazione (dipendente da: numero di cilindri, inerzia degli organi in moto rotatorio) è minimizzata (mediamente 2÷5%) attraverso un'opportuna scelta del volano.

<sup>3</sup> Nella maggior parte dei casi si trova come valore ottimale il valore  $2\Delta\theta = 90^\circ$ , poiché valori inferiori (ad esempio  $2\Delta\theta = 60^\circ$ ) danno generalmente un picco della pressione risultante troppo anticipato rispetto al PMI, mentre valori superiori (ad esempio  $2\Delta\theta = 120^\circ$ ) lo danno troppo ritardato (quando la valvola sta ormai per chiudersi).

$$2\Delta\theta \approx 90^\circ$$

da cui si ricava la relazione:

$$n_{0,va}L \approx (90^\circ/720^\circ)a = a/8$$

la quale permette di legare, in prima approssimazione, la lunghezza del condotto al regime di rotazione ottimale  $n_{0,va}$  ed L, per cui occorrerà usare condotti via via più corti per poter usufruire di un buon effetto d'onda a valvola aperta a regimi sempre più elevati e viceversa<sup>4</sup>.

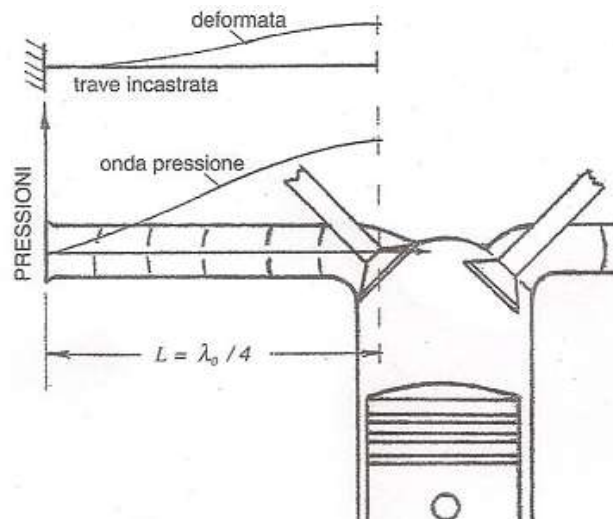


Fig. 2.12

Naturalmente occorre tener presente che un effetto d'onda analogo si verifica al lato scarico. All'apertura della valvola di scarico si forma nel condotto a valle un'onda di compressione, che vi si propaga con la velocità del suono. Raggiunta la sua estremità aperta, essa si riflette come onda di depressione. Se ritorna alla valvola prima che questa si chiuda

<sup>4</sup> Assunto ad esempio  $a=340\text{m/s}$ , l'espressione risulta soddisfatta da:

$n_{0,va} = 100 \text{ giri/s}(=6000 \text{ giri/min})$  ed  $L=0.42\text{m}$  oppure  $n_{0,va} = 30 \text{ giri/s}(=1800 \text{ giri/min})$  ed  $L=1.42\text{m}$

ed è già aperta quella d'aspirazione (periodo d'incrocio), si ha un evidente benefico aiuto al lavaggio dello spazio morto del cilindro.

Per illustrare gli *effetti d'onda a valvola chiusa* occorre tener presente che la valvola rimane chiusa per un intervallo angolare abbastanza ampio:  $\Delta\theta_0 (=540^\circ \text{ teorici})$  per ogni ciclo. La massa di gas contenuta nel condotto di aspirazione costituisce (per questo periodo di tempo) un sistema oscillante smorzato, che può essere considerato a partire dalla valvola (estremo chiuso) fino al primo sensibile allargamento (collettore, volume del filtro, atmosfera, ecc..) che costituisce un'estremità aperta. Dal punto di vista delle possibili vibrazioni questo sistema è equivalente (figura 2.12) ad una trave incastrata ad un estremo, la cui frequenza caratteristica più bassa corrisponde ad una lunghezza d'onda  $\lambda_0 = 4L$ . Analogamente in assenza di forze di eccitazione esterne, il fluido contenuto in un tubo chiuso ad un estremo ed aperto all'altro vibrerà con un periodo proprio:

$$T_0 = 1/f_0 = 4L/a$$

Nell'intervallo  $\Delta\theta_0$  si stabilirà allora nel condotto una oscillazione di pressione il cui periodo è dato dall'espressione precedente. È intuitivo che il riempimento sarà favorito se la valvola si aprirà (per il ciclo successivo) in corrispondenza di un picco positivo di pressione, mentre sarà ostacolato in caso di ventre negativo. Per valutare l'effetto prodotto dall'onda stabilitasi a valvola chiusa nel condotto, basterà allora esprimere il semiperiodo  $T_0/2$  dell'oscillazione in gradi di manovella:

$$T_0/2 = 360^\circ n(2L/a)$$

e calcolare il numero di volte  $k$  che esso è contenuto nell'intervallo angolare  $\Delta\theta_0$  di chiusura della valvola:

$$k \approx \frac{540^\circ}{2 \cdot 360^\circ} \frac{a}{nL} = \frac{3}{4} \frac{a}{nL}$$

Per il condotto di aspirazione, si avrà un effetto sul riempimento:

1.favorevole se in  $\Delta\theta_0$  si inserisce approssimativamente un numero pari  $k$  di semioscillazioni, perché in tal caso, essendosi chiusa la valvola in corrispondenza di un picco positivo, si riaprirà nella stessa condizione, dopo un numero intero di oscillazioni complete (figura 2.4:  $k=6$ );

2.sfavorevole se in  $\Delta\theta_0$  si inserisce approssimativamente un numero dispari  $k$  di semioscillazioni, perché in questo caso l'oscillazione di pressione sarà sfalsata di mezzo periodo quando la valvola si riaprirà (figura 2.13  $k=7$  e figura 2.14  $k=5$ ).

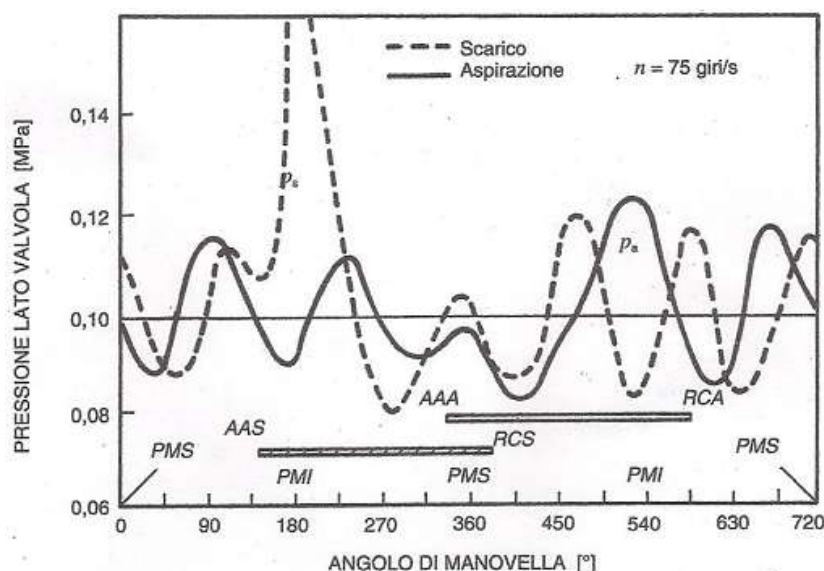


Fig. 2.13

Per sintetizzare e confrontare le influenze esercitate su  $\lambda_v$  dall'effetto inerziale e dagli effetti d'onda appena discussi, in figura 2.11 è riportata la curva del coefficiente di riempimento di un motore monocilindro (in realtà uno dei 4 cilindri di un motore per autovettura con  $V_t=2000\text{cm}^2$  con alimentazione e scarichi separati) con condotto d'aspirazione e di scarico di lunghezze adatte ( $L_a = 0.5\text{m}$ ;  $L_s = 0.6\text{m}$ ) ad esaltare i fenomeni esaminati. Per una migliore comprensione dei fenomeni si riportano anche (nelle figure 2.4, 2.13, 2.14) gli andamenti delle pressioni nei collettori di scarico e di aspirazione (lato valvole), per alcuni regimi di rotazione tipici.



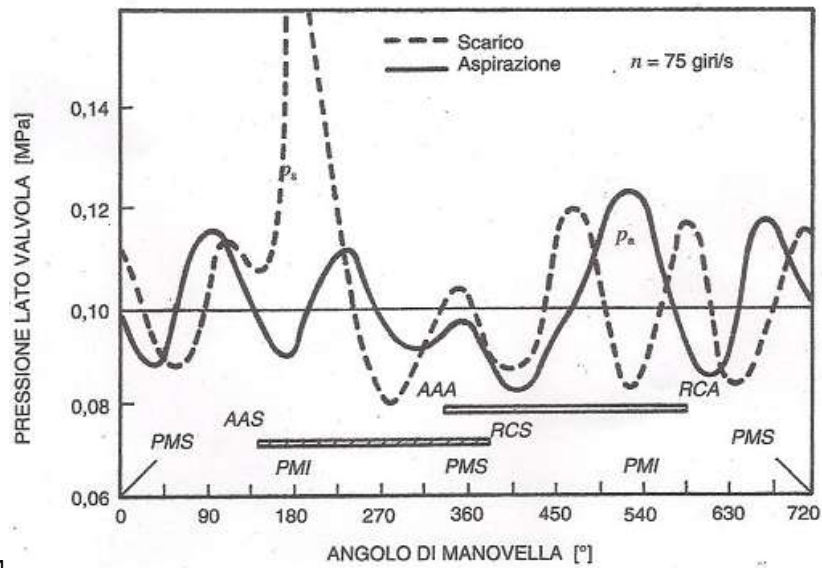


Fig. 2.14

Si richiama infine l'attenzione sul fatto che gli effetti dinamici qui illustrati possano ottimizzare il riempimento di un motore a quattro tempi solo per un determinato regime di funzionamento. Per avere delle curve di coppia soddisfacenti su un ampio campo di numero di giri, vincendo le resistenze dovute alla complessità delle soluzioni, si possono realizzare sistemi di aspirazione a geometria variabile con il regime, in modo da adeguare le caratteristiche dinamiche delle masse fluide in moto ai tempi disponibili per il riempimento dei cilindri.

## CAPITOLO III

### La matematica della fluidodinamica utilizzata

Il flusso è governato dalle leggi di conservazione delle tre quantità fondamentali che sono massa, quantità di moto e energia. La descrizione di queste tre leggi nella forma di sistema equazioni differenziali alle derivate parziali non lineari sono conosciute come *Equazioni di Navier Stokes*. Benché note fin dal 1800, tali equazioni sono state molto difficili da risolvere per flussi qualsiasi prima dello sviluppo dei moderni computer. La scienza occupata nel risolvere queste equazioni numericamente al computer è conosciuta come fluidodinamica computazionale (CFD).

Per risolvere il sistema equazioni di Navier-Stokes il dominio del flusso viene discretizzato in base allo specifico problema considerato. La discretizzazione del dominio, fatta usando delle tecniche per generare griglie e mesh, consiste nello spezzare il volume di controllo selezionato in volumi più piccoli e risolvendo il sistema di Navier-Stokes in ogni volume. Per una geometria semplice come una forma rettangolare, la discretizzazione è semplice, ma diventa più difficile se la geometria diventa più complessa. Così, per catturare accuratamente particolari fenomeni come la turbolenza, è necessaria una griglia molto fitta nella regione d'interesse che comporta una crescita del numero degli elementi della mesh. Questo risultato all'interno di un grande sistema di equazioni non lineari richiede una grande memoria del computer. Con la sempre crescente capacità computazionale dei moderni computer è possibile risolvere un gran numero di problemi.

I codici CFD in commercio come FLUENT, PHOENIX, CFX, CFD++, e sat CD sono stati sviluppati a tal punto che non è necessario essere degli esperti nel campo del CFD per poterli utilizzare. Avere una buona conoscenza delle dinamiche del flusso è comunque necessario per una simulazione soddisfacente, e il corretto uso dei codici CFD può ridurre i tempi e i costi degli esperimenti per lo sviluppo di prodotti o il miglioramento dei processi.

#### 3.1 Il modello gasdinamico

Il modello gasdinamico parte dalle equazioni di conservazione che governano i bilanci di massa, quantità di moto e energia. La loro forma convenzionale è data da un gruppo di equazioni alle derivate parziali, non lineari che prendono il nome di *Equazioni di Navier-Stokes*, le cui variabili indipendenti sono le derivate spaziali ed il tempo, mentre quelle

dipendenti sono: le tre componenti del vettore velocità, la pressione, la temperatura ed altri parametri caratterizzanti lo stato del sistema.

Vediamo nel dettaglio come si arriva alla formulazione differenziale delle tre equazioni, discutendo le varie formulazioni:

Formulazione integrale per volume materiale:

Si considera un volume materiale  $V$ , cioè un volume delimitato da una superficie  $S$  costituita sempre dalle stesse particelle fluide. Il volume  $V$  è quindi un volume che si deforma e varia posizione nel tempo  $V=V(t)$ . Il principio di conservazione della massa si può esprimere dicendo che è nulla la variazione nel tempo della massa contenuta in tale volume, cioè:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0$$

Analogamente, il principio di conservazione della quantità di moto dice che la variazione nel tempo della quantità di moto del fluido contenuto in  $V$  è uguale alla risultante delle forze di massa e di superficie:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{V} dV = \int_V \rho \mathbf{f} dV + \oint_S \mathbf{t} dS$$

È spesso conveniente scrivere l'equazione vettoriale scritta sopra in termini delle sue componenti scalari in una generica base

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho u_i dV = \int_V \rho f_i dV + \oint_S t_i dS \quad i = 1,2,3$$

Le componenti delle forze di superficie possono essere espresse in termini delle componenti del tensore degli sforzi

$$t_i = t_{ij}n_j$$

dove si è assunta la convezione dell'indice ripetuto e le  $n_j$  rappresentano le componenti del versore  $\mathbf{n}$  normale all'elemento di superficie, assunto positivo se orientato verso l'esterno del volume  $V$ . nell'ipotesi di fluido newtoniano, per il quale esiste una relazione lineare fra le componenti del tensore della velocità di deformazione e quelle del tensore degli sforzi, queste ultime possono essere espresse come:

$$t_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$$

con

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$

Sostituendo le espressioni di  $t_i$  e  $t_{ij}$  l'espressione della conservazione della quantità di moto diventa:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho u_i dV + \oint_S p n_j \delta_{ij} dS = \int_V \rho f_i dV + \oint_S \tau_{ij} n_j dS$$

Il principio di conservazione dell'energia dice che la variazione nel tempo dell'energia totale (somma dell'energia interna e dell'energia cinetica) del fluido contenuto in  $V$  è uguale alla somma del lavoro fatto dalle forze di massa e di superficie e del flusso di calore che entra nel volume attraverso la superficie  $S$ , ovvero:

$$\frac{d}{dt} \int_V \left( e + \frac{1}{2} u_j u_j \right) \rho dV = \int_V \rho f_j u_j dV + \oint_S t_i u_i dS - \oint_S q_j n_j dS$$

nella quale non si è tenuto conto di eventuali scambi di calore radiativi ed  $e$  rappresenta l'energia interna per unità di massa. Il segno negativo dell'ultimo termine dell'ultima

equazione scritta è dovuto alla convenzione di assumere positivo, se diretto verso l'esterno, il flusso di calore per conduzione che, in base al postulato di Fourier, è dato da:

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

Introducendo l'energia totale per unità di volume

$$E = \left( e + \frac{1}{2} u_j u_j \right) \rho$$

ed utilizzando le espressioni di  $t_i$  e  $t_{ij}$  l'equazione della conservazione dell'energia diventa:

$$\frac{d}{dt} \int_V E dV + \oint_S p u_j n_j dS = \int_V \rho f_j u_j dV + \oint_S (\tau_{ij} u_j - q_j) n_j dS$$

Introducendo il vettore delle variabili conservate:

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ E \end{Bmatrix}$$

ed i vettori

$$\mathbf{P}_j = \begin{Bmatrix} 0 \\ p \delta_{ij} \\ \rho u_j \end{Bmatrix} \quad \mathbf{G}_j = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ \tau_{ij} u_i + k \frac{\partial T}{\partial x_j} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho f_i \\ \rho f_j u_j \end{Bmatrix}$$

che hanno N+2 componenti, essendo N il numero delle dimensioni spaziali del problema. Allora le tre equazioni di conservazione possono essere espresse in forma compatta come:

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathbf{U} dV + \oint_S \mathbf{P}_j n_j dS = \int_V \mathbf{Q} dV + \oint_S \mathbf{G}_j n_j dS$$

Formulazione integrale per volume fisso:

È spesso conveniente esprimere i principi di conservazione per un volume che non varia nel tempo, cioè un volume fisso nello spazio (formulazione euleriana). Ciò può essere semplicemente realizzato esprimendo le derivate temporali degli integrali sul volume materiale  $V(t)$  mediante il teorema di trasporto di Reynolds:

$$\frac{d}{dt} \int_V \phi dV = \frac{d}{dt} \int_{\bar{V}} \phi dV + \oint_S \phi u_j n_j dS$$

nella quale  $\bar{V}$  è il volume fisso nello spazio che coincide istantaneamente con  $V$ .

Attraverso questo teorema l'espressione compatta delle equazioni diventa:

$$\frac{d}{dt} \int_{\bar{V}} \mathbf{U} dV + \oint_S \mathbf{F}_j n_j dS = \int_{\bar{V}} \mathbf{Q} dV + \oint_S \mathbf{G}_j n_j dS$$

nella quale:

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{U} u_j + \mathbf{P}_j$$

Poiché  $\mathbf{U} u_j$  rappresenta il flusso delle variabili conservate, i vettori  $\mathbf{F}_j$  vengono detti vettori di flusso generalizzati ad analogamente i vettori  $\mathbf{G}_j$  vengono detti vettori di flusso viscosi.

Formulazione differenziale in forma di divergenza:

Poiché il volume  $\bar{V}$  che compare nell'integrale del primo termine della forma compatta delle equazioni di conservazione, è possibile invertire le operazioni di derivazione e di integrazione. È poi possibile trasformare gli integrali di superficie che compaiono in tale espressione in integrali di volume, utilizzando il teorema della divergenza di Gauss:

$$\oint_S \phi_j n_j dS = \int_{\bar{V}} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_j} dV$$

Quindi diventa:

$$\int_{\bar{V}} \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \mathbf{G}_j}{\partial x_j} - \mathbf{Q} \right) dV = 0$$

che dovendo essere verificata per qualunque volume  $\bar{V}$ , richiede l'annullarsi dell'integrando:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \mathbf{G}_j}{\partial x_j} + \mathbf{Q}$$

È questa la forma di divergenza (detta anche forma conservativa) delle equazioni di Navier-Stokes. A titolo di esempio si riportano in forma esplicita le equazioni precedenti scritte in forma compatta, in assenza di forza di massa per un caso bidimensionale, indicando con  $u, v$  le componenti della velocità in una base cartesiana  $x, y$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(p + \rho v^2) = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho e + \rho \frac{u^2 + v^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho eu + \rho u \frac{u^2 + v^2}{2} + pu \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho ev + \rho v \frac{u^2 + v^2}{2} + pv \right) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left( \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Formulazione differenziale quasi lineare:

Le equazioni dalla (1) alla (4) possono essere notevolmente semplificate combinandole opportunamente fra loro e sviluppando le derivate che in esse compaiono. La (1) si può scrivere:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (*)$$

Sottraendo la (1) moltiplicata per  $u$  dalla (2), e la (1) moltiplicata per  $v$  dalla (3), si ha:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \quad (**)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (**)$$

Infine sottraendo la (4) e la (1) moltiplicata per  $e$ , la (2) moltiplicata per  $u$  e la (3) moltiplicata per  $v$ , si ottiene:



$$\rho \left( \frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} \right) + p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \phi \quad (***)$$

dove la funzione di dissipazione  $\phi$  è data da:

$$\phi = 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{\lambda}{\mu} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2$$

Le (\*), (\*\*), (\*\*\*) costituiscono la forma quasi-lineari delle equazioni di Navier-Stokes. Si ricorda che un'equazione è quasi-lineare quando i coefficienti delle derivate di ordine massimo dipendono al più dalle derivate di ordine inferiore.

Utilizzando la notazione vettoriale ed introducendo la derivata materiale:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Le equazioni quasi-lineari possono scriversi più sinteticamente come:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} + \nabla p = \mu \nabla^2 \mathbf{V} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V})$$

$$\rho \frac{De}{Dt} + p \nabla \cdot \mathbf{V} = k \nabla^2 T + \mu \phi$$

È talvolta conveniente esprimere l'equazione dell'energia in termini dell'entalpia, anziché dell'energia interna. Eliminando  $\nabla \cdot \mathbf{V}$  dalla prima e dalla terza si ottiene:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} = k\nabla^2 T + \mu\phi$$

## 3.2 Il modello di turbolenza

### 3.2.1 Le scale della turbolenza

Per un flusso laminare si ha un moto ordinato del fluido assimilabile a quello di tante lamine fluide che scorrono le une sulle altre. D'altro canto in regime turbolento il campo di moto appare fortemente disordinato e caotico ed il fluido risulta continuamente rimescolato da strutture vorticosi le cui dimensioni variano in un ampio range di lunghezze scala.

Mentre in regime laminare, qualora le condizioni al contorno dell'efflusso risultino costanti nel tempo, il moto del fluido è stazionario, in regime turbolento (sempre con condizioni al contorno costanti) le variazioni casuali delle grandezze caratterizzanti il flusso rendono il moto intrinsecamente non stazionario.

La causa fondamentale dell'instaurarsi di un moto turbolento è da ricercarsi nella non linearità delle equazioni di conservazione che governano l'evoluzione del flusso. In dettaglio, da un punto di vista matematico, la turbolenza si genera per effetto di una instabilità del flusso a seguito dell'azione combinata dei termini non lineari, inerziali e viscosi, presenti in dette equazioni differenziali. In particolare questa instabilità si verifica quando il flusso è caratterizzato da un numero di Reynolds superiore ad un certo valore critico. A seguito dell'instaurarsi di un'instabilità del flusso (che può essere generata nel caso in cui un flusso uniforme incontra una discontinuità geometrica), attraverso una progressiva amplificazione di disturbi infinitesimi il flusso passa da laminare a turbolento per effetto di un processo detto di transizione.

Osservando un flusso turbolento si possono immediatamente notare complesse strutture rotazionali che rappresentano una peculiarità di tale regime e che vanno sotto il nome di vortici turbolenti. Essi sono alla base di tutta una serie di scambi energetici, rendendo il flusso turbolento radicalmente diverso da quello laminare, e possono avere dimensioni caratteristiche variabili dall'ordine di lunghezza della scala del flusso medio fino a dimensioni piccolissime dell'ordine di 0.1, 0.01mm.

In particolare i vortici di dimensione maggiori sono responsabili di un forte rimescolamento del fluido ed il loro effetto complessivo è in concreto un aumento netto degli scambi di

massa, quantità di moto e di energia e conseguentemente in un aumento dei coefficienti diffusivi per tali grandezze. Da un punto di vista energetico, tali vortici sono alimentati dal flusso medio attraverso un fenomeno di *vortex stretching* che consiste nella distorsione ed allungamento delle strutture vorticosi per effetto della presenza di gradienti della velocità media. L'energia cinetica acquisita dai vortici più grandi viene progressivamente ceduta via via alle strutture più piccole attraverso un vero e proprio processo in cascata di *stretching*.

È il caso di sottolineare che i vortici turbolenti di grande scala sono di fatto regolati da effetti sostanzialmente inerziali, mentre gli effetti di natura viscosa possono ritenersi trascurabili. D'altro canto, per i vortici di piccola scala sono prevalenti gli effetti viscosi. I vortici grandi, legati ad un carattere fortemente anisotropi a causa della loro profonda interazione con il moto medio, sono quindi praticamente inviscidi ed il momento angolare che li caratterizza è di fatto conservato durante il processo di *stretching*. Per piccole scale di moto, per le quali la preponderante azione diffusiva conduce ad un carattere isotropo, gli effetti di viscosità divengono importanti provocando una condizione di dissipazione energetica.

Sulla base delle considerazioni svolte, è allora possibile caratterizzare le scale di lunghezza, tempo e velocità per le piccole strutture vorticosi. Si indichi con  $k$  l'energia cinetica turbolenta specifica che viene trasferita dalle grandi strutture vorticosi a quelle piccole. Tale energia verrà dissipata per il tramite della viscosità molecolare sulla scala dei vortici piccoli. Ipotizzando che questi ultimi siano in condizioni di equilibrio, cioè che dissipino energia alla stessa velocità con cui la ricevono (ipotesi di Kolmogorov), è possibile supporre che il moto, a livello di piccole lunghezze scala, sia funzione della velocità alla quale i vortici forniscono energia, indicata generalmente come  $\varepsilon = -\partial k / \partial t$ , oltre che della viscosità cinematica ( $\nu$ ) del flusso. Attraverso considerazioni di carattere dimensionale è allora facile caratterizzare le seguenti scale di lunghezza, tempo e velocità dei piccoli vortici (scale di Kolmogorov):

$$S_L^K = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4} \quad S_t^K = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \quad S_\nu^K = (\nu\varepsilon)^{1/4} \quad (1)$$

Inoltre, avendo introdotto l'energia cinetica turbolenta  $k$  in ragione del processo di sottrazione di energia al moto medio da parte delle strutture vorticosi di larga scala, è possibile esprimere  $k$  come:

$$k \sim (\varepsilon L_T)^{2/3} \quad (2)$$

cioè in funzione di  $\varepsilon$  oltre che della scala delle lunghezze  $L_T$ , detta scala integrale che caratterizza il moto medio e quindi i vortici grandi.

La lunghezza di scala di Kolmogorov e quella integrale possono essere considerati come i limiti estremi delle scale dimensionali alle quali si manifestano i processi caratteristici della turbolenza ed il loro rapporto può esprimersi tramite il numero di Reynolds turbolento  $Re_T$ :

$$\frac{L_T}{S_L^K} = \frac{L_T}{(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}} \sim \frac{L_T(k^{3/2}/L_T)^{1/4}}{\nu^{3/4}} = Re_T^{3/4} \quad (3)$$

essendo

$$Re_T = \frac{k^{1/2}L_T}{\nu} \quad (4)$$

ed avendo assunto come scala della velocità la quantità  $k^{1/2}$  per i fenomeni turbolenti che interessano la scala dimensionale  $L_T$ .

### 3.2.2 Modelli numerici: approccio statistico

Da un punto di vista numerico nulla impedirebbe di risolvere le equazioni di governo di un fluido scritte nella loro forma classica. In questo modo si andrebbe a descrivere in modo praticamente esatto, partendo solo da queste equazioni, il comportamento del flusso anche in regime turbolento.

Tale tecnica, detta simulazione diretta (*Direct Numerical Simulation DNS*) è di solito adottabile solo in casi relativamente semplici e comunque caratterizzati da bassi numeri di Reynolds. L'aumentare del numero di Reynolds provoca infatti un rapido incremento degli intervalli possibili per le scale temporali e di lunghezza caratterizzanti il regime turbolento del flusso. Ciò conduce, in questi casi, ad una impossibilità pratica di attuare metodologie numeriche di tale tipologia. Per comprendere quanto detto basti considerare che per un tipico dominio fluido di dimensioni caratteristiche dell'ordine di  $0.1m$ , interessato da un flusso con un numero di Reynolds dell'ordine di  $10^6$ , le strutture vorticosi che esso contiene possono presentare dimensioni ben al di sotto di  $100\mu m$ . Affinchè sia possibile descrivere i processi di interesse a tutte le scale di lunghezza (e questo è necessario per tenere in conto in modo corretto l'effettiva condizione di dissipazione energetica del moto medio, la quale è connessa, come detto, alle piccole strutture vorticosi) sarebbe necessario considerare, con gli usuali metodi computazionali, discretizzazioni del dominio fluido che contemplino l'utilizzo di un numero di nodi di calcolo almeno pari a  $10^9 - 10^{11}$ . Inoltre, con l'intento di

cogliere gli aspetti che hanno luogo con una frequenza dell'ordine di  $10\text{khz}$ , si renderebbe necessario un passo temporale di integrazione cono superiore a valori dell'ordine di  $100\mu\text{s}$ .

Dal momento che il moto in regime turbolento è caratterizzato da fluttuazioni casuali delle grandezze in gioco, un approccio più conveniente rispetto alla soluzione numerica diretta consiste nell'effettuare un'operazione di filtraggio, cioè di media, delle equazioni di governo. In altri termini si fissa l'attenzione sul valor medio delle proprietà tralasciando gli aspetti caotici locali ed istantanei. Tale metodo di chiama *metodo Rans (Reynolds avaraged Navier-Stokes)*.

Pertanto, seguendo una procedura proposta da Reynolds, si esprimono tutte le grandezze come somma di una parte media e una fluttuante e si procede mediando le equazioni differenziali di governo fino ad ottenere delle nuove equazioni in cui le incognite siano le medie stesse.

A causa delle non linearità presenti nelle equazioni differenziali classiche di conservazione, attraverso questo processo di media compaiono dei termini incogniti ed è appunto tramite un opportuno modello di turbolenza che si ricavano le relazioni necessarie a chiudere il problema.

Si prenda in considerazione la generica proprietà fisica  $f$ , funzione generale della posizione spaziale  $x$  e del tempo  $t$ , e sia  $f_n(x, t)$  il suo valore associato al rilievo sperimentale n-esimo. Per essa possono introdursi in generale tre differenti tipologie di medie:

media temporale  $F_T(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f_n(x, t) dt$  (5)

media spaziale  $F_V(x) = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V f_n(x, t) dV$  (6)

media di insieme  $F(x, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n(x, t)$  (7)

Sotto l'ipotesi di ergodicità del fenomeno (cioè assumendo il fenomeno stazionario ed omogeneo), le tre medie coincidono e possono adottarsi indifferentemente. Generalmente si usa accettare questa ipotesi e fare quindi riferimento alla media temporale detta anche media alla Reynolds. Questa nel seguito si indicherà soprasegnando le corrispondenti quantità.

Considerando allora la componente i-esima della velocità del fluido,  $u_i$ , essa può scriversi come somma di una aliquota media e di una parte fluttuante ( indicata con  $\tilde{u}_i$ ):

$$u_i(x, t) = U_i(x) + \tilde{u}_i(x, t) \quad (8)$$

dove

$$U_i(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i(x, t) dt = \overline{u_i(x, t)} \quad (9)$$

e potendo definire la media temporale dell'aliquita fluttuante come:

$$\tilde{u}_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [u_i(x, t) - U_i(x)] dt = 0 \quad (10)$$

Inoltre valgono in generale le seguenti proprietà

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = \overline{\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \quad (11)$$

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(U_i + \tilde{u}_i)(U_j + \tilde{u}_j)} = U_i U_j + \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} \quad (12)$$

Nel caso in cui il valor medio non sia stazionario, scegliendo un periodo T opportuno, cioè sufficientemente piccolo rispetto alle variazioni delle condizioni al contorno al flusso medio e contemporaneamente sufficientemente grande rispetto ai tempi caratteristici delle fluttuazioni turbolente, si può scrivere comunque una relazione del tipo della (8) dove però ora  $U_i = U_i(x, t)$ . In questo caso assume allora significato non banale il concetto di derivata temporale mediata nel tempo:

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{\partial}{\partial t} (U_i + \tilde{u}_i) dt = \frac{U_i(x, t+T) - U_i(x, t)}{T} + \frac{\tilde{u}_i(x, t+T) - \tilde{u}_i(x, t)}{T} \quad (13)$$

In virtù della scelta detta per T è possibile ritenere il secondo termine nel membro di destra della precedente relazione trascurabile rispetto al primo, cosicchè risulta:

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial t}} \cong \frac{\partial U_i}{\partial t} \quad (14)$$

Nel caso di fluido comprimibile, una notevole semplificazione delle equazioni del moto scritte in termini di moto medio si ottiene se, invece di considerare la media temporale alla Reynolds, per alcune proprietà termo fluidodinamiche si considera la media pesata tramite la densità  $\rho$ , cioè la cosiddetta media alla Favre (5). In dettaglio, per la componente di velocità  $u_i$  tale operazione di media si definisce come :

$$\hat{u}_i = \frac{1}{\rho} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho(x, t) u_i(x, t) dt \quad (15)$$

essendo  $\rho = \bar{\rho} + \tilde{\rho}$  e potendo ora porre:

$$u_i = \hat{u}_i + \tilde{u}_i \quad (16)$$

dove  $\tilde{u}_i$  è la componente fluttuante di  $u_i$  rispetto alla media alla Favre. Conseguentemente valgono le fondamentali relazioni:

$$\bar{\rho} \tilde{u}_i = \overline{\rho u_i} = \bar{\rho} U_i + \overline{\tilde{\rho} \tilde{u}_i} \quad (17)$$

$$\overline{\tilde{\rho} \tilde{u}_i} = 0 \quad (18)$$

## EQUAZIONI DEL MOTO MEDIO

Si considerino le classiche equazioni di conservazione, scritte in termini spaziali, di massa, quantità di moto e energia, le quali si accompagnano con l'equazione di stato del fluido che, nel caso dell'aria, si assume essere quella tipica di un gas ideale:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (20)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j h)}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_j} u_j - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (21)$$

$$p = \rho \frac{R^*}{M_w} T \quad (22)$$

essendo  $\mathbf{f}$  il vettore di forze di volume agenti sul fluido,  $\tau_{ij}$  la generica componente degli sforzi tangenziali viscosi,  $\mathbf{q}$  il flusso termico specifico,  $h$  l'entalpia specifica tale che  $e = h - p/\rho$ ,  $R^* = 8.31451 \text{ J/molK}$  la costante universale di gas e  $M_w$  il peso molecolare del fluido. Al solito, si intende che indici ripetuti indichino sommatoria sugli stessi indici e nell'opportuno intervallo di valori.

Le variabili in gioco possono allora decomporsi come:

$$u_i = \hat{u}_i + \tilde{u}_i \quad \rho = \bar{\rho} + \tilde{\rho} \quad (23)$$

$$p = P + \tilde{p} \quad e = \hat{e} + \tilde{e} \quad (24)$$

$$h = \hat{h} + \tilde{h} \quad T = \hat{T} + \tilde{T} \quad (25)$$



$$q_j = q_{lj} + \tilde{q}_j \quad (26)$$

essendo  $q_l$  il flusso termico medio, cioè presente anche in condizioni di corrispondente flusso laminare, esprimibile tramite una legge di conduzione isotropa alla Fourier:

$$q_{li} = -\Lambda_l \frac{\partial \hat{T}}{\partial x_i} \quad (27)$$

avendo indicato con  $\Lambda_l$  la conducibilità termica dell'aria in regime laminare, la quale può porsi pari a :  $\Lambda_l = \frac{\mu_l c_p}{Pr}$ , dove  $c_p$  è il calore specifico del fluido a pressione costante,  $Pr$  il relativo numero di Prandtl e  $\mu_l$  la viscosità laminare.

Sostituendo le grandezze così decomposte ed eseguendo le medie temporali si perviene alle seguenti equazioni per il moto medio:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \hat{u}_i) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \hat{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \hat{u}_j \hat{u}_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\tau}_{ji} - \overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{u}_i}] + \bar{\rho} f_i \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\bar{\rho} \hat{e})}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \hat{u}_j \hat{h})}{\partial x_j} \\ & = \frac{\partial P}{\partial x_j} \hat{u}_j + \frac{\partial P}{\partial x_i} \bar{\tilde{u}}_i + \bar{\tilde{u}}_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \overline{\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}} - \frac{\partial}{\partial x_j} [q_{lj} + \overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{h}}] \end{aligned} \quad (30)$$

$$P = \bar{\rho} \frac{R^*}{M_w} \hat{T} \quad (31)$$

Si tenga conto che la quantità  $\hat{h} = \hat{e} + \frac{P}{\rho}$  e, generalmente, i contributi  $\overline{\tilde{u}_i \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i}}$  e  $\frac{\partial P}{\partial x_i} \overline{\tilde{u}_i}$  sono ritenuti trascurabili.

Si osservi che il termine  $\overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{h}}$  rappresenta il trasporto di calore aggiuntivo rispetto a quello laminare e la sua presenza è strettamente dipendente dalle fluttuazioni turbolente del flusso. Esso induce, pertanto, un aumento netto della diffusione termica rispetto al caso di moto prettamente laminare. Infine, i termini del tipo  $-\overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{u}_i}$  rappresentano gli sforzi tangenziali turbolenti detti di Reynolds e si sovrappongono agli sforzi viscosi di natura laminare.

### EQUAZIONE DELL'ENERGIA CINETICA TURBOLENTA

L'energia cinetica turbolenta, indicata con  $k$ , viene definita come l'energia cinetica associata alle componenti fluttuanti di velocità. In altri termini:

$$\bar{\rho}k = \frac{1}{2} \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_i} \quad (32)$$

L'equazione di governo per  $k$  può ricavarsi premoltiplicando le equazioni della quantità di moto per la componente della omologa parte fluttuante di velocità, sommandole tra loro e mediandole:

$$\overline{\rho \tilde{u}_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{\rho \tilde{u}_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = -\overline{\tilde{u}_i \frac{\partial p}{\partial x_i}} + \overline{\tilde{u}_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}} + \overline{\rho \tilde{u}_i f_i} \quad (33)$$

È immediato rilevare che assumendo  $f_i$  come una quantità deterministica, si ha  $\overline{\rho \tilde{u}_i f_i} = \overline{\rho \tilde{u}_i} f_i = 0$ . Inoltre, tenendo conto della (32), si ricava:

$$\begin{aligned} \overline{\rho \tilde{u}_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} &= \overline{\rho \tilde{u}_i \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t}} + \overline{\rho \tilde{u}_i \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t}} = \overline{\rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \right)} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \frac{1}{2} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_i} \right) - \frac{1}{2} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_i} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}k) - \frac{1}{2} \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_i} \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned}
\overline{\rho \tilde{u}_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} &= \overline{\rho \tilde{u}_i \hat{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j}} + \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j}} + \overline{\rho u_j \tilde{u}_i \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}} = \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j}} + \overline{\rho u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \right)} \\
&= \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j}} + \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \right)} \\
&\quad - \overline{\frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j)} \quad (35)
\end{aligned}$$

Sfruttando poi l'equazione di continuità gli ultimi termini delle due equazioni appena scritte si elidono e, tenendo presente la condizione:

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \right)} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \hat{u}_j k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i} \right) \quad (36)$$

si ottiene:

$$\overline{\rho \tilde{u}_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{\rho \tilde{u}_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \hat{u}_j k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{\rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i} \right) + \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j}} \quad (37)$$

Per quanto attiene ai termini di destra della (33), essi si sviluppano come:

$$\overline{\tilde{u}_i \frac{\partial p}{\partial x_i}} = \overline{\tilde{u}_i} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\tilde{p} \tilde{u}_i}) - \overline{\tilde{p} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}} \quad (38)$$

$$\overline{\tilde{u}_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i}} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\tau_{ij} \tilde{u}_i}) - \overline{\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}} \quad (39)$$

In definitiva, l'equazione differenziale che regola l'evoluzione di  $k$  nel tempo e nello spazio si ricava nella forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\hat{u}_j k) &= -\overline{\rho\tilde{u}_i\tilde{u}_j} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\tau_{ij}\tilde{u}_i} \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \overline{\tau_{ij}\tilde{u}_i} - \overline{\rho\tilde{u}_j} \frac{1}{2} \overline{\tilde{u}_i\tilde{u}_i} - \overline{\tilde{p}\tilde{u}_i} \right] &- \overline{\tilde{u}_i} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \overline{\tilde{p}} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \quad (40) \end{aligned}$$

### 3.2.3 Approssimazioni di chiusura e modello k-ε

Fino a questo punto si sono presentate le equazioni medie di governo nella loro forma più generale e si è messa in evidenza la comparsa in esse di tutta una serie di termini “nuovi”, proporzionali alle correlazioni tra le grandezze fluttuanti, i quali devono essere opportunamente espressi per rendere il problema risolvibile.

Si tratta in particolare di esprimere tali nuova incognite per il tramite delle grandezze medie del flusso in modo tale che solo queste ultime compaiono come incognite del problema. Ciò avviene attraverso delle relazioni cosiddette di chiusura.

La prima relazione di chiusura riguarda il tensore degli sforzi di Reynolds ed è nota come approssimazione di Boussinesq. L'ipotesi fondamentale di Boussinesq è quella di poter esprimere le tensioni di Reynolds in funzione del tensore di velocità di deformazione medio per il tramite di un parametro detto di viscosità turbolenta  $\mu_T^2$  (che viene generalmente valutata in funzione di  $k$  con espressioni differenti a seconda del modello di turbolenza adottato):

$$-\overline{\rho\tilde{u}_i\tilde{u}_i} = \tau_{Rij} = 2\mu_T \left( \hat{D}_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} = S_{ij}^T - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (41)$$

essendo  $\delta_{ij}$  il simbolo di Kronecker ed il tensore di velocità di deformazione medio pari a :

$$\hat{D}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (42)$$

Si è posto inoltre:

$$S_{ij}^T = 2\mu_T \left( \widehat{D}_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \widehat{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (43)$$

Il termine  $\frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij}$  nella (41) serve a garantire che la traccia del tensore degli stress di Reynolds risulti congruente con la definizione di energia cinetica turbolenta fornita in precedenza.

La seconda relazione di chiusura riguarda il flusso termico turbolento ed, in perfetta analogia con quanto visto a proposito del tensore di Reynolds, si basa sull'ipotesi che si possibile esprimere tale flusso per mezzo del gradiente di temperatura medio e di un numero di Prandtl turbolento  $Pr_T$ :

$$\overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{h}} = q_{Tj} = - \frac{\mu_T c_p}{Pr_T} \frac{\partial \widehat{T}}{\partial x_j} = -\Lambda_T \frac{\partial \widehat{T}}{\partial x_j} \quad (44)$$

La terza relazione riguarda la dissipazione di energia turbolenta ovvero la relazione che coinvolge il termine  $\overline{\tau_{ij} \frac{\tilde{u}_i}{\partial x_j}}$ . Tale termine ricorre nella (30) e nella (40) ed è immediato rilevare che esso rappresenta la dissipazione di energia turbolenta connessa ai gradienti delle fluttuazioni di velocità ed agli sforzi viscosi. Pertanto si pone:

$$\bar{\rho} \varepsilon = \overline{\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}} \quad (45)$$

Un'ultima relazione riguarda i termini di diffusione molecolare e trasporto della turbolenza presenti nella (30), cioè i termini  $\overline{\tau_{ij} \tilde{u}_i}$ ,  $\overline{\rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i}$ .

In particolare si pone:

$$\overline{\tau_{ij} \tilde{u}_i} - \overline{\rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i} = \left( \mu_l + \frac{\mu_T}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (46)$$

essendo  $P_{r_k}$  una sorta di numero di Prandtl che regola la diffusione di  $k$  ed è da determinarsi empiricamente.

Pertanto, omettendo le forze di volume sul fluido, non significative per i problemi di interesse, le equazioni di governo in forma media e sotto le approssimazioni di chiusura dette si riscrivono, in formulazione spaziale, come:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \hat{u}_i) = 0 \quad (47)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \hat{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \hat{u}_j \hat{u}_i) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\tau}_{ji} - \tau_{Rij}] \quad (48)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \hat{e})}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \hat{u}_j \hat{e})}{\partial x_j} = -P \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} + \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Lambda \frac{\partial \hat{T}}{\partial x_j} \right] + \bar{\rho} \varepsilon \quad (49)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \hat{u}_j k) = \tau_{Rij} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} - \bar{\rho} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_T}{P_{r_k}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (50)$$

avendo indicato con  $\Lambda$  la conducibilità globale del fluido, cioè  $\Lambda = \Lambda_l + \Lambda_T$ . In particolare per l'aria si può ritenere:  $\Lambda \cong (\mu_l + \mu_T) c_p / Pr$ .

Il problema risulta allora risolubile in termini delle grandezze medie una volta espresso il termine di dissipazione di energia turbolenta  $\varepsilon$ . A seconda della legge di trasporto adottata per tale quantità si caratterizzano differenti modelli di turbolenza cosiddetti a due equazioni.

## Il modello $k - \varepsilon$

Nel corso degli anni numerose sono le versioni sviluppate del modello di turbolenza  $k - \varepsilon$ . Il modello standard fu formalizzato da Jones e Launder.

L'idea di base consiste chiaramente nel ricavare un'equazione di governo per  $\varepsilon$  in modo tale da chiudere il problema.

Nel caso di fluido incomprimibile (caso in cui le medie di Reynolds e quelle alla Favre sono coincidenti: l'utilizzo delle grandezze del tipo la  $\tilde{u}_i$  è quindi perfettamente congruente) la condizione differenziale che regola l'evoluzione del campo  $\varepsilon$  si pone (6):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\hat{u}_j\varepsilon) = a_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} S_{ij}^T \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} - a_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_T}{P_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (51)$$

essendo le quantità  $a_{\varepsilon i}$  e  $P_\varepsilon$  costanti da determinare empiricamente.

Essa può modificarsi nel caso di flussi comprimibili tenendo conto prima di tutto che:

$$\overline{\bar{\rho}\varepsilon} = \overline{\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}} = \frac{1}{2} \overline{\tau_{ij} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)} = \overline{\tau_{ij} \tilde{D}_{ij}} \quad (52)$$

Assumendo inoltre per il fluido in esame un comportamento Newtoniano e ritenendo valida l'ipotesi di Stokes (2) si ha:

$$\tau_{ij} = 2\mu_l D_{ij} - \frac{2}{3} \mu_l \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (53)$$

e quindi:

$$\bar{\rho}\varepsilon = \mu_l \left[ 2D_{j_i} \tilde{D}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \right] \quad (54)$$

Trascurando la correlazione fra le fluttuazioni della viscosità e le fluttuazioni del gradiente di velocità, si perviene alla seguente uguaglianza:

$$\bar{\rho}\varepsilon = \nu_l \left[ \overline{2\rho\tilde{D}_{ij}\tilde{D}_{ij}} - \frac{2}{3}\overline{\rho\frac{\partial\tilde{u}_k}{\partial x_k}\frac{\partial\tilde{u}_l}{\partial x_l}} \right] \quad (55)$$

Questa relazione può essere decomposta in un termine di dissipazione solenoidale (ricavabile direttamente sotto l'ipotesi di fluido incomprimibile) ed uno di dissipazione da dilatazione (dipendente dalla divergenza della velocità del flusso):

$$\bar{\rho}\varepsilon = \bar{\rho}(\varepsilon_s + \varepsilon_d) \quad (56)$$

In altri termini, nel caso di flusso comprimibili esiste un termine di dissipazione turbolenta aggiuntivo che svanisce quando la divergenza della parte fluttuante della velocità è nulla. D'altro canto, quest'ultimo contributo è di norma trascurabile.

L'equazione (51) si può allora intendere come l'equazione di governo per il campo  $\varepsilon_s$  e, al fine di tenere conto delle fluttuazioni di densità, in essa viene aggiunto un termine dissipativo espresso in termini della divergenza del campo di velocità media (che caratterizza la compressibilità del flusso) e di  $\varepsilon_s$  stesso:

$$\left( \frac{2}{3}a_{\varepsilon 1} - a_{\varepsilon 3} \right) \bar{\rho}\varepsilon_s \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial x_i} \quad (57)$$

Si ottengono pertanto le seguenti equazioni per il modello  $k - \varepsilon$  standard relative ad un fluido comprimibile:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\hat{u}_j k) = S_{ij}^T \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial x_j} - \bar{\rho}\varepsilon_s - \frac{2}{3}\bar{\rho}k \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_T}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon_s) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\hat{u}_j \varepsilon_s) &= a_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_s}{k} S_{ij}^T \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial x_j} \\ - \left( \frac{2}{3}a_{\varepsilon 1} - a_{\varepsilon 3} \right) \bar{\rho}\varepsilon_s \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial x_i} - a_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon_s^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_T}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x_j} \right] & \quad (59) \end{aligned}$$



Dove le espressioni di chiusura ed i valori dei coefficienti di calibrazione del modello sono ((6),(9)):

$$\mu_T = \bar{\rho} \nu_T = \bar{\rho} c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon_s} \quad (60)$$

$$L_T = c_\mu \frac{k^{3/2}}{\varepsilon_s} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} a_{\varepsilon 1} &= 1.44 & a_{\varepsilon 2} &= 1.92 & a_{\varepsilon 3} &= -1.0 \\ c_\mu &= 0.09 & P_{r_k} &= 1.0 & P_{r_\varepsilon} &= 1.3 \end{aligned} \quad (62)$$

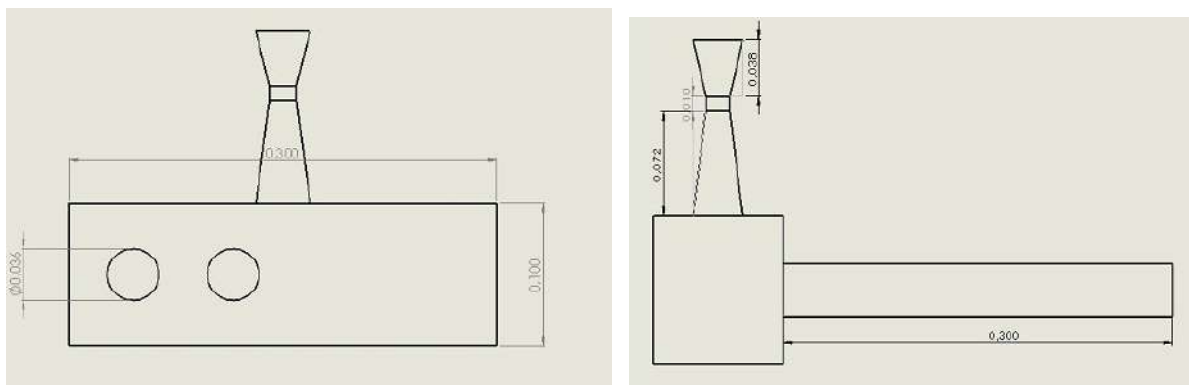
## CAPITOLO IV

### Approccio al problema fluidodinamico con il modello di Airbox della Tv460R del 2009

Per analizzare l'andamento fluidodinamico del flusso all'interno dell'Airbox della vettura Tv460R del 2009 si procede secondo il seguente procedimento: viene fatta una modellizzazione CAD del componente attraverso il software SolidWorks, successivamente viene realizzata la mesh con Gambit, infine viene effettuata l'analisi fluidodinamica utilizzando il FLUENT.

#### 4.1 Rilievo e realizzazione modello CAD

Il modello di Airbox è costituito sostanzialmente da tre elementi: un condotto convergente-divergente (che secondo le regole della formula SAE deve presentare una sezione ristretta della dimensione massima di  $20\text{mm}$ ), un elemento di forma parallelepipedale rappresentante il vero e proprio airbox, e quattro elementi cilindrici che sono gli elementi di congiunzione tra l'airbox e i quattro cilindri. Il condotto convergente-divergente è posto sulla faccia superiore del parallelepipedo mentre i quattro cilindri sono disposti lungo una delle facce laterali. Di seguito vengono riportate le misure dei vari elementi espresse in  $m$  (fig.4.1):



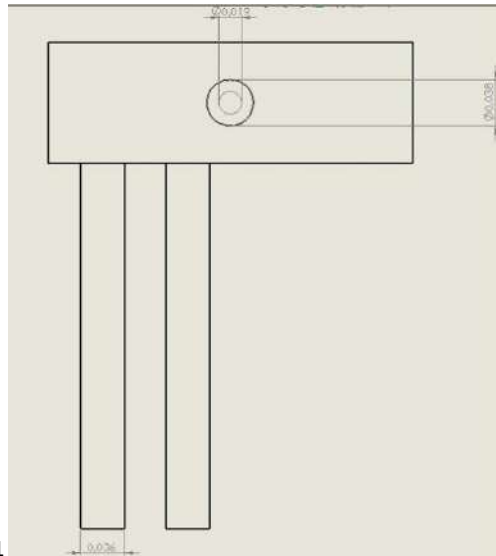


Fig. 4.1

.Come già detto il modello è realizzato utilizzando il software SolidWorks. Per realizzare l'Airbox vengono adottate alcune semplificazioni:

- La forma convergente-divergente del condotto posto sopra al parallelogramma nella realtà non si vede dall'esterno perché è ricavato internamente ad un altro condotto che non presenta restrizioni.
- Dei quattro cilindri che arrivano ai cilindri nel modello ne vengono riportati solo due, in particolare i primi due, vista la simmetria del problema.
- Nel modello le superfici vengono riportate con spessore nullo in quanto questo non comporta differenze nell'analisi fluidodinamica rispetto al caso reale.

La realizzazione CAD del modello è quindi:

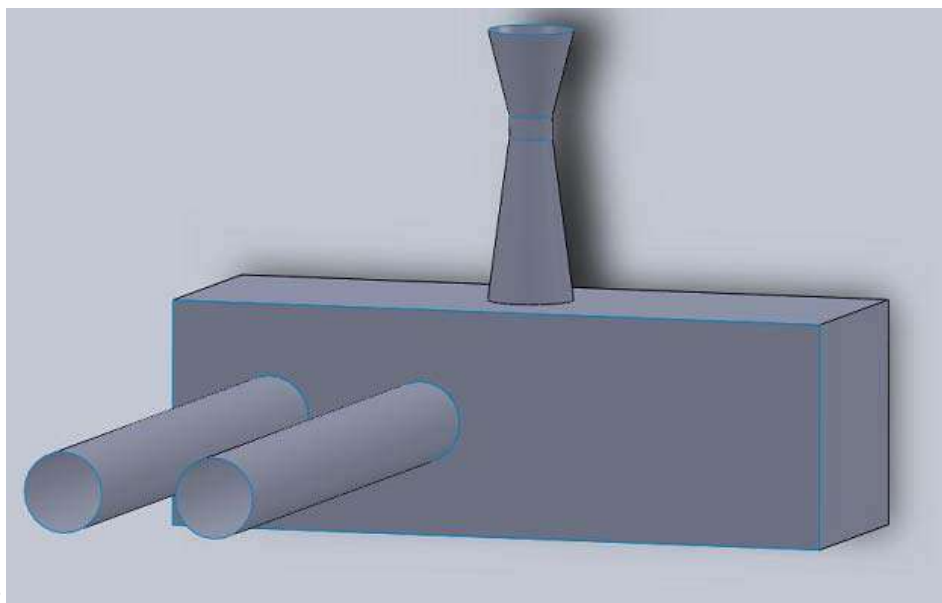


Fig.4.2

Nella figura 4.2 il modello è rappresentato così come viene realizzato (ricordando le ipotesi semplificative fatte) in quanto le estremità del condotto convergente-divergente e dei due cilindri sono aperte.

Per poter effettuare un'analisi fluidodinamica del flusso all'interno dell'Airbox, questo deve trovarsi all'interno di un volume chiuso, e quindi vengono aggiunte altre tre superfici per chiudere le tre estremità, ottenendo il modello definitivo:

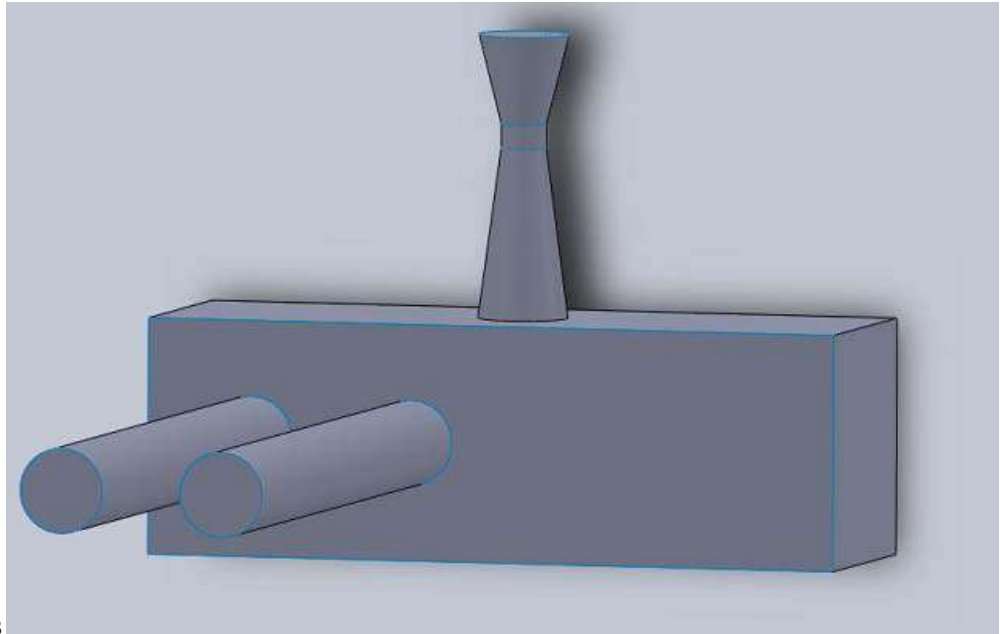


Fig.4.3

Questo è il modello CAD definitivo che verrà esportato in Gambit.

## 4.2 Preparazione del modello fluidodinamico

La struttura dei codici di calcolo CFD prevede di solito un programma di modellazione bidimensionale e tridimensionale, per effettuare la fase di *preprocessing*, e un solutore che poi effettua anche la fase di *postprocessing*, cioè consente l'analisi dei risultati.

La fase di *preprocessing* consiste nella formazione di un modello discreto costituito da una *mesh*, cioè una griglia di tanti elementi che approssima la geometria reale. Ovviamente non sempre il modello costruito è la copia del modello da studiare, in quanto la presenza di simmetrie permette di semplificarlo ed inoltre, in ambito fluidodinamico, è sempre opportuno definire i contorni del sistema da studiare laddove sia possibile stabilire condizioni al contorno che abbiano senso.

Nell'ambito degli studi di questa tesi, come già detto il programma usato per effettuare la fase di *preprocessing* è il Gambit, ed è strettamente integrato con il Fluent, che è il solutore, nel senso che Fluent potrebbe importare le mesh anche da pacchetti CAD esterni, ma questa operazione richiederebbe operazioni intermedie di conversione, peraltro non prive di errori, mentre con Gambit è possibile esportare direttamente la mesh in Fluent.

Il metodo di analisi utilizzato da Fluent è quello dei volumi finiti, ed è importante osservare subito che questo metodo è affetto da errori essenzialmente dipendenti dalla necessità di approssimare il comportamento di un sistema continuo con un modello discreto, con un errore dipendente dal grado di affinamento della mesh nelle zone più critiche, laddove i gradienti delle grandezze studiate sono maggiori.

Il Gambit permette quindi di creare dei file in formato \*.msh da far leggere al Fluent, e per arrivare alla creazione della mesh in generale è possibile realizzare le tre fasi seguenti:

- Definizione di una geometria che faccia da contorno al modello
- Definizione di una *mesh* interna a questa geometria.
- Definizione del solutore con cui analizzare la *mesh*, delle condizioni al contorno e dell'esportazione della *mesh*.

In questo caso la prima fase viene saltata in quanto il modello è già stato realizzato in SolidWorks e importato direttamente in Gambit.

Per quanto riguarda la seconda fase il Gambit permette di realizzare diversi tipi di *mesh*, in particolare si possono realizzare *mesh* di superficie o di volume a seconda del problema in esame. La *mesh* di superficie può essere utilizzata quando il problema consiste per esempio nello studio di un flusso che investe un certo modello. Poiché di quel modello interesserà la superficie investita dal fluido, di questa verrà realizzata una *mesh* di superficie. Quella di volume viene utilizzata invece quando il flusso da studiare è interno ad un certo modello e questo è proprio il caso in esame. Si vogliono infatti studiare le condizioni fluidodinamiche che si verificano all'interno dell'Airbox in dipendenza di condizioni al contorno che verranno definite in seguito. Del modello di Airbox realizzato verrà quindi fatta una *mesh* di volume.

Una volta realizzata la *mesh* sempre in Gambit le varie superfici che costituiscono il modello vengono definite in base alla funzione che svolgono: possono rappresentare zone dove assegnerò le condizioni al contorno, zone interne o zone esterne.

### Realizzazione della mesh per l'Airbox

Come già detto la creazione della *mesh* è un aspetto fondamentale per l'analisi fluidodinamica, ma non c'è una via unica per realizzarla. Gambit infatti permette di creare una *mesh* di volume partendo per esempio dal volume stesso e definendo l'elemento di

*mesh* con il quale realizzarla, oppure consente di realizzare la *mesh* desiderata su una o più facce e da queste sviluppare la *mesh* per tutto il volume, oppure permette di creare una certa mappatura dei vari vertici, andando cioè a definire il numero e la disposizione dei nodi desiderata, e da questa passare poi alla *mesh* della faccia e del volume.

Tutte queste possibilità condurranno ad un modello *meshato* che dal punto di vista computazionale è corretto, in quanto potrà essere esportato in Fluent e letto correttamente. La reale validità della *mesh* realizzata invece sarà provata alla luce dei risultati dell'analisi fluidodinamica; un modello errato infatti porterà a risultati che non saranno compatibili con quelli sperimentali o più semplicemente che non rispettano la soluzione attesa attraverso la conoscenza del modello gasdinamico.

#### REALIZZAZIONE DELLA MESH (prova1)

Il modello CAD viene importato in Gambit. Questa prima realizzazione viene fatta sviluppando direttamente una *mesh* per tutto il volume. Per creare la *mesh* è necessario che tutte le superfici del modello vengano definite: il modello importato infatti riconosce le superfici che lo delimitano ma per creare la *mesh* devo definire anche la superficie che separa il condotto convergente dal tratto rettilineo, quella tra il tratto rettilineo e il divergente, quella tra il divergente e il box, e quelle tra il box e l'ingresso nei due cilindri. A questo punto posso definire tutti i volumi che costituiscono il modello; avrò sei volumi: il volume del convergente, il volume del tratto rettilineo, il volume del divergente, il volume del box, e i due volumi dei cilindri.

Per realizzare una *mesh* direttamente a partire dal volume, questi sei volumi devono essere riconosciuti dal Gambit come unico: utilizzo quindi il comando *Unite Real Volumes* e ottengo il volume unico desiderato (fig.4.4)

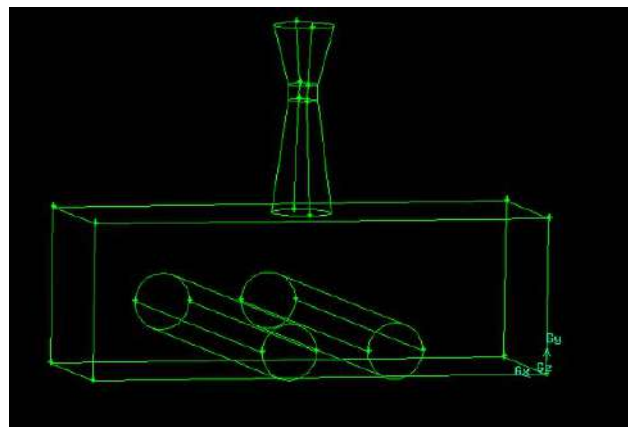


Fig.4.4

Si procede in questa maniera perché in questo la *mesh* sarà congruente tra le varie parti; a questo punto infatti andando a dare il comando per la creazione della *mesh* non sarà possibile una scelta totalmente arbitraria sull'elemento di *mesh* da assegnare: scegliendo infatti per questo caso un elemento esaedrico non viene meshata la parte del box.

La mesh di volume viene realizzata scegliendo elementi tetraedrici (fig.4.5 a,b).

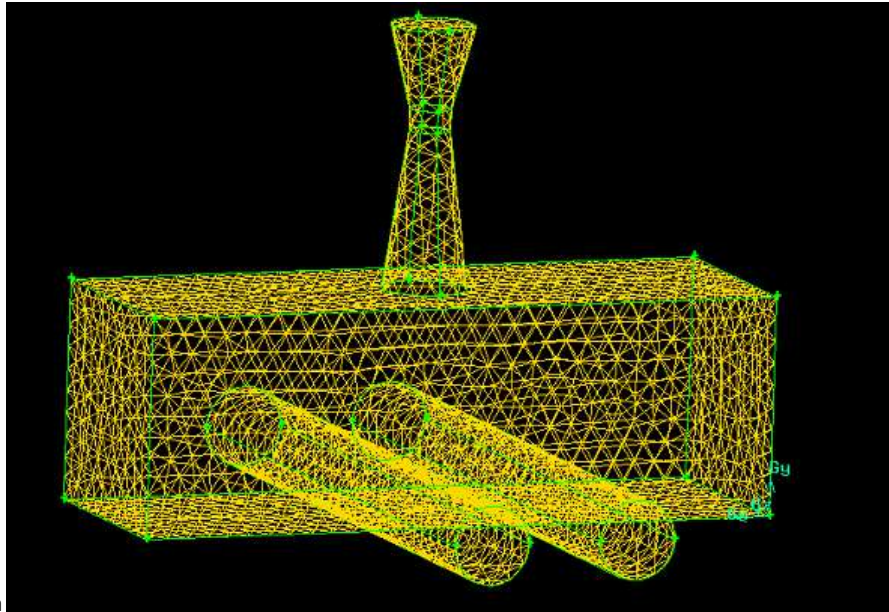


Fig.4.5a

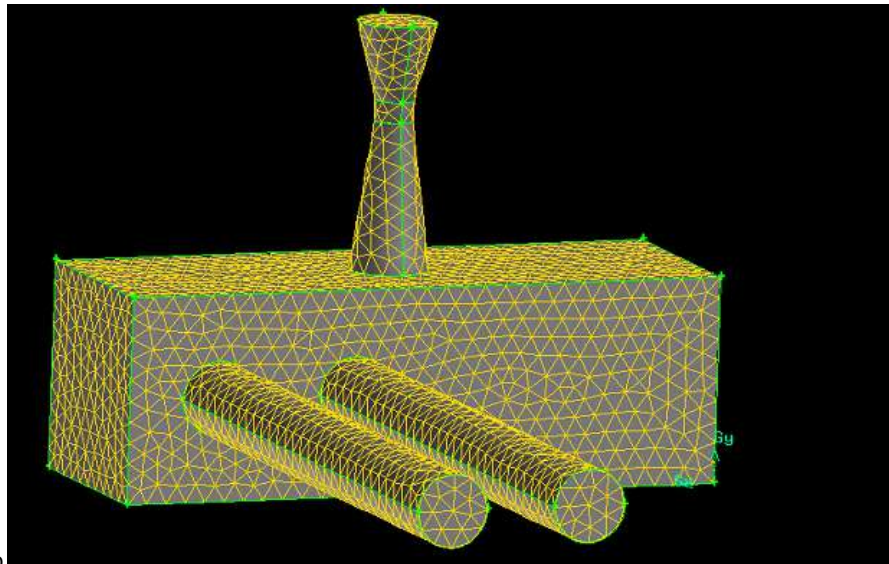


Fig.4.5b

A questo punto l'ultima cosa da fare prima di passare all'esportazione in Fluent è assegnare la tipologia di condizione al contorno relativa ad ogni faccia. Non è necessario specificare

tutte le singole superfici perché quelle non definite saranno lette da Fluent come superfici *Wall*. Definisco la superficie di ingresso del convergente come *Inlet* e assegno la tipologia di condizione su tale faccia, cioè *pressure inlet* in quanto li assegnerò la pressione d'ingresso; definisco la superficie tra convergente e divergente, tra divergente e box, tra box e i due cilindri come *Interior*; infine definisco la superficie d'uscita di uno dei due cilindri come *Outlet* e assegno la condizione di *pressure outlet* perché li assegnerò la pressione di uscita.

La procedura di realizzazione della *mesh* è conclusa. Il modello viene salvato e poi esportato con l'estensione \*.msh. L'analisi fluidodinamica effettuata con questa *mesh* da risultati che non sono soddisfacenti, quindi si ritorna il Gambit e si procede con una nuova realizzazione.

## REALIZZAZIONE DELLA MESH (prova2)

In questo caso si procede con una *mesh* più accurata della precedente: definisco per varie superfici di interesse la mappatura della *mesh* da seguire e questa verrà poi sviluppata per tutto il volume che sceglierò a partire dalla superficie stessa. Ovviamente le superfici di interesse saranno quelle che rappresentano le zone più critiche del modello per esempio quelle di confine tra un volume ed un altro. Se infatti nel caso precedente avevo una *mesh* omogenea per tutto il modello, avendo definito un volume unico, questa volta potendo scegliere come meshare ogni singolo volume bisognerà fare attenzione al fatto che la *mesh* e più precisamente i nodi che definiscono gli elementi di questa si corrispondano tra un volume e quello adiacente.

Anche in questo caso creiamo a partire dal modello CAD importato quelle superfici che non sono definite e i sei volumi, che questa volta non verranno uniti.

Per ogni volume consideriamo la faccia dalla quale partire per definire la *mesh* che verrà applicata a tutto il volume, su questa posso scegliere se definire semplicemente gli elementi con cui realizzarla, oppure, come in questo caso, posso decidere di creare una *mesh* che sia più fitta ai bordi della superficie.

Allora il primo passo è quello di definire l'andamento della *mesh* da adottare su ogni bordo delle superfici di interesse scegliendo arbitrariamente i parametri che definiscono lo spessore generale, lo spessore del primo strato e la tipologia di crescita di questa, e lo applico a tutte le facce dalle quali partirò per creare la *mesh* di volume (fig 4.6 e fig.4.7).



Fig.4.6

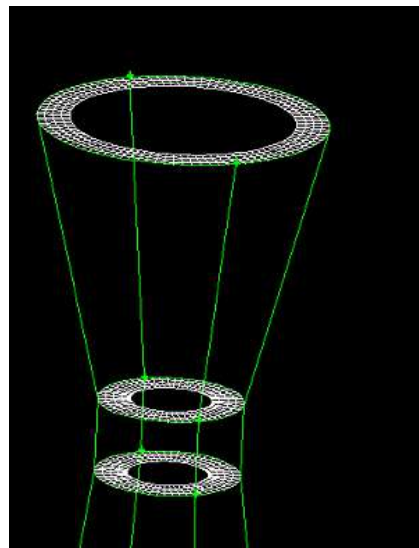
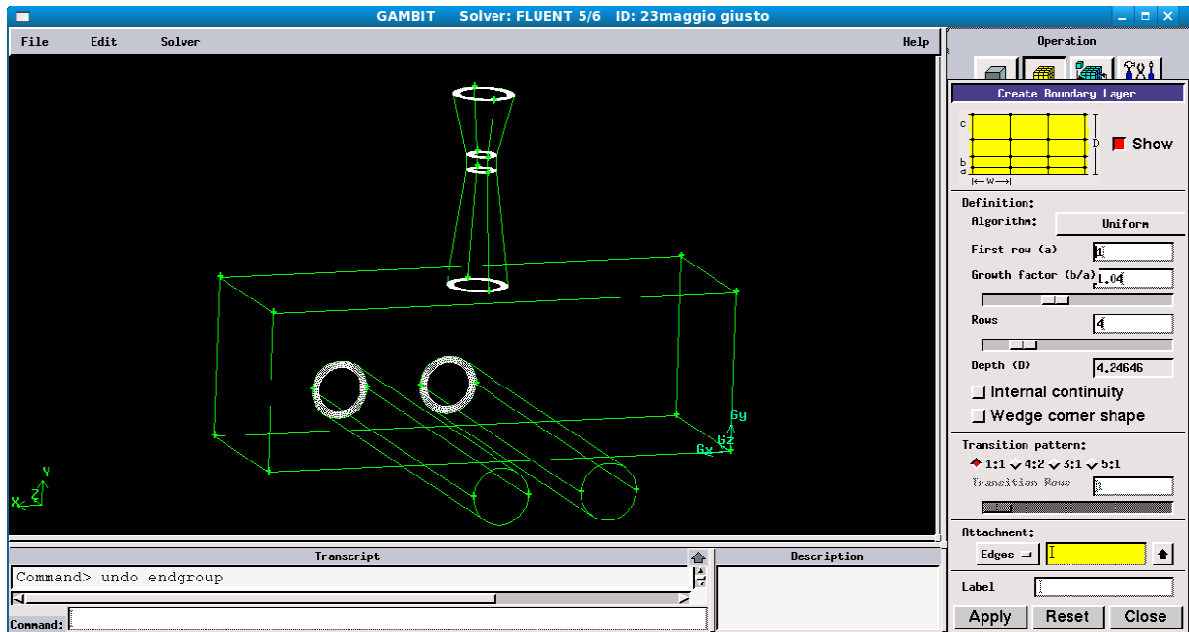


Fig4.7

Il passo successivo è quello di creare la *mesh* sulle varie facce. Si seleziona la faccia e si definisce la *mesh* da adottare su questa e la spaziatura da usare. Poiché non si sta realizzando una *mesh* di superficie, ma si sta partendo da una superficie per realizzare una *mesh* di volume è necessario deselezionare il comando *Mesh* quando si effettua questa operazione (fig. 4.8). A questo punto si passa al comando *Mesh di volume* e si seleziona il volume desiderato, in automatico sotto la voce *Sources* apparirà la faccia sulla quale abbiamo definito la *mesh* da utilizzare. Si sceglie la spaziatura da adottare e si crea la *mesh*.

In questo caso decido di partire dalla faccia di ingresso del convergente (fig. 4.9) per poi passare al volume corrispondente, proseguo col volume del tratto rettilineo stavolta senza definire una faccia da cui partire perché utilizzo quella creata con il volume del convergente e che appartiene ad entrambi, e poi passo al volume del divergente, anche in questo caso utilizzando come faccia da cui partire per creare la *mesh* di volume quella che lo divide dal tratto rettilineo.

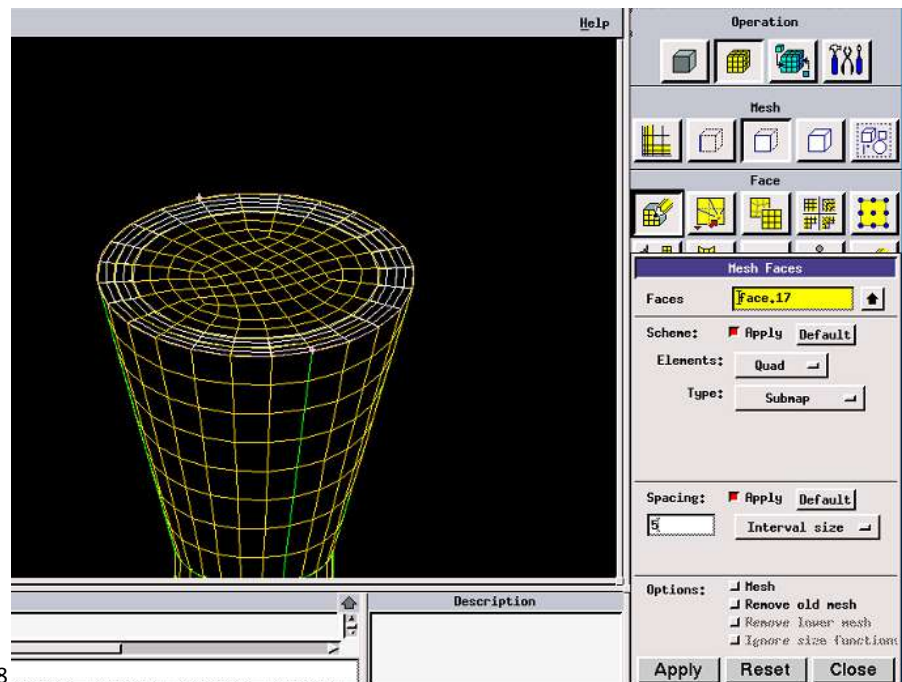


Fig. 4.8

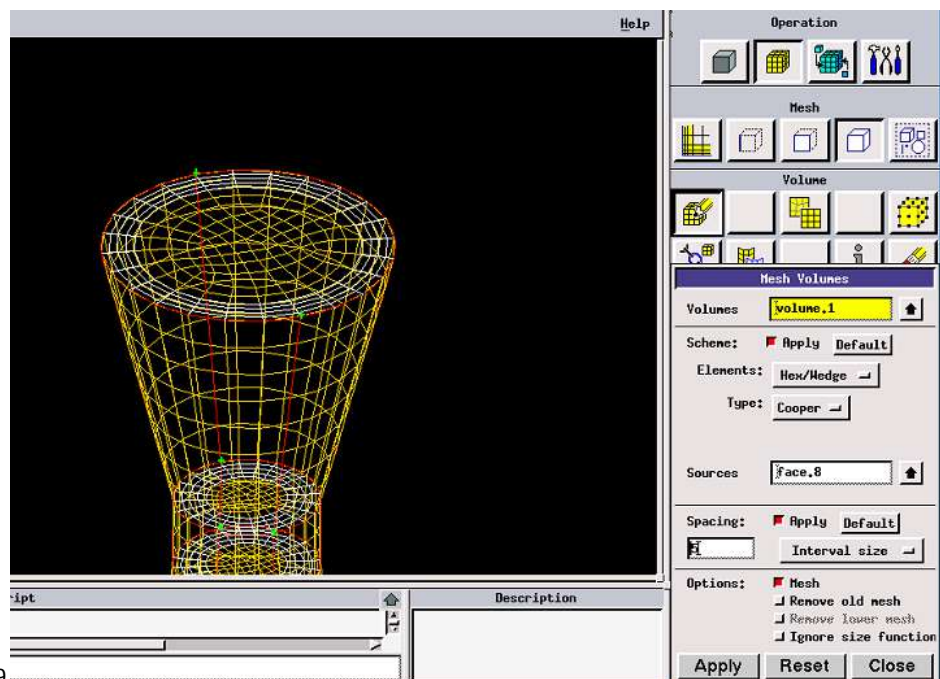


Fig. 4.9

Decido di passare ai due cilindri. Per ognuno ancora una volta stabilisco la *mesh* da adottare sulla faccia e poi passo alla creazione della *mesh* sul volume corrispondente (fig. 4.10).

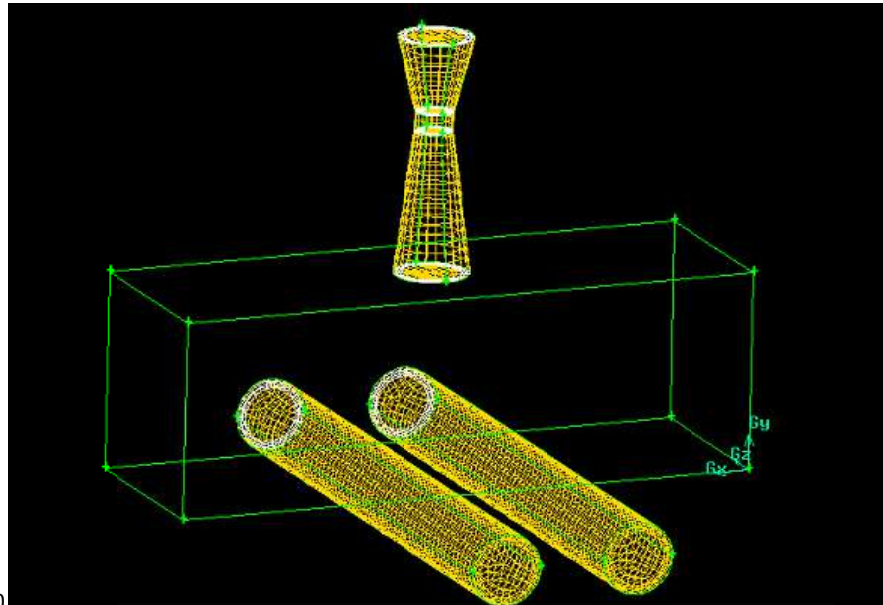


Fig. 4.10

Infine rimane da meshare l'elemento box; in questo caso passiamo direttamente alla *mesh* di volume e Gambit darà in automatico l'elemento da utilizzare in modo che si abbia la congruenza tra gli elementi già meshati e il box (fig. 4.11a,b).

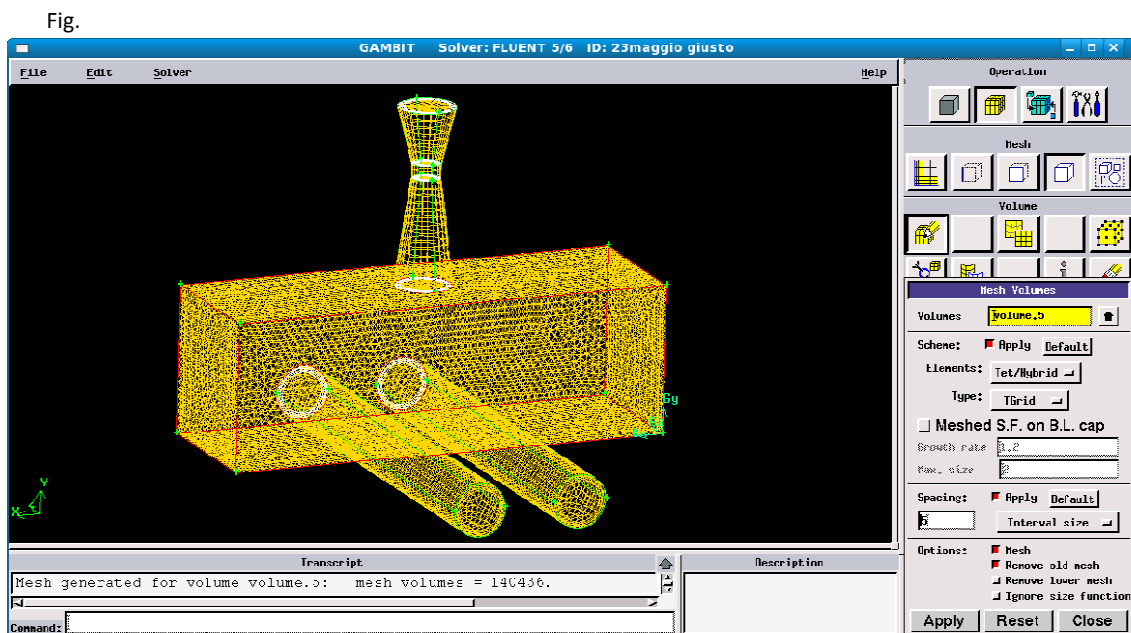


Fig.

4.11a

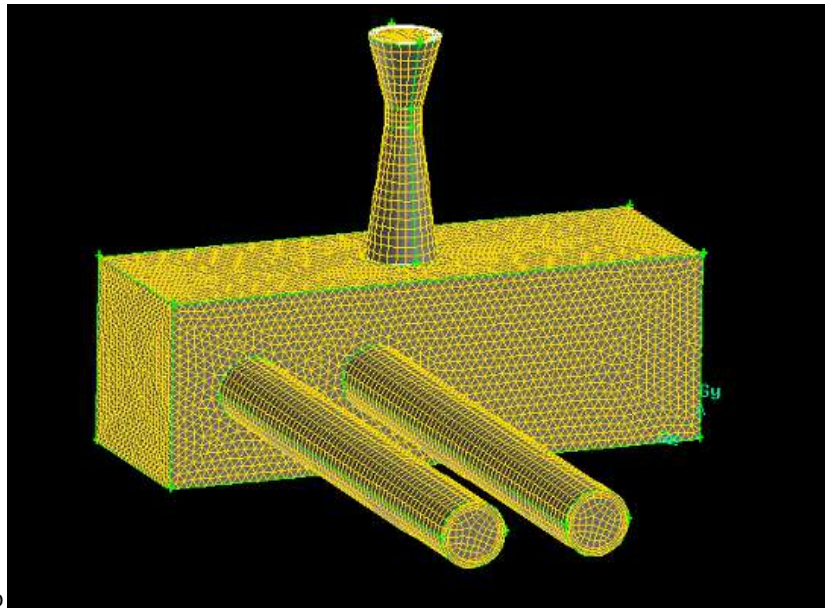


Fig. 4.11b

A questo punto tutto il modello è stato meshato. In Gambit ho un comando che mi permette inoltre di valutare la qualità della *mesh*, che in questo caso da risultati soddisfacenti in quanto la colorazione è prevalentemente sul tono del blu, che rappresenta un risultato positivo (fig. 4.12).

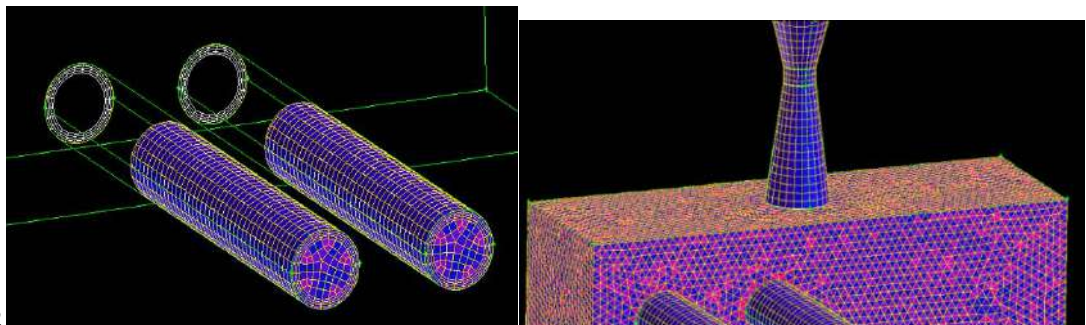


Fig. 4.12

L'ultima cosa da fare prima di passare all'analisi fluidodinamica è specificare la funzione svolta dalle varie superfici, e le condizioni che andrò a definire su queste (fig. 4.13 ). Occorre osservare che il fine di questa tesi è valutare la portata d'aria che si ha all'uscita di ogni

cilindro, quindi verranno analizzati, e poi messi a confronto, due casi: nel primo considero come *Outlet* il primo cilindro, e quindi sull'uscita del secondo avrò una condizione *Wall* (quindi lo considero chiuso), e nel secondo la situazione opposta.

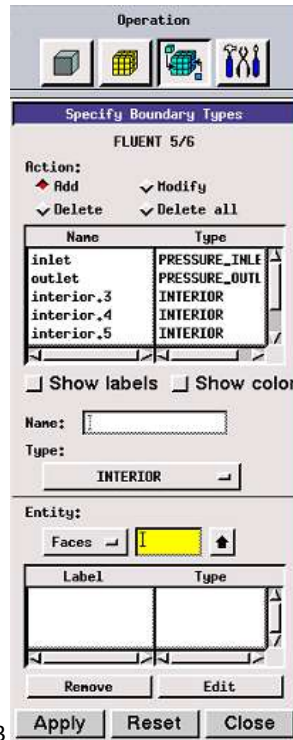


Fig. 4.13

A questo punto posso esportare il modello meshato per andare a fare l'analisi fluidodinamica.

## 4.3 Simulazione Fluent

### 4.3.1 Considerazioni sulle caratteristiche del solver usate.

Il solver Fluent permette di modellizzare una vasta serie di problemi fluidodinamici: permette di considerare flussi comprimibili o incompressibili, laminari o turbolenti, stati stazionari o transitori, inoltre permette di considerare fenomeni come scambio di calore, reazioni chimiche, flussi multifase ecc.. Prima di passare alla vera e propria simulazione vediamo quali di queste molteplici possibilità sono state adottate in questo lavoro:

- Si considerano condizioni stazionarie. Benché lo studio del flusso nel sistema di aspirazione sia un processo instazionario, sappiamo che imporre questa condizione comporta un costo maggiore da un punto di vista computazionale. Quindi come sempre succede nell'analisi numerica bisogna fare una scelta che sia conveniente dal punto di vista computazionale e che allo stesso tempo offra una corrispondenza al caso reale. Quindi in questo caso si effettuerà un'analisi stazionaria avendo visto che i risultati forniti sono congruenti con quelli sperimentali.
- Si considera un modello di flusso turbolento. Anche in questo caso i modelli forniti dal Fluent per risolvere questo problema sono diversi e non c'è n'è uno universalmente considerato superiore rispetto agli altri, ma la scelta dipenderà dalle considerazioni fisiche sul particolare tipo di problema, sul livello di accuratezza richiesto, sulla disponibilità computazionale delle risorse usate e sulla disponibilità di tempo per la simulazione. La scelta per questo studio cade sul modello  $k - \epsilon$  (di cui si è parlato nel capitolo precedente) in quanto la robustezza, l'economia e l'accettabile accuratezza l'hanno reso il modello più utilizzato nelle simulazioni dei flussi industriali.
- Il solver Fluent permette di scegliere uno dei due metodi numerici:
  - *pressure-based solver*
  - *density-based solver*Storicamente il metodo basato sulla pressione era stato sviluppato per i flussi a bassa velocità incompressibili, mentre quello basato sulla densità per i flussi ad alta velocità comprimibili. Adesso invece entrambi i metodi sono stati estesi e riformulati per risolvere e operare su un ampio intervallo di condizioni del flusso superando le precedenti limitazioni. In questo caso verrà usato il metodo basato sulla pressione.

### 4.3.2 Simulazione

Vengono di seguito riportati i passi che vengono compiuti durante una simulazione.

#### IMPORTAZIONE DEL MODELLO E VERIFICA DELLA GRIGLIA

Il modello meshato con Gambit viene importato in Fluent. I primi problemi dovuti ad una errata definizione delle varie superfici possono essere riscontrati già all'apertura del file: nella schermata infatti vengono riportate le facce con le corrispondenti condizioni che erano state definite in Gambit e nel caso queste non siano riconosciute dal solver vengono dare come errore che impedisce la possibilità di proseguire con la simulazione.

A questo punto è necessario che le dimensioni del modello siano corrette e quindi in caso contrario procedere con la scalatura. Deve essere quindi fatto il controllo della griglia il quale fornisce una schermata dove vengono riportate le misure minime e massime dei lati e dei volumi, misure quest'ultime dovranno risultare ovviamente positive.

Nella figura 4.14 viene mostrato il modello importato dove si vedono evidenziate le due facce dove verranno imposte le condizioni di funzionamento.

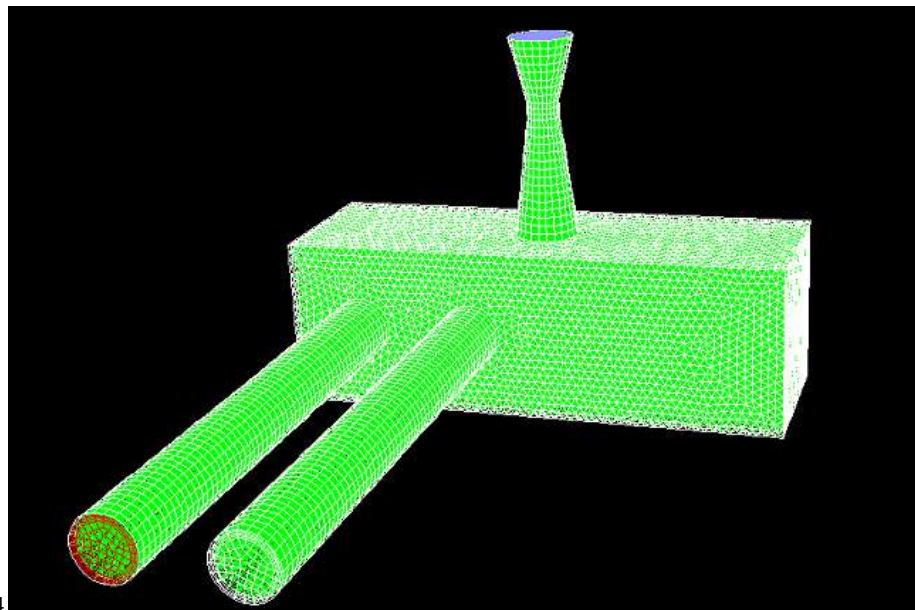


Fig. 4.14

## DEFINIZIONE DELLE CONDIZIONI OPERATIVE

Sotto la voce *Materials* posso definire il fluido considerato, in questo caso l'aria, del quale posso definire le proprietà densità e viscosità e scegliere se mantenerle costanti o meno. In questo caso si sceglie di considerare il modello di gas ideale (considero quindi un modello di gas comprimibile).

Successivamente posso definire i modelli adottati in particolare per :

- *Solver*: impongo che sia basato sul metodo della pressione, che sia in 3D e che sia stazionario.
- *Viscous model*: impongo l'utilizzo del modello  $k - \epsilon$ , del quale possono essere modificati i valori delle costanti relative al modello.
- *Energy*: impongo che venga utilizzata l'equazione dell'energia.

Si possono quindi definire le condizioni operative, in questo caso essendo il modello basato sul metodo della pressione e dovendo operare a terra la condizione da imporre sarà quella della pressione a livello del mare.

A questo punto posso imporre le condizioni al contorno: sotto il comando *Boundary Conditions* appariranno quelle superfici che avevo già definito in Gambit; devo quindi assegnare i valori sulla superficie di *Inlet* e su quella di *Outlet*. L'ingresso dell'Airbox si troverà ad operare in una condizione che è quella ambiente, quindi assegnerò un valore 0 in quanto il Fluent considera il valore che inserisco a questo punto come un valore aggiuntivo rispetto alle condizioni operative. Per quanto riguarda l'*Outlet* dallo studio del condotto di aspirazione si considera che tra condotto (all'interno del quale si considera un valore della pressione pari al valore ambiente) e valvola che conduce al cilindro ci sia un salto di pressione pari a  $\Delta p = 20kPa$ , quindi il valore che impongo sarà -20000 per la stessa motivazione di prima.

A questo punto sono state definite tutte le condizioni.

## SIMULAZIONE DEL PRIMO RUNNER

È necessario ricordare che la simulazione viene eseguita separatamente per il primo e per il secondo cilindro che conduce il flusso ai cilindri per poter valutare l'effetto della geometria dell'airbox sulla portata d'aria che arriva ai cilindri e conseguentemente la magrezza o la ricchezza di combustione.

Sotto il comando *Inizialization* definisco da dove iniziare per effettuare la simulazione; in questo caso scelgo il caso *All-zones* comando che permette al solver di avere come valore



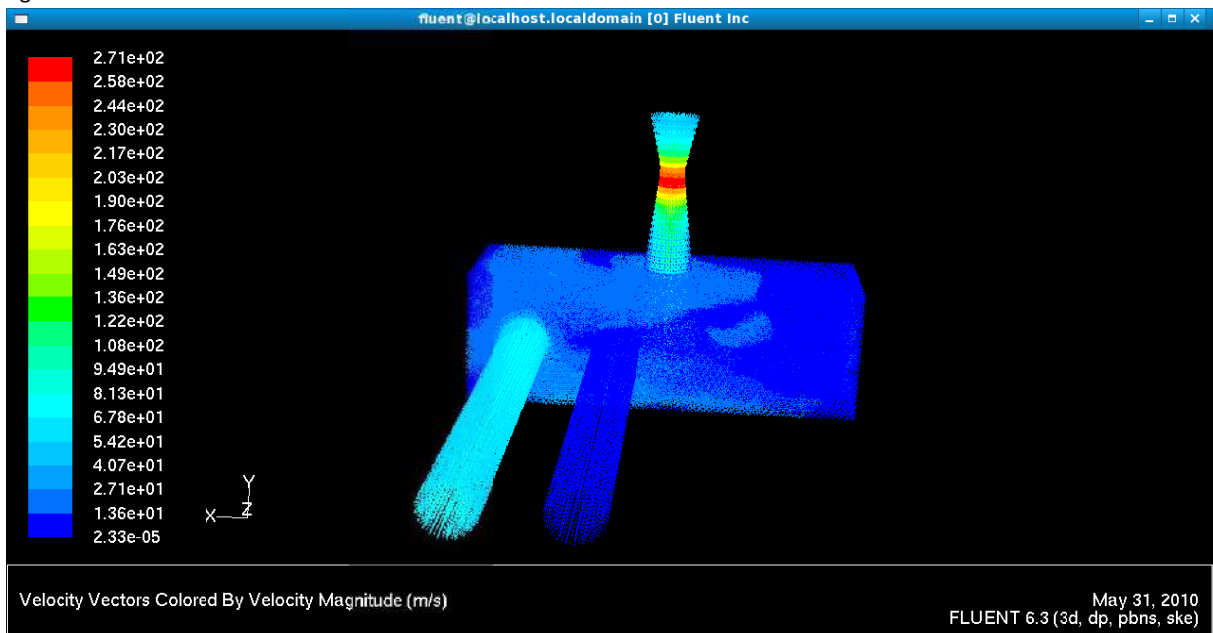
iniziale della pressione quello dato da una media di questa in tutto il modello avendo definito quei valori all'ingresso e all'uscita.

A questo punto si procede con l'iterazione.

Vengono effettuate 500 iterazioni, e il risultato fornito in termini di velocità è rappresentato in Fig. 4.15 dove vengono riportati i vettori velocità colorati in base al valore di velocità che rappresentano.

#### Andamento della velocità:

Fig.4.15



Il software fornisce i valori minimo e massimo della velocità che sono:

e si trova in corrispondenza della sezione d'uscita del condotto chiuso;

e si trova in corrispondenza della sezione di gola.

Come si vede dai valori delle velocità, non si raggiungono le condizioni soniche in gola.

Quello che interessa è il valore della portata in corrispondenza della sezione d'uscita del cilindro considerato. Prendiamo come dato definitivo quello fornito dalla simulazione dopo 500 iterazioni perché tale risultato può essere considerato attendibile. Questo deriva da diverse considerazioni:

- Si può considerare un valore di massima a cui tendere fornito dall'espressione della portata di un flusso che passa attraverso una sezione ristretta in condizioni ideali in condizioni di chocking:

$$\dot{m}_{ideal} = \frac{A_T p_0}{\sqrt{RT_0}} \gamma^{\frac{1}{2}} \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

Tale espressione nel nostro caso fornisce il valore:

$$\dot{m}_{ideal} = 0.074784 \text{Kg/s}$$

- Facendo un'analisi stazionaria, in due sezioni qualsiasi dobbiamo avere lo stesso valore di portata; se consideriamo come due sezioni quella ristretta, per la cui portata abbiamo un'espressione con cui calcolarla, e quella d'uscita del primo cilindro, che è quella d'interesse, il risultato fornito dalla simulazione verrà considerato soddisfacente quando lo scarto tra questi due valori sarà piccolo.

I risultati forniti sono:

Mass Flow Rate	(kg/s)
outlet	-0.062390037
Mass Flow Rate	(kg/s)
interior.3	0.062400043
outlet	-0.062390037
Net	1.0004782e-05

Fig.4.16

Quindi il valore della portata nella sezione d'uscita del primo cilindro è:

$$\dot{m}_{OUTLET1} = 0.06239 \frac{Kg}{s}$$

### SIMULAZIONE DEL SECONDO RUNNER

Dopo aver modificato in Gambit le funzioni delle varie superfici, e in particolare aver definito come nuova superficie di Outlet la sezione d'uscita del secondo cilindro il modello viene esportato in Fluent ( fig. 4.17).

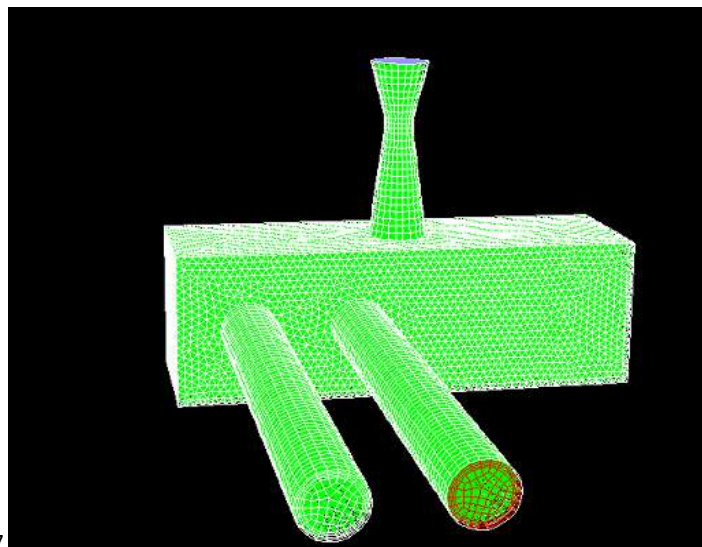
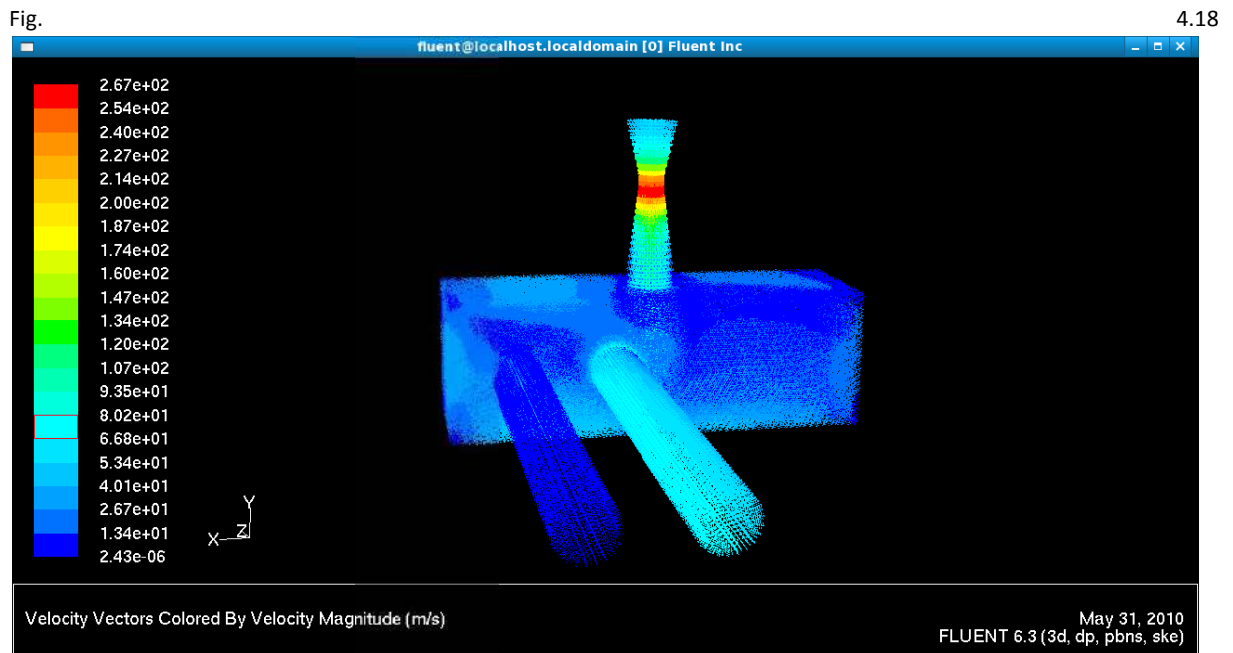


Fig. 4.17

A questo punto si eseguono esattamente le stesse procedure effettuate per il primo Runner e anche questa volta vengono effettuate 500 iterazioni per i motivi precedentemente spiegati.

Andamento della velocità:



Il software fornisce i valori minimo e massimo della velocità che sono:

e si trova in corrispondenza della sezione d'uscita del condotto chiuso;

e si trova in corrispondenza della sezione di gola.

Anche in questo caso non si raggiungono le condizioni soniche in gola.

Mentre in confronto tra la portata nella sezione ristretta e quella nella sezione d'uscita nel secondo cilindro è data da:

Mass Flow Rate	(kg/s)
interior.3	0.062032346
outlet	-0.061981533
Net	5.081479e-05

Fig. 4.19

Quindi il valore della portata nella sezione d'uscita del secondo cilindro è:

$$\dot{m}_{OUTLET2} = 0.061981533 \frac{Kg}{s}$$

#### 4.4 Analisi e validazione dei risultati

Dai risultati ottenuti con la simulazione si vede che il primo cilindro aspirerà una portata d'aria maggiore rispetto al secondo.

Come già discusso i fattori che influenzano il ricambio dell'aria all'interno dei cilindri sono essenzialmente due: quello che è stato chiamato *effetto inerziale*, dovuto alla non stazionarietà del sistema delle onde di pressione generate nel sistema di aspirazione e di scarico, e i fenomeni d'attrito che causano perdite di pressione dell'aria tra lo stato ambiente e quello che si ha nei cilindri che sono proporzionali al quadrato della velocità. Altre perdite di pressione possono derivare da discontinuità geometriche del modello.

Nel modello esaminato all'uscita dal condotto divergente il flusso trova un brusco allargamento di sezione quindi il flusso non riesce più a rimanere attaccato alle pareti del box ma sarà un flusso turbolento caratterizzato da zone di ricircolo. All'uscita dal divergente tenderà comunque ad avere un getto che avrà un certo cono di apertura e sarà maggiormente richiamato dalla parte del cilindro più esterno, cioè il primo.

I risultati forniti dal modello confermano questo ragionamento.

Il modello di Airbox analizzato è quello che è stato usato nella vettura di formula Sae del 2009 (fig. 4.20). Tale vettura ha mostrato dei problemi nel funzionamento del motore, e ad una prima ispezione delle candele d'accensione (fig. 4.21 a,b) è stato subito evidente che la forma dell'airbox ha causato un forte sbilanciamento della portata aspirata dai due cilindri.



Fig. 4.20



Fig. 4.20a



Fig. 4.21 b

Nelle figure la prima candela rappresenta quella a cui arriva la portata d'aria minore (quindi quella relativa al secondo cilindro), che avrà quindi una combustione molto ricca, mentre la

seconda raffigura quella relativa al primo cilindro, al quale arriva una maggiore portata d'aria.

A questo punto l'idea è quindi quella di realizzare una forma che eviti il distacco del flusso con la conseguente generazione di fenomeni di ricircolo e vorticità.

## CAPITOLO V

### Ottimizzazione dell'Airbox della Formula SAE 2010

#### 5.1 Modello CAD ottimizzato di primo tentativo

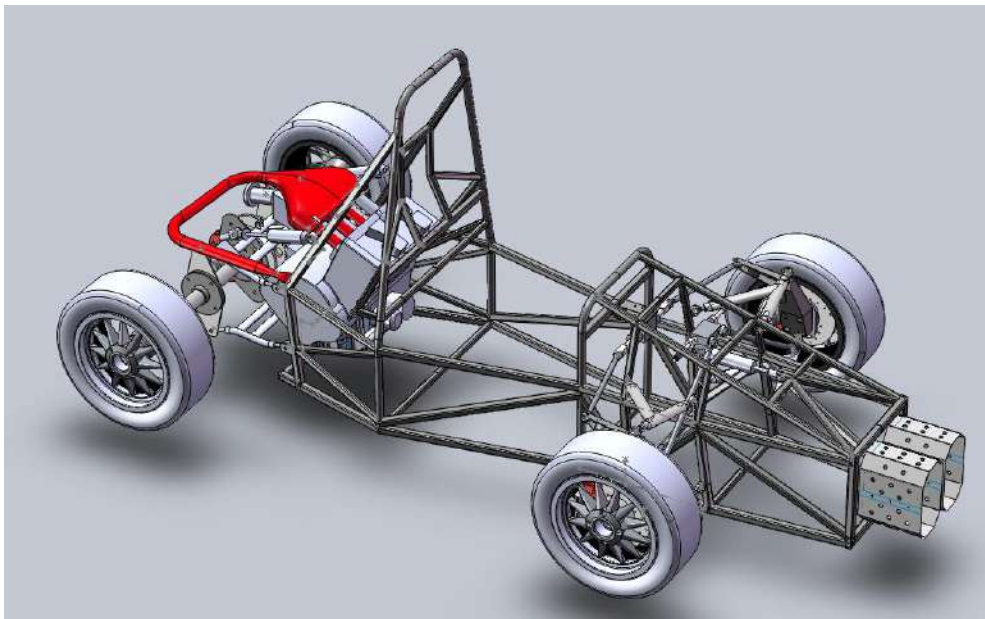


Fig.5.1

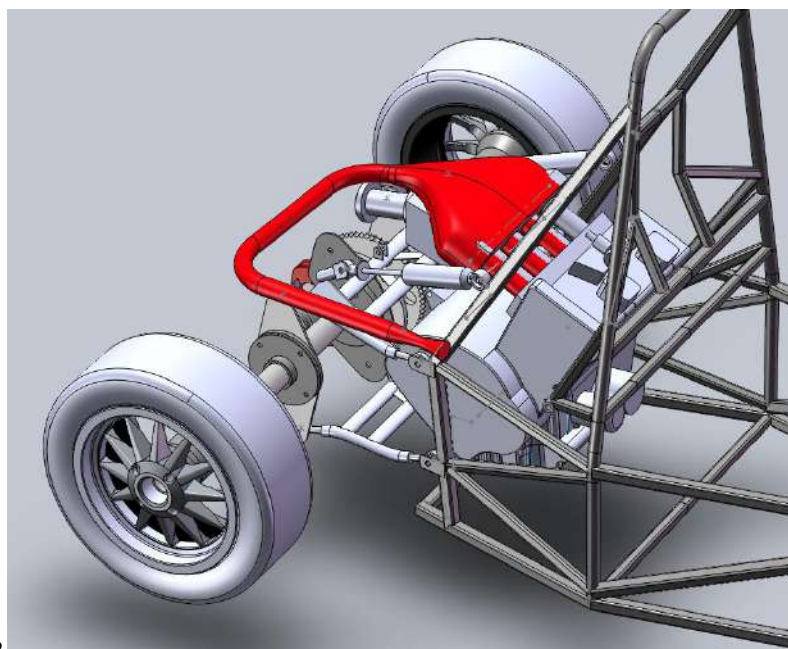


Fig.5.2



Il modello di Airbox che verrà analizzato sarà sostanzialmente quello finale che verrà realizzato (Fig.5.1-5.2); in una seconda fase il modello verrà ottimizzato con il Morpher, cioè saranno apportate delle piccole modifiche per avere all'uscita dei 4 cilindri uno stesso valore di portata.

Il modello è costituito da un condotto convergente-divergente ( la cui sezione ristretta come da regolamento misura 20 mm, un tubo di sezione costante, il box e i 4 cilindri.

In figura 5.3a-b-c vengono riportate le varie viste con le relative misure espresse in mm.

Anche per questo modello vengono adottate alcune semplificazioni:

- La forma convergente-divergente nella realtà non si vede dall'esterno perché è ricavato internamente ad un altro condotto che non presenta restrizioni.
- Nel modello le superfici vengono riportate con spessore nullo in quanto questo non comporta differenze nell'analisi fluidodinamica.

Anche in questo caso le estremità che nella realtà sono aperte nella modellizzazione vengono chiuse perché questo è quello che viene richiesto dal software con il quale verrà realizzata la *mesh*.

Tale modello presenta delle modifiche sostanziali rispetto al precedente a partire dalla realizzazione CAD.

Nel caso precedente, fatta eccezione per le superfici che separano il modello dall'esterno che devono essere chiuse, internamente il modello è proprio quello che il flusso trova nella realtà, ossia vuoto.

In questo caso, per esigenze richieste da una migliore realizzazione della *mesh* e che saranno spiegate in seguito, il modello è costituito da sette volumi distinti: il convergente-divergente, il tubo, il box, e i quattro cilindri. Quindi ho delle superfici tra il convergente- divergente e il tubo, tra questo e il box, e la sezione d'uscita non è forata in corrispondenza degli ingressi dei quattro cilindri.

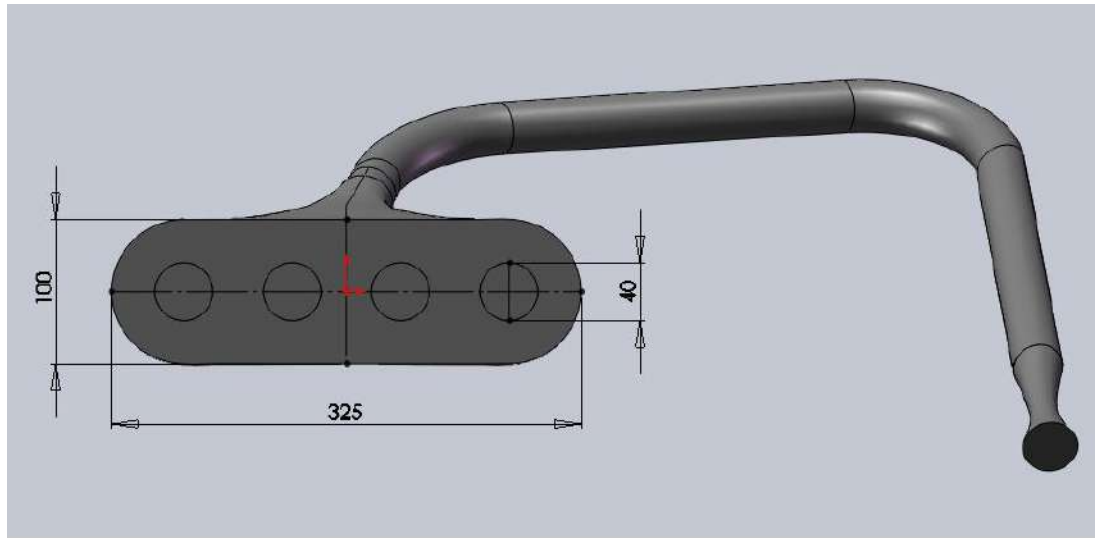


Fig.5.3a

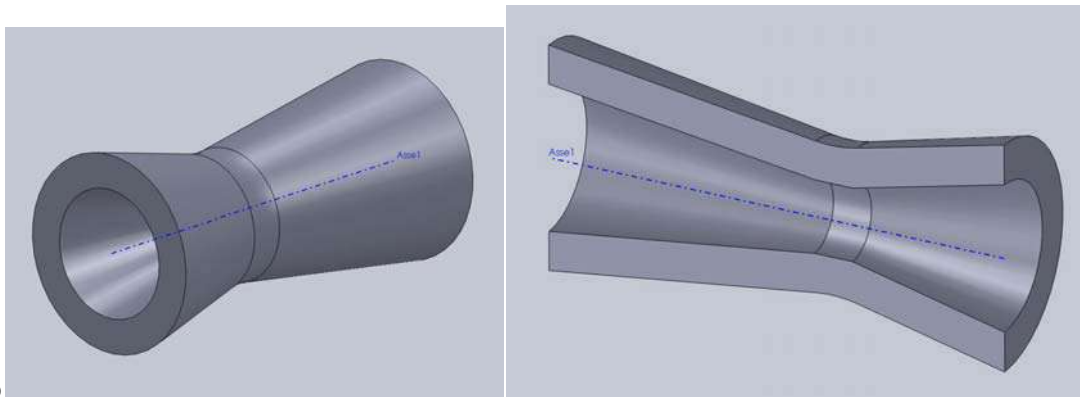


Fig.5.3b

*Particolare del convergente-divergente con sezione ristretta*

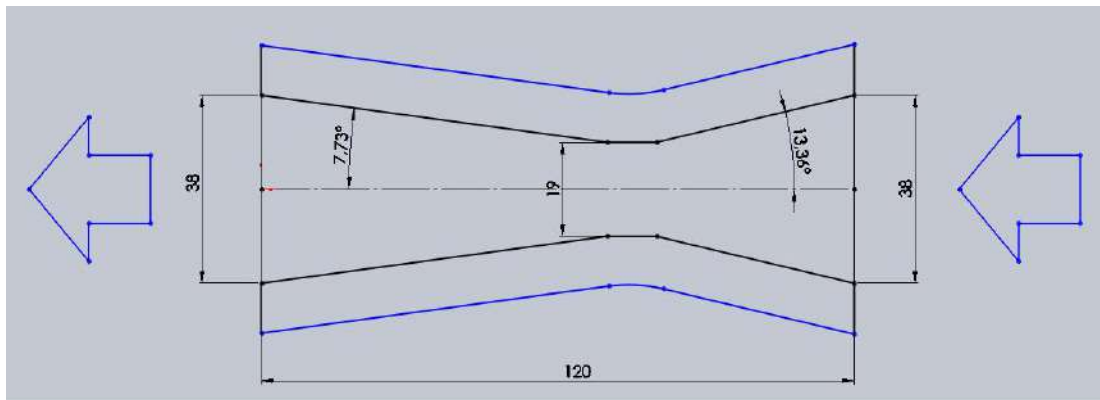


Fig.5.3c

La realizzazione CAD del modello è:

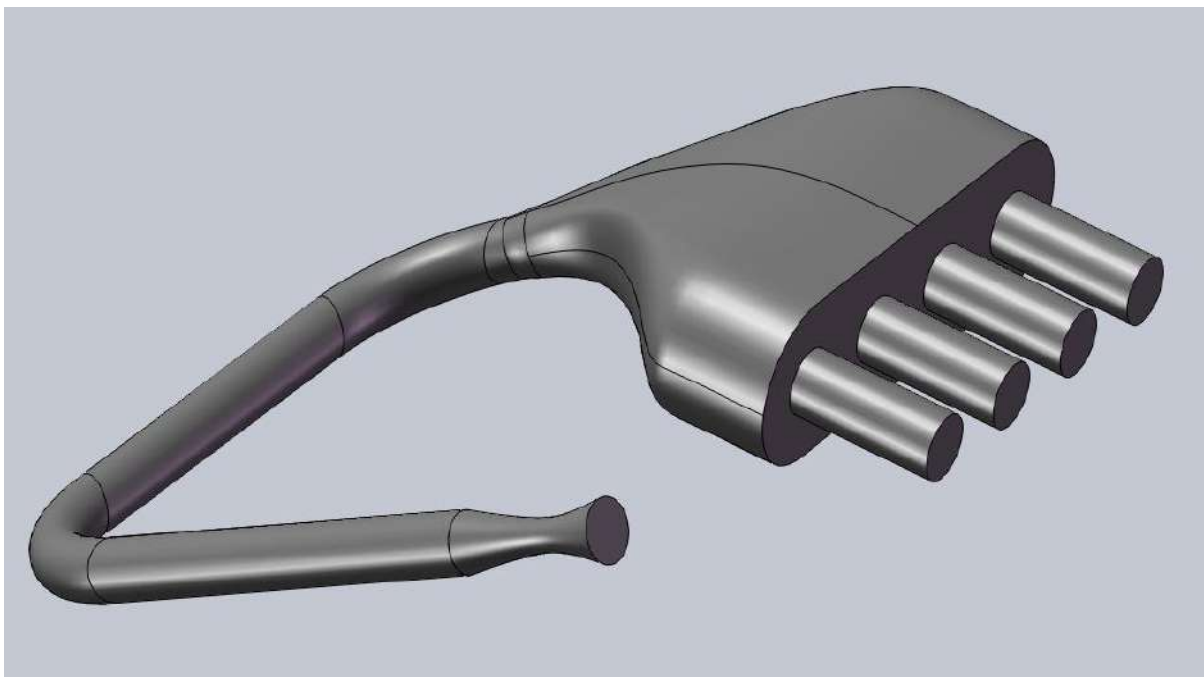


Fig.5.4

## 5.2 Analisi fluidodinamica del nuovo modello di partenza

### 5.2.1 Realizzazione della mesh

Il modello CAD viene importato in Gambit. È stato realizzato in modo tale che all'interno ci sono delle superfici lì dove nella realtà, per permettere il passaggio del flusso, non ci sono.

Il modello è stato realizzato in tale maniera per avere una *mesh* migliore. Rispetto al caso precedente i vari volumi non hanno forme sempre regolari e per poter realizzare una *mesh* per ogni volume che non risenta dei volumi vicini porta ad un'ottimizzazione di questa.

Tale effetto è particolarmente importante soprattutto per quanto riguarda il box. Se si fosse considerata una superficie forata per la sezione d'uscita di questo (cioè un volume vuoto) il reticolo risultante sarebbe stato irregolare, e in particolare distorto intorno ai fori. Inoltre essendo i vari volumi comunicanti, anche le *mesh* di questi sarebbero state collegate.

La *mesh* ottimale per il convergente-divergente, il tubo e i quattro cilindri è quella costruita con elementi esaedrici (rettangolari). Nel caso in cui si fosse dovuto collegare il box a questi poiché la realizzazione anche del box con elementi rettangolari in questo caso (vista la relazione con gli altri elementi) non è permessa dal Gambit, le scelte possibili sarebbero state due:

- realizzazione di tutti i volumi che compongono l'Airbox con elementi tetraedrici, con un risultato in termini di qualità della *mesh* non molto elevato (Fig.5.5);
- realizzazione con elementi tetraedrici del solo box, lasciando la meshatura rettangolare per gli altri, con risultato migliore per la maggior parte del box e per gli altri volumi, ma con zone di forte criticità della qualità laddove gli elementi piramidali si incontrano con quelli rettangolari (Fig.5.6).

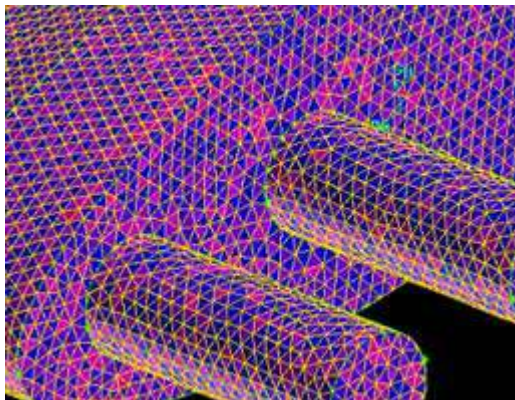


Fig. 5.5

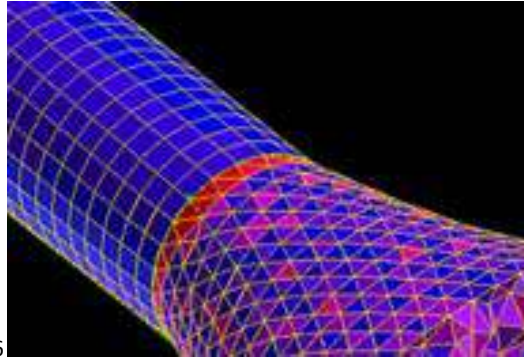


Fig.5.6

La realizzazione del modello con superfici interne che di fatto separano i vari volumi permette di superare questi problemi e di realizzare la *mesh* migliore per ogni volume, indipendentemente da quello che c'è intorno.

Si procede quindi con la realizzazione della *mesh*.

Considero il convergente-divergente; il volume viene meshato assegnando una *mesh* di superficie sulla faccia che è l'ingresso dell'Airbox e poi dando la spaziatura voluta sulla terza dimensione non ancora considerata. La *mesh* di superficie è fatta scegliendo di avere una spaziatura più fitta al bordo (Fig.5.7). Voglio una maggior accuratezza sul contorno della faccia perché essendo un convergente-divergente, eventuali fenomeni di distacco del flusso dalla parete si verificheranno in tale zona.

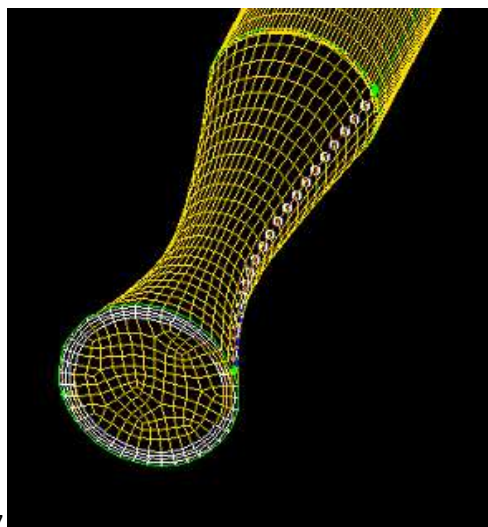


Fig.5.7

A questo punto dando il comando *mesh* di volume, questa è automaticamente definita.

Passo alla *mesh* del tubo, e in questo caso essendo una faccia di questo già meshata (è la faccia d'uscita dal convergente-divergente), basterà dare anche stavolta la spaziatura della terza dimensione.

Per i cilindri adotto la stessa procedura del convergente divergente: realizzo un *mesh* di superficie più fitta sul contorno, do la spaziatura e poi realizzo tutto il volume (Fig 5.8).

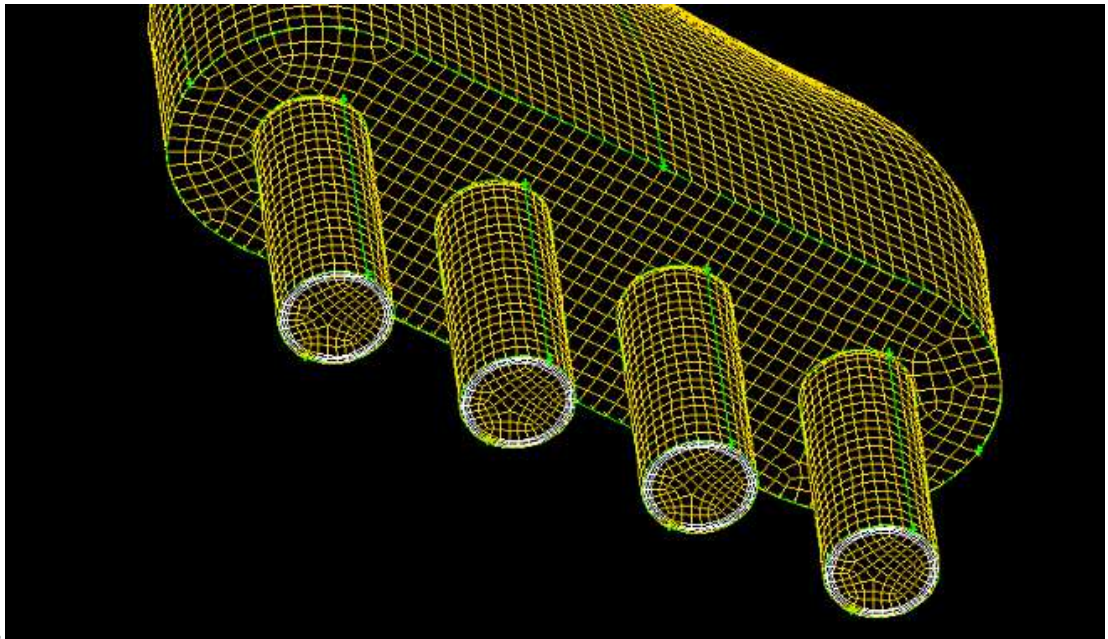


Fig.5.8

Per il box realizzo una *mesh* di superficie sulla faccia d'uscita di questo (Fig.5.8), do la spaziatura della terza dimensione e ottengo la *mesh* di volume che completa l'operazione di meshatura (Fig.5.9).

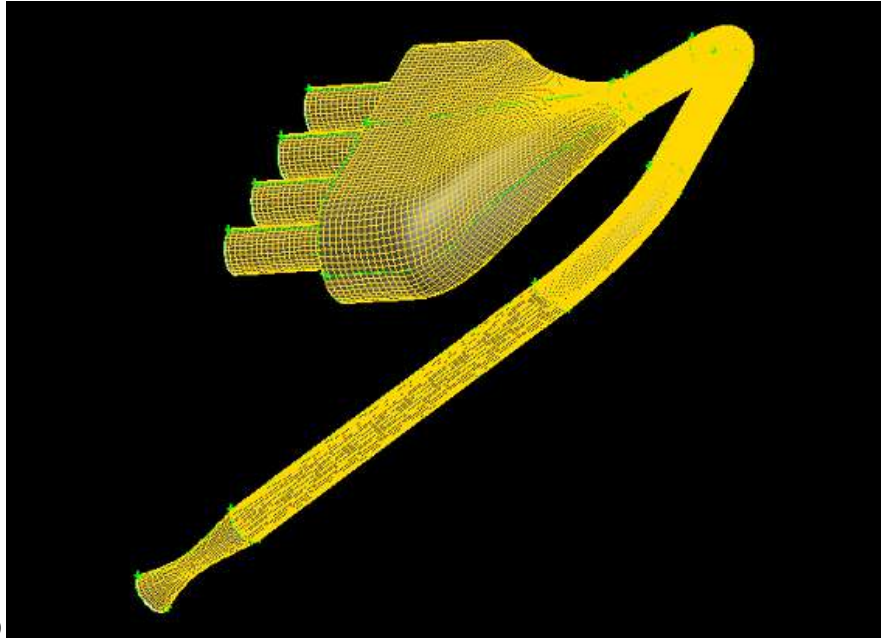


Fig.5.9

L'analisi della *mesh* evidenzia una buona qualità di questa per tutti i volumi (Fig 5.810a-b).

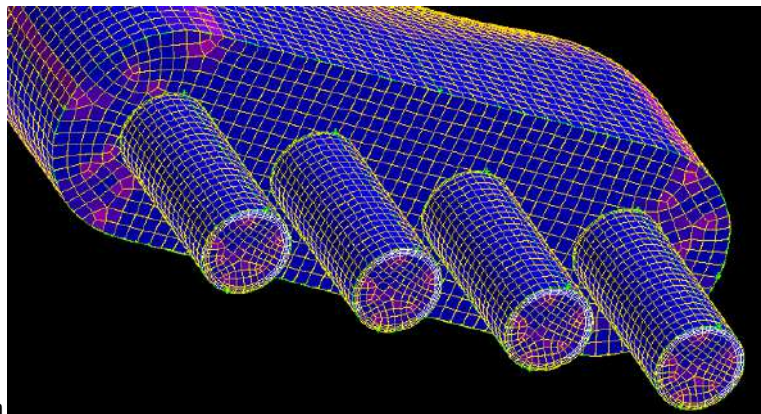


Fig.5.10a

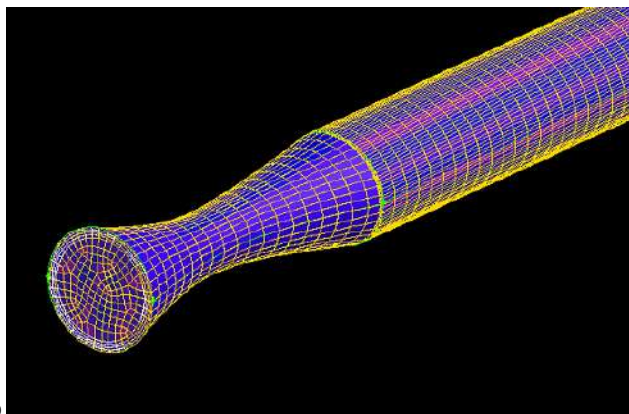


Fig.5.10b

A questo punto vanno definite le funzioni delle varie superfici.

L'ingresso dell'Airbox viene nominato *Inlet* e viene definito come superficie sulla quale assegnare la pressione d'ingresso.

Ad ogni superficie d'uscita dei cilindri viene dato un nome, solo quella del primo viene definita come superficie sulla quale assegnare la pressione d'uscita, mentre le altre vengono definite *Wall*. Procedendo in questa maniera sarà possibile in Fluent realizzare la simulazione per i quattro cilindri andando a modificare di volta in volta quella che si considera superficie d'uscita senza passare nuovamente per Gambit.

Le superfici che dividono il convergente-divergente e il tubo e il tubo e il box sono doppie. Queste, la superficie d'uscita del box e le superfici d'ingresso dei quattro cilindri vengono definite *Interface* (Fig.5.11).

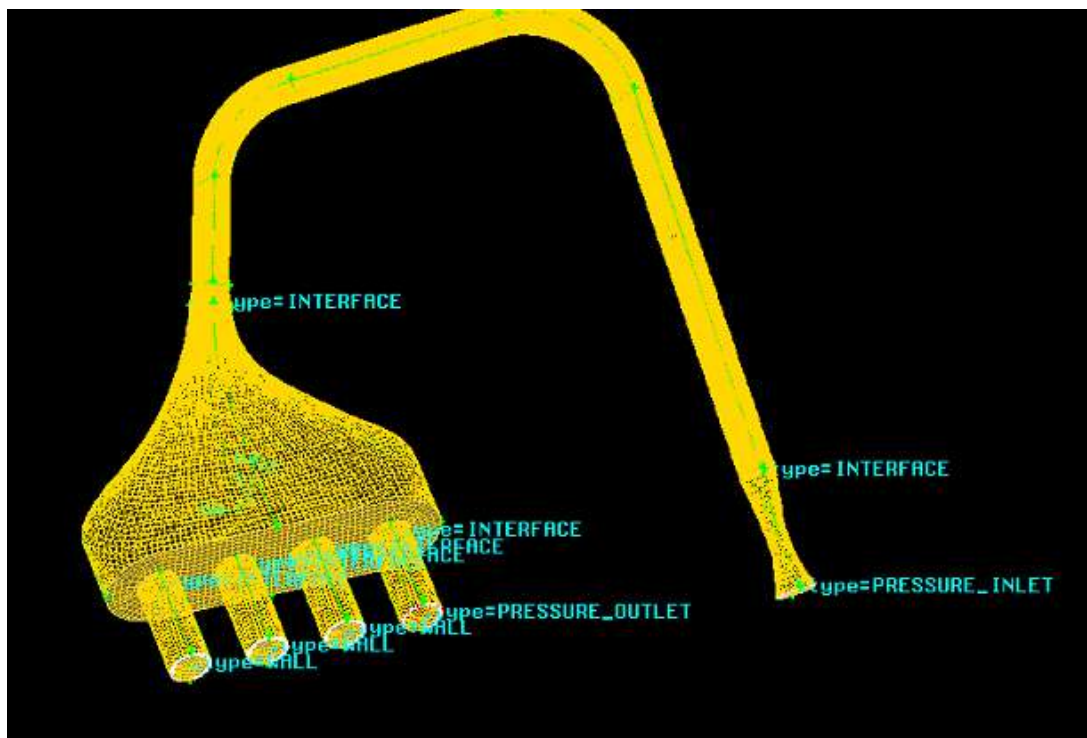


Fig.5.11

Il modello meshato viene esportato con estensione \*.mesh.



## 5.2.2 Simulazione Fluent

Il modello meshato viene importato in Fluent. Si effettuano le varie simulazioni partendo dal primo cilindro.

### Simulazione primo Runner

In questo caso le superfici *Inlet* e *Outlet* sono già state definite in Gambit. Bisogna però definire le relazioni che svolgono quelle superfici che erano state genericamente definite *Interface* in Gambit. Abbiamo detto che queste superfici nelle zone tra convergente-divergente e tubo, e tra tubo e box sono doppie. Questo succede perché il fatto di inserire una superficie fisica la dove nella realtà non c'è niente deriva dalla possibilità di ottenere una *mesh* migliore e di fatto distinta per i due volumi; avrò una doppia superficie perché una sarà la fine del primo volume e l'altra l'inizio del nuovo.

A questo punto bisogna quindi definire tra tutte le *Interface* che sono state importate quelle che sono a contatto.

Sotto il comando *Mesh Interface* (Fig 5.12) vengono definite le 3 interfacce che sono costituite da: le due facce tra convergente-divergente e tubo, le due facce tra tubo e box, la sezione d'uscita del box e le superfici d'ingresso dei quattro cilindri.

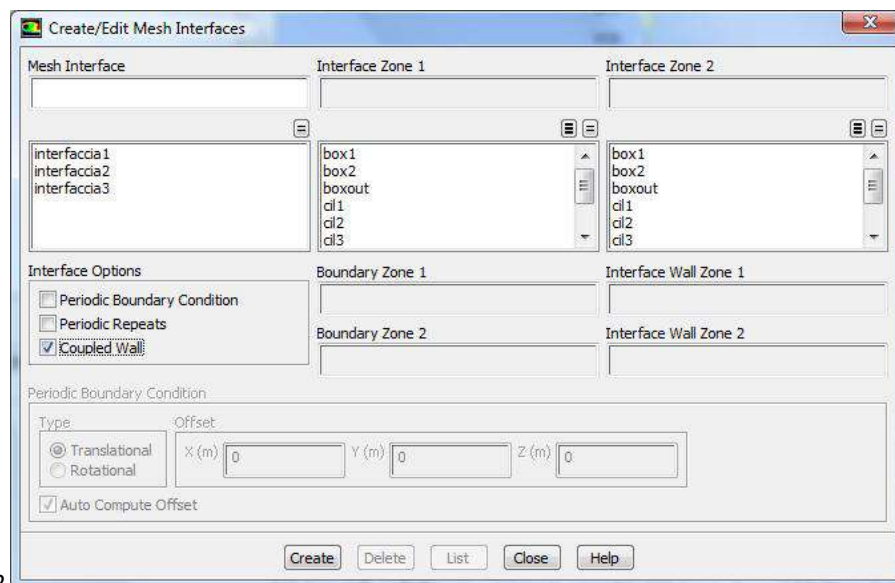


Fig.5.12

Infine sotto il comando *Boundary Conditions* viene definita la funzione di queste tre nuove interfacce cioè *Interior*.

Si può procedere con la simulazione.

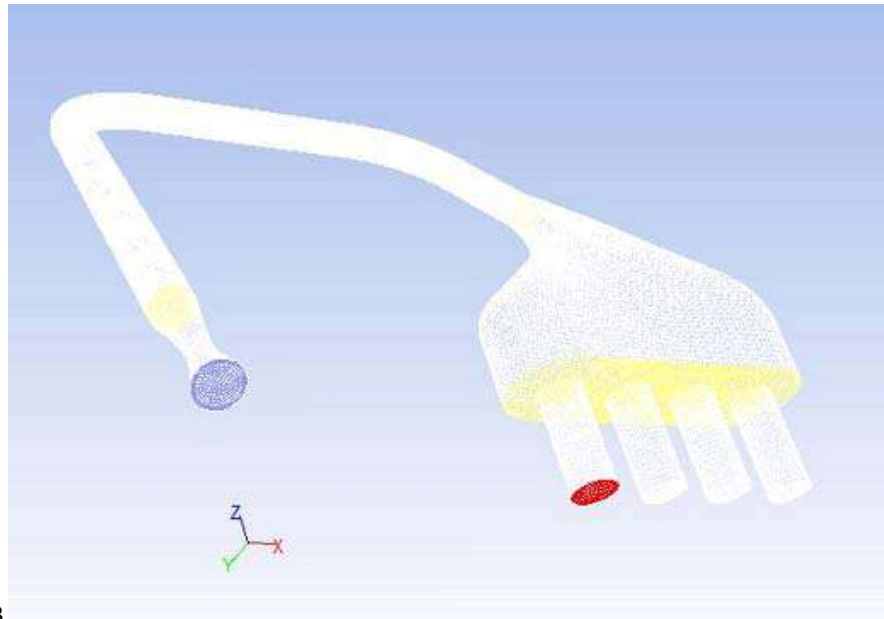


Fig.5.13

La prima cosa da fare è scalare la griglia in modo che le misure risultino essere quelle reali, poi viene effettuato un *Check* del modello.

Sotto la voce *Models* vengono definite le caratteristiche del modello utilizzate e in particolare l'uso di un modello basato sull'assegnazione della pressione, che utilizzi l'equazione dell'energia e, trovandoci in presenza di un flusso turbolento, che utilizzi il modello  $k - \varepsilon$ .

In *Materials* viene indicato il fluido con il quale si lavora, cioè aria, e per questo si sceglie di adottare il modello di gas ideale, operando quindi in campo comprimibile.

Vengono definite le *Boundary Conditions*, cioè essendo come già detto un modello *Pressure-Based* vengono assegnati i valori di pressione nelle sezioni *Inlet* e *Outlet*: nella sezione d'ingresso si ha la pressione ambiente, invece in quella di uscita una pressione tale da generare un salto di  $\Delta p = 20kPa$ .

Prima di iniziare le iterazione vengono inizializzate le condizioni al contorno assegnate sotto il comando *Initalize* tramite il quale si ordina di iniziare ad iterare considerando un valore di pressione per tutto l'airbox calcolato in base alle due condizioni assegnate.

Vengono effettuate 627 iterazioni fino ad ottenere la convergenza della soluzione (Fig.5.14).

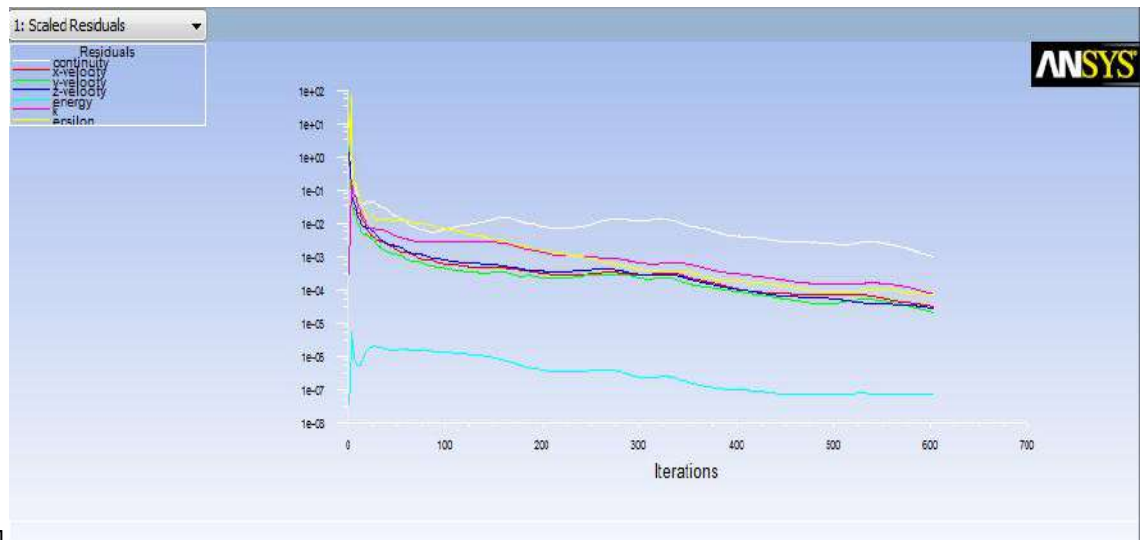


Fig.5.14

L'andamento della velocità è mostrato in figura 5.15:

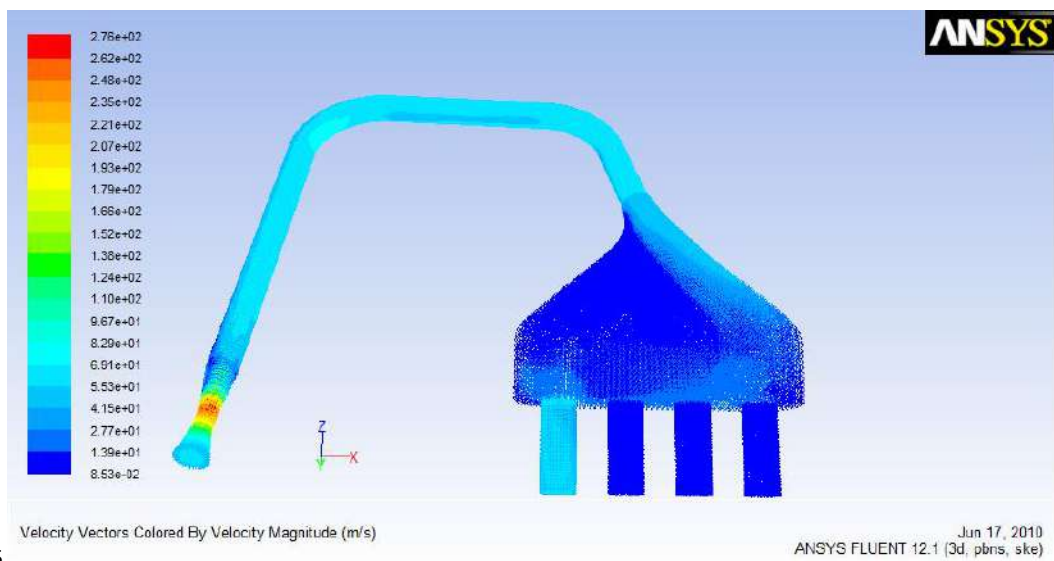


Fig.5.15

I valori di velocità minima e massima sono:

$$v_{min} = 0.08531822 \text{ m/s}$$

$$v_{max} = 276.0399 \text{ m/s}$$

I valori di portata forniti sono invece:

Mass Flow Rate	(kg/s)
inlet	0.065849125
Mass Flow Rate	(kg/s)
ci1out	-0.065840594
Mass Flow Rate	(kg/s)
ci1out	-0.065840594
inlet	0.065849125
Net	8.5302236e-06

Fig.5.16

Quindi il valore della portata nella sezione d'uscita del primo cilindro è:

$$\dot{m}_{OUTLET1} = 0.065840594 \frac{Kg}{s}$$

## Simulazione secondo Runner

Per procedere con la simulazione del secondo cilindro basta a cambiare le funzioni dei primi due cilindri sotto il comando *Boundary Conditions*. La sezione d'uscita del primo cilindro viene modificata in *Wall*, mentre la sezione d'uscita del secondo diventa *Pressure Outlet* e gli viene assegnata la solita condizione di  $-20000kPa$  rispetto all'ingresso.

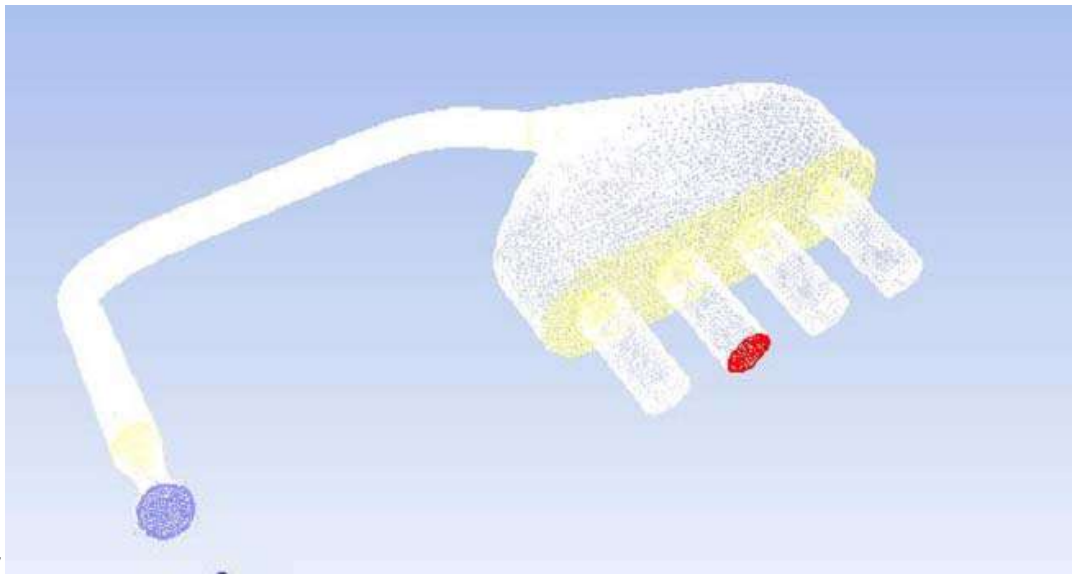


Fig.5.17

Dopo aver effettuato gli stessi passaggi della simulazione precedente si procede con l'iterazione. Vengono fatte 687 per arrivare alla convergenza della soluzione (Fig.5.18).

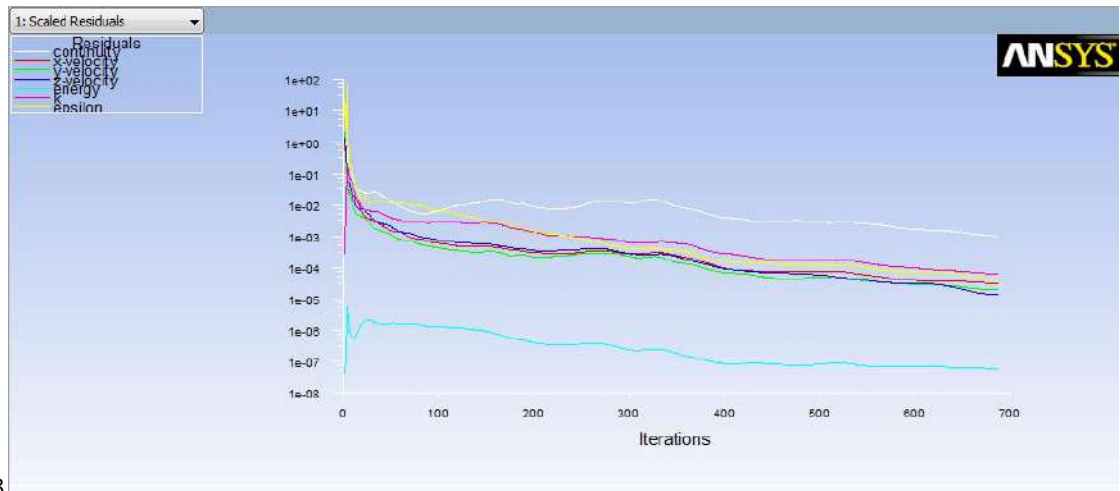


Fig.5.18

L'andamento della velocità è mostrato in figura 5.19:

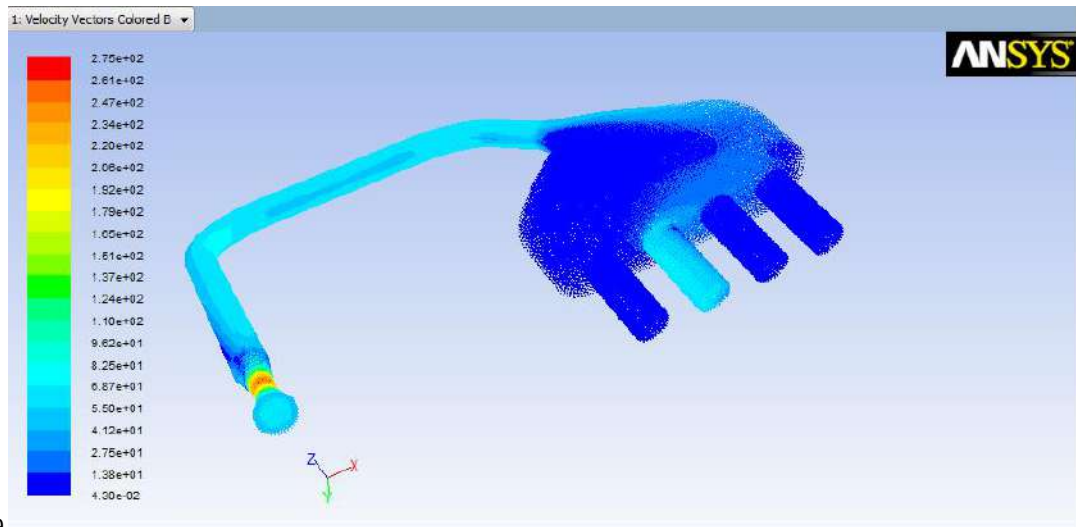


Fig.5.19

I valori di velocità minima e massima sono:

$$v_{min} = 0.04412262 \text{ m/s}$$

$$v_{max} = 274.744 \text{ m/s}$$

I valori di portata forniti sono invece:

Mass Flow Rate	(kg/s)
inlet	0.065720662
Mass Flow Rate	(kg/s)
outcil2	-0.065717146
Mass Flow Rate	(kg/s)
inlet	0.065720662
outcil2	-0.065717146
Net	3.5182602e-06

Fig.5.20

Quindi il valore della portata nella sezione d'uscita del secondo cilindro è:

$$\dot{m}_{OUTLET2} = 0.065717146 \frac{Kg}{s}$$

### Simulazione terzo Runner

Ancora una volta trasformo la sezione d'uscita nel secondo cilindro in *Wall* e stavolta apro il terzo cilindro.

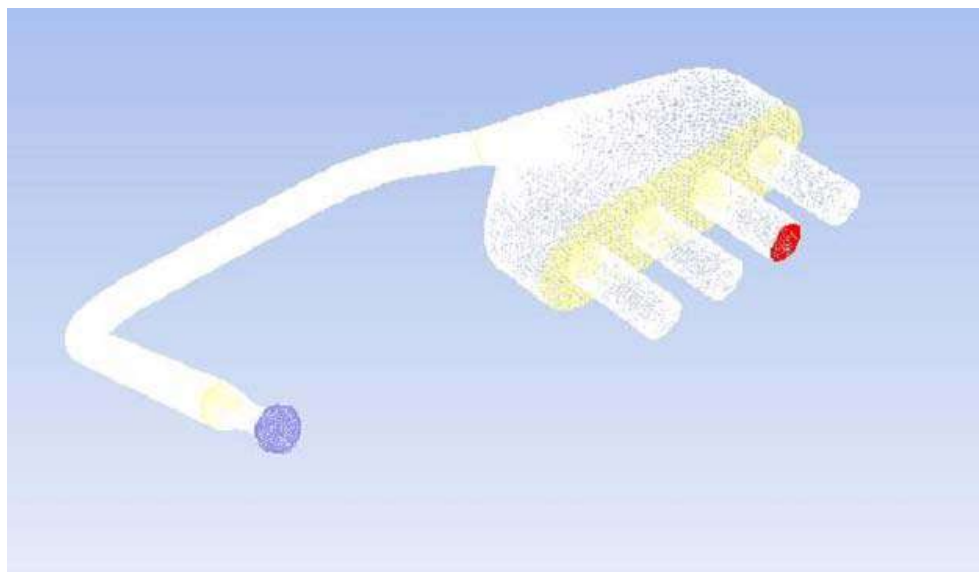
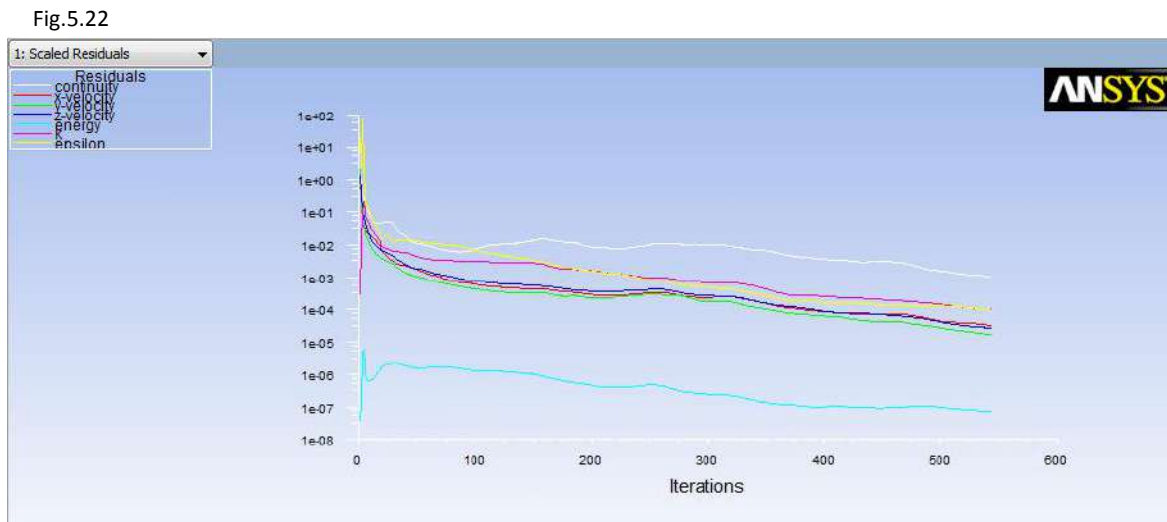
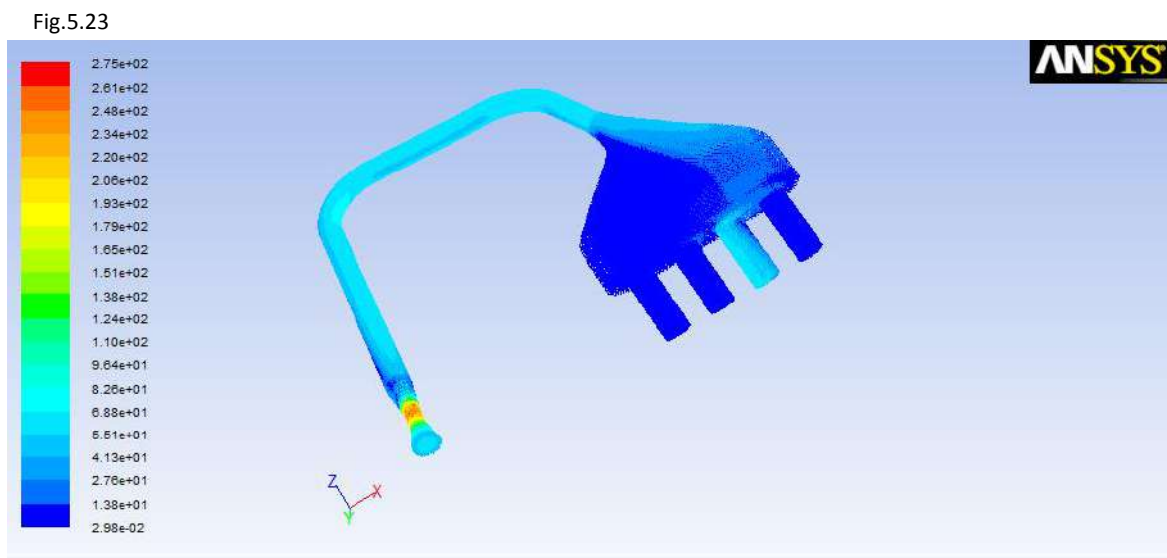


Fig.5.21

La convergenza questa volta si ha dopo 543 iterazioni:



L'andamento della velocità è mostrato in figura 5.23:





I valori di velocità minima e massima sono:

$$v_{min} = 0.02187026 \text{ m/s}$$

$$v_{max} = 275.2327 \text{ m/s}$$

I valori di portata forniti sono invece:

Mass Flow Rate	(kg/s)
inlet	0.065770693
Mass Flow Rate	(kg/s)
outci13	-0.065753236
Mass Flow Rate	(kg/s)
inlet	0.065770693
outci13	-0.065753236
Net	1.7459017e-05

Fig.5.24

Quindi il valore della portata nella sezione d'uscita del terzo cilindro è:

$$\dot{m}_{OUTLET3} = 0.065753236 \frac{Kg}{s}$$

## Simulazione quarto Runner

Stavolta apro il quarto e ultimo cilindro.

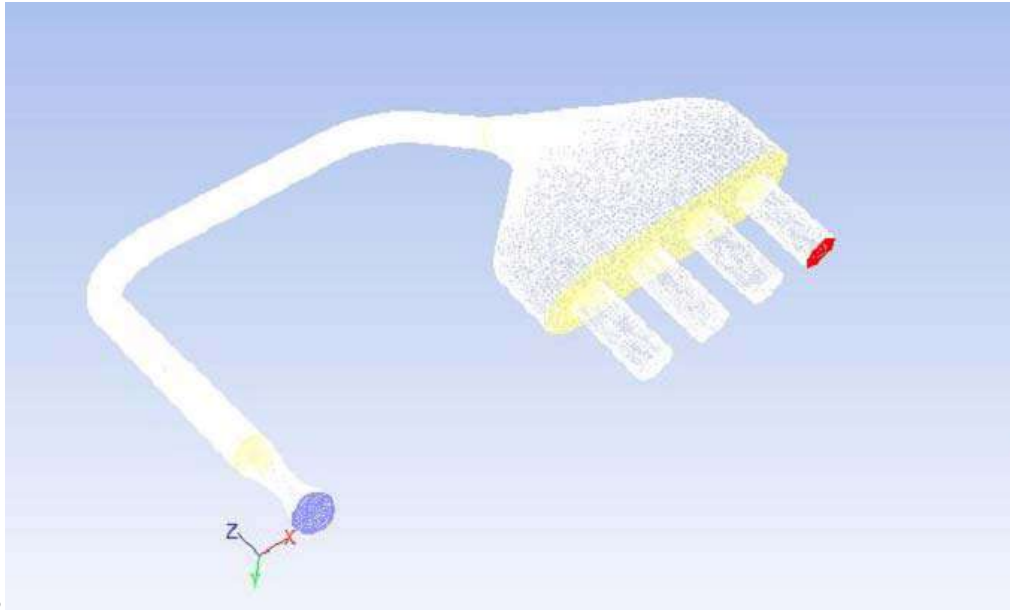
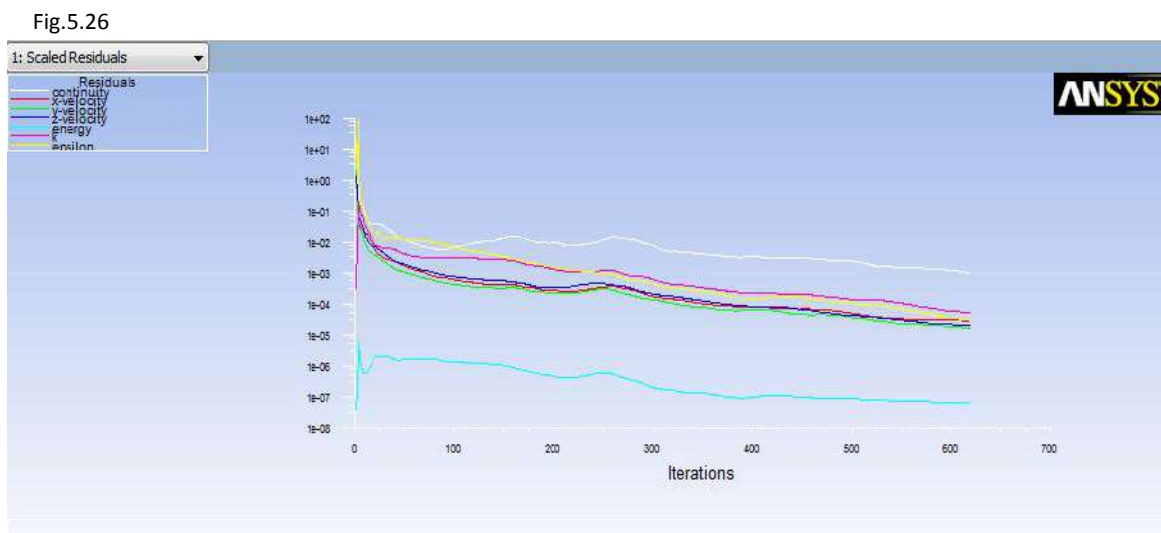


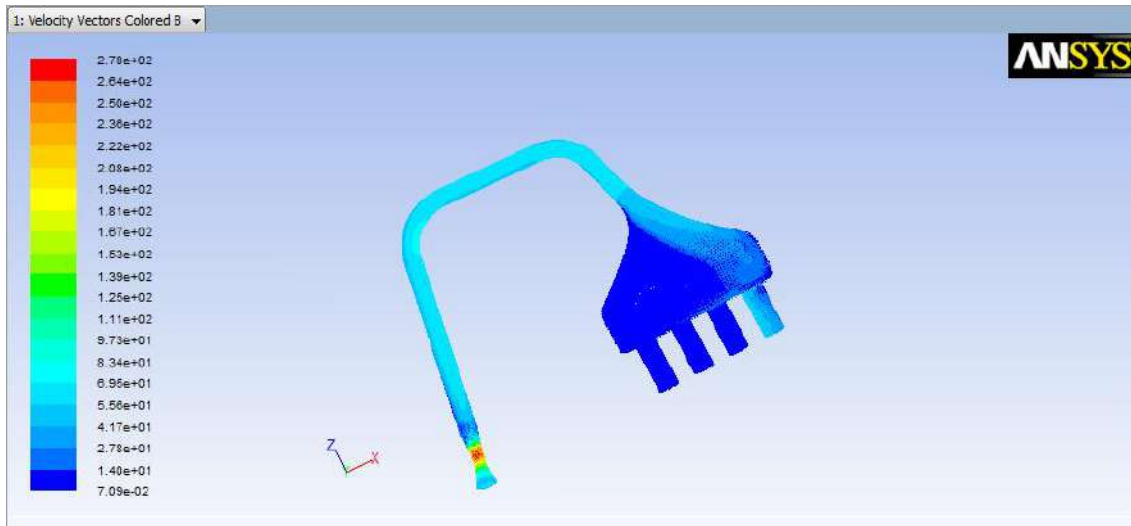
Fig.5.25

La convergenza di ha dopo 618 iterazioni:



L'andamento della velocità è mostrato in figura 5.27:

Fig.5.27



I valori di velocità minima e massima sono:

$$v_{min} = 0.07091954 \text{ m/s}$$

$$v_{max} = 277.8197 \text{ m/s}$$

I valori di portata forniti sono invece:

Mass Flow Rate	(kg/s)
inlet	0.066019915
Mass Flow Rate	(kg/s)
outcil4	-0.066018388
Mass Flow Rate	(kg/s)
inlet	0.066019915
outcil4	-0.066018388
Net	1.5284968e-06

Fig.5.28

Quindi il valore della portata nella sezione d'uscita del quarto cilindro è:

$$\dot{m}_{OUTLET4} = 0.066018388 \frac{Kg}{s}$$

### 5.3 Presentazione software di morphing per analisi interazione fluido-struttura

Fino ad ora sono stati studiati due tipi di Airbox distinti il cui modello rimane tale dalla progettazione CAD fino all'analisi fluidodinamica. Questo ha messo in evidenza come uno studio fluidodinamico sia fondamentale per la realizzazione del design ottimale del modello, ma ha anche messo in evidenza come diventi oneroso il lavoro richiesto nel momento in cui siano necessari dei cambiamenti della forma.

L'RBF Morph è un'applicazione del Fluent che permette di modificare e ottimizzare la forma del modello partendo direttamente dal modello meshato indipendentemente dalla forma dell'elemento di *mesh* utilizzato. La *mesh* originale non cambia dal punto di vista dagli elementi, ma partendo da questa posso applicare dei movimenti alla superficie della struttura stessa o al volume circostante che permettono di modificare la forma del modello. Quindi in seguito a questi movimenti la *mesh* viene distorta. Quindi poiché questa è derivata dall'originale non ci saranno infinite possibilità di modifica, ma solo quelle permesse fintanto che la *mesh* originale non sia distorta a tal punto da creare singolarità come volumi negativi.

Tale modifica può essere applicata sia a superfici che a volumi, e la modifica può essere realizzata applicando vari tipi di movimento: se il volume è semplice da un punto di vista geometrico, come per esempio un cubo, il movimento lo posso applicare definendo lo spostamento voluto per le varie facce, se invece devo modificare una superficie geometricamente complessa posso pensare di agire andando a modificare una parte di volume che è a contatto con tale superficie, e che essendo arbitraria sceglierò geometricamente semplice, che modificherà anche la superficie di partenza.

## Matematica dell'RBF Morph

Per produrre la modifica della *mesh* viene usato un sistema di funzioni a basi radiali (RBF) che crea la soluzione a partire da alcuni punti sorgente scelti nel modello.

Viene scelto un sistema radiale perché questo è in grado di interpolare in ogni punto dello spazio una funzione definita a partire da un numero di punti discreto dando il valore originale nei punti sorgente.

La funzione radiale è comunque sempre accompagnata da una funzione polinomiale che funge da termine correttivo per garantire la compatibilità per un moto rigido. Delle tipiche funzioni radiali sono date dalla tabella 1.

*Table1: radial basis functions.*

<b>Radial Basis Function</b>	$\phi(r)$
Spline type ( $R_n$ )	$ r ^n$ , n odd
Thin plate spline ( $TPS_n$ )	$ r ^n \log r $ , n even
Multiquadric(MQ)	$\sqrt{1+r^2}$
Inverse multiquadric (IMQ)	$\frac{1}{\sqrt{1+r^2}}$
Inverse quadratic (IQ)	$\frac{1}{1+r^2}$
Gaussian (GS)	$e^{-r^2}$

Come viene spiegato in seguito in dettaglio è necessario un sistema di equazioni di numero pari ai punti sorgente introdotti per trovare i coefficienti. Una volta che questi coefficienti sono stati calcolati è possibile definire il movimento di un punto interno o esterno al dominio come somma del contributo radiale di ogni punto sorgente più un eventuale contributo polinomiale.

Una possibile funzione interpolante può essere espressa da:

$$s(x) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \phi(\|x - x_i\|) + h(x)$$

Dove il grado del polinomio è scelto in base alla funzione radiale adottata, e il peso del polinomio può essere scelto in modo tale che si annulli in corrispondenza dei punti sorgente

la dove la funzione radiale fornisce un valore esatto. Se la funzione radiale è definita positiva e di ordine minore di 2, un polinomio possibile può essere:

$$h(x) = \beta + \beta_1x + \beta_2y + \beta_3z$$

Il valore dei coefficienti  $\gamma$  e  $\beta$  può essere infine calcolato risolvendo la matrice:

$$\begin{pmatrix} M & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \\ 0 \end{pmatrix}$$

dove  $g$  sono i valori dei punti sorgente,  $M$  è la matrice di interpolazione definita calcolando tutte le interazioni radiali tra i punti sorgente:

$$M_{ij} = \phi \left( \|x_{k_i} - x_{k_j}\| \right) \quad 1 \leq i \quad j \leq N$$

e  $P$  è la matrice delle coordinate dei vari punti sorgente.

#### 5.4 Campagna di simulazioni pianificate per l'ottimizzazione

L'analisi fluidodinamica del modello di partenza aveva fornito i seguenti valori di portata per i vari cilindri:

	$\dot{m}_{out}$
Cilindro1	0.065840594 Kg/s
Cilindro2	0.065717146 Kg/s
Cilindro3	0.065753236 Kg/s
Cilindro 4	0.066018388 Kg/s

Come si nota il quarto cilindro ha un valore piuttosto differente dagli altri. Il fine dell'utilizzo del RBF Morph è quello di ottenere per i vari cilindri un valore più simile possibile.

Da un'analisi del modello di partenza si vede che l'elemento che influenza maggiormente il flusso e quindi il valore della portata è l'elemento Box, e quindi è qui che saranno apportate le modifiche per l'ottimizzazione.

L'idea è quella di isolare l'elemento box all'interno di un certo dominio che includa questo e parte dell'ambiente circostante. A questo nel volume all'interno del dominio ma al di fuori del box viene creato un certo elemento che in questo caso è un cilindro e a questo viene imposto un certo movimento.

Il movimento del cilindro causerà il movimento di tutto il dominio e di conseguenza anche del modello, il cui risultato sarà un diverso profilo.

Vediamo come fare.

Sotto *Define* troviamo il comando per azionare l'RBF Morph.

Avendo deciso di modificare solo il Box può essere creato un dominio intorno a questo volume in modo che l'azione del Morph agisca solo in tale spazio. Questo può essere fatto attraverso il comando *Encaps* che permette di scegliere la forma geometrica per selezionare il volume desiderato e la funzione che questo volume deve svolgere, in questo caso di dominio (Fig.5.29).

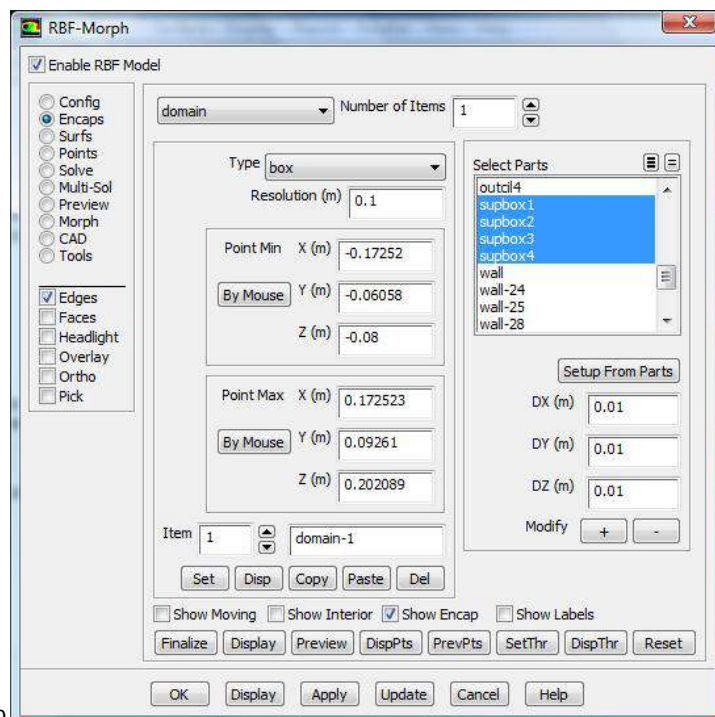


Fig.5.29

Posso definire la posizione del dominio andando a selezionare le coordinate dei punti di questa oppure, come in questo caso, andando a selezionare le superfici che compongono il

Box e cliccando su *Setup From Parts*. Se voglio ampliare questo dominio posso utilizzare il comando *Modify*. A questo punto il dominio è definito (Fig.5.30).

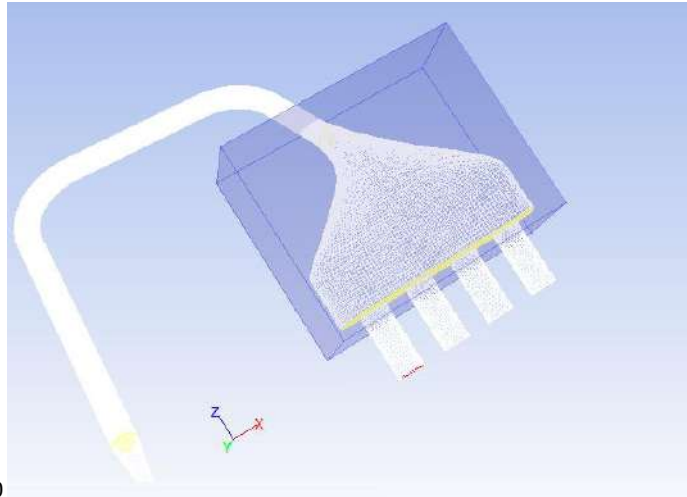


Fig.5.30

Non mi servono tanti punti sorgenti in questo dominio perché come si vedrà non sarà questo che contribuirà alla modifica del Box, allora metto una risoluzione tale da averne solo ai vertici (Fig.5.31).

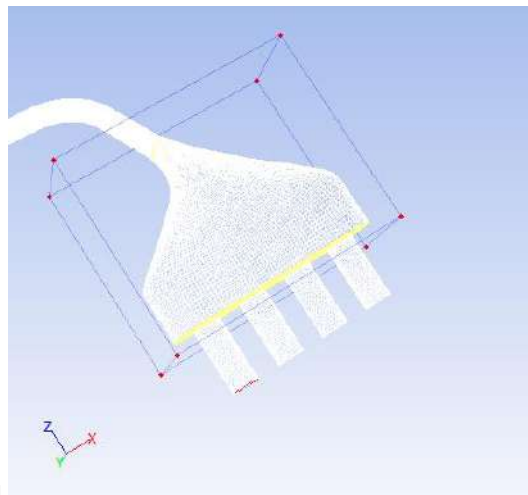


Fig.5.31

Ora devo specificare quelle superfici appartenenti al Box che non voglio che vengano modificate e in particolare l'ingresso e la sezione d'uscita di questo. Sotto il comando *Surf*



seleziono quindi queste superfici e sotto la voce *Set M* lascio le condizioni di default in modo da imporre un movimento nullo (Fig.5.32a-b).

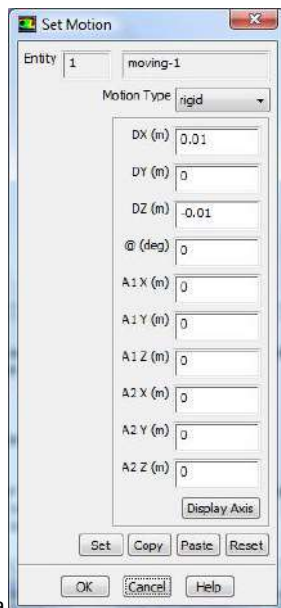


Fig.5.32-a



Fig.5.32-b

Ora bisogna decidere come fare per realizzare la modifica della forma. Guardando il Box quello che potrebbe condizionare i valori fluidodinamici e quindi la portata è la modifica dei raccordi laterali dell'Airbox e per fare questo posso pensare di creare un volume cilindrico, sempre all'interno del dominio, con un certo numero di punti sorgente, al quale imporrò un movimento che lo faccia avvicinare al raccordo. Lo spostamento di questo cilindro avrà lo stesso effetto di un punzone che agisce sul raccordo e quindi modificherà il modello.

Per realizzare il cilindro utilizzo il comando *Encaps* seleziono l'elemento cilindro e gli assegno la funzione *moving*. Definisco la posizione iniziale del cilindro assegnando le coordinate dell'asse di questo, e ne definisco anche il raggio (Fig.5.33).

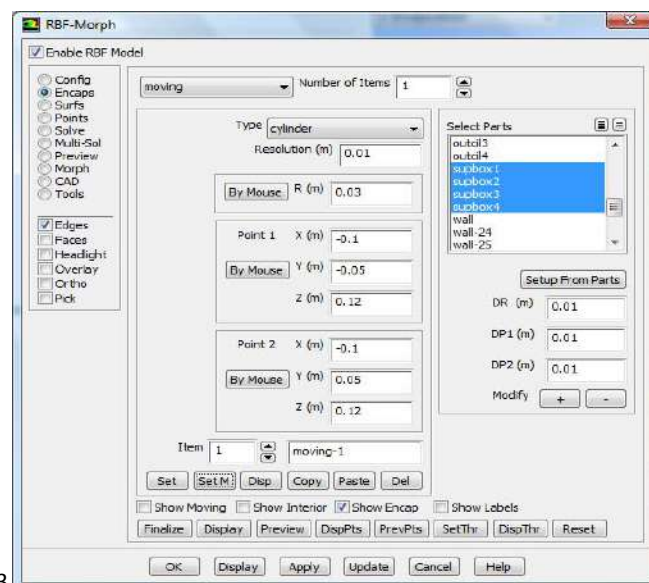


Fig.5.33

Sotto *Set M* definisco il movimento che gli voglio imporre. A questo punto posso vedere il cilindro, e attraverso il comando *Preview* posso vedere dove si troverà dopo lo spostamento che gli ho imposto (Fig. 5.34a-b).

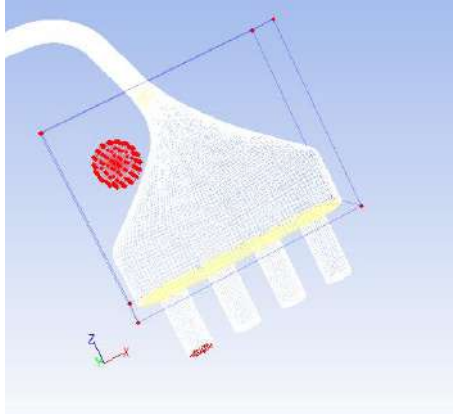


Fig.5.34a

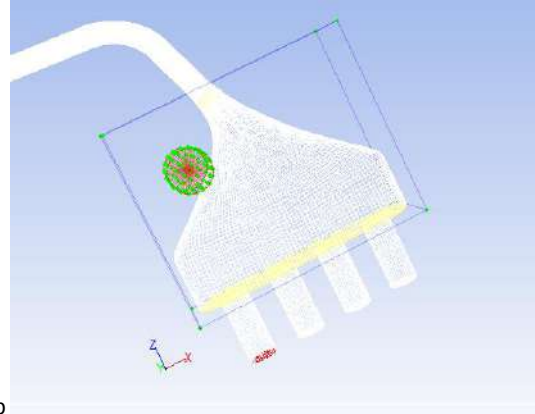


Fig.5.34b

A questo punto seleziono la voce *Solve* e sotto questa clicco sul comando *Source Points*; a questo punto il comando *Solution* diventa attivo e posso calcolare la soluzione. Se lo spostamento che ho imposto va bene non si riscontrano errori in questo passaggio.

Lo spostamento che ho imposto al cilindro non produce una modifica unica nel modello perché sotto il comando *Amplification* posso assegnare un valore numerico che amplifica l'effetto di tale spostamento e che di conseguenza crea una modifica maggiore. Prima di passare alla modifica vera e propria sotto la voce *Preview* posso vedere l'effetto di diverse amplificazioni. Una volta valutata l'amplificazione più conveniente si può procedere con la modifica del modello.

In questo caso devo modificare entrambi i raccordi, quindi salvo questa soluzione e effettuo lo stesso procedimento per l'altro raccordo. Costruisco quindi un nuovo cilindro dall'altra parte e gli impongo lo stesso movimento stavolta nella direzione opposta (Fig.5.35).

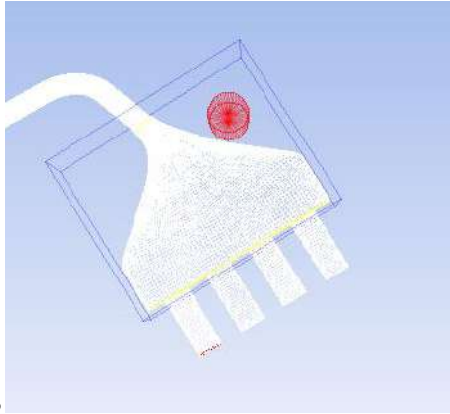


Fig.5.35

Ora che ho le due soluzioni posso modificare il modello e procedere con la simulazione. Prima di fare questo devo specificare che devo applicare tutte e due le soluzioni e quindi sotto il comando *Multisolve* specifico le due soluzioni con il valore di amplificazione voluto (Fig.5.36).

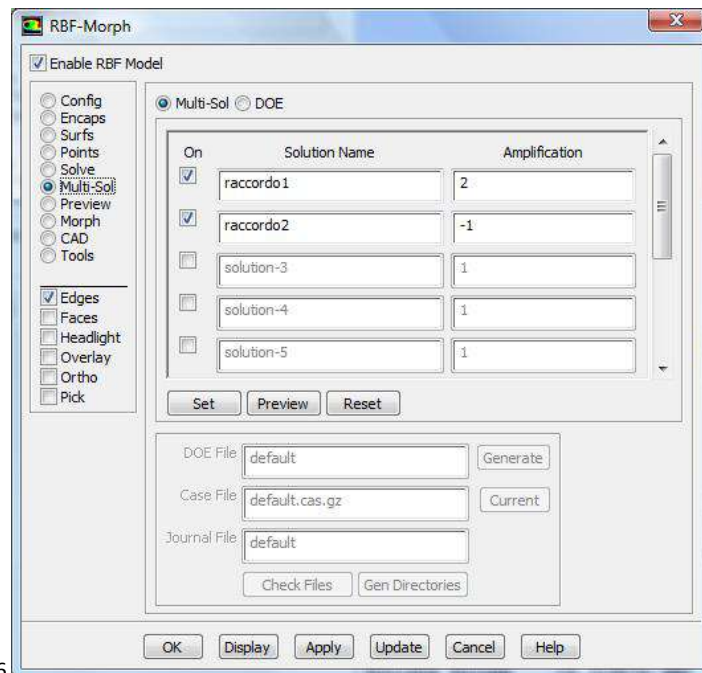


Fig.5.36

Infine con il comando *Morph*, all'interno del quale viene riportata la funzione *Multisolve*, modifico il modello (Fig.5.37).

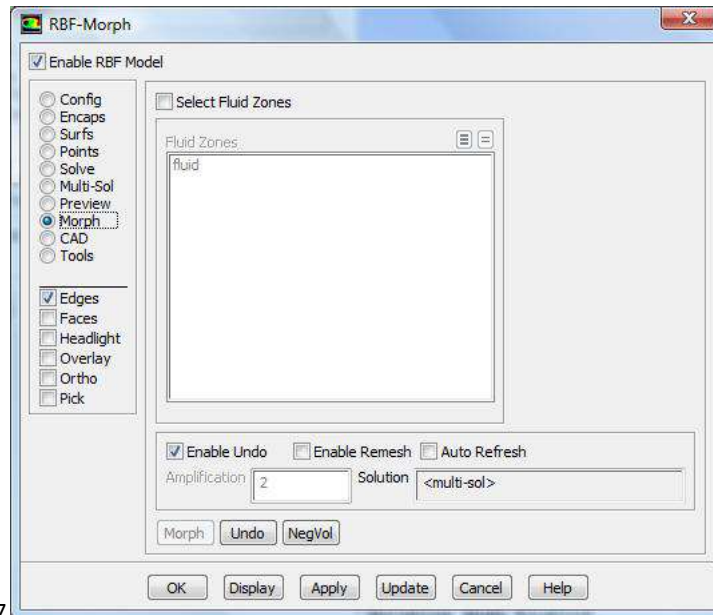


Fig.5.37

Ho modificato l’Airbox dalla forma iniziale a quella morphata. Per passare da una all’altra però ho infinite possibilità per ognuno dei due raccordi. Per trovare la soluzione ottima cioè io posso decidere di considerare un certo numero di livelli di modifica intermedi per ogni raccordo, di combinarli tra loro e di analizzare fluidodinamicamente tutte le combinazioni.

Vedendo con il comando *Preview* l’effetto delle varie amplificazioni si nota che un’amplificazione troppo accentuata non potrà portare dei miglioramenti quindi dopo un’analisi di questo tipo decido di modificare ogni raccordo tra i valori di amplificazione -1 e 1 attraverso 5 passaggi. Questo procedimento viene fatto per entrambi i raccordi (Fig.5.38, Fig.5.39); le simulazioni vengono fatte combinando le 5 modifiche di ognuno dei due raccordi e quindi alla fine queste saranno 25.

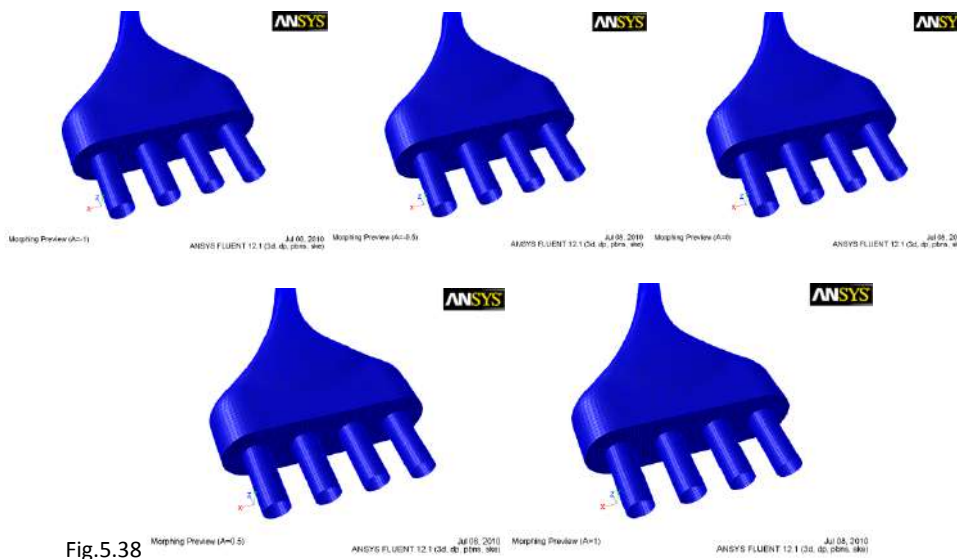


Fig.5.38

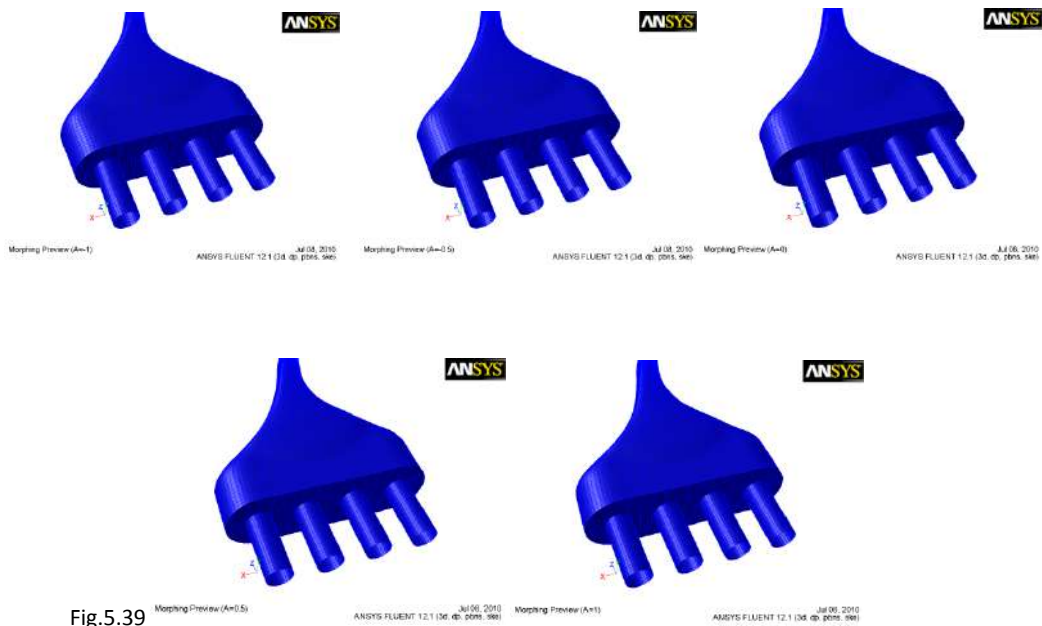


Fig.5.39

Nelle figure 5.38 e 5.39 vengono riportati successivamente i raccordi 1 e 2 con un fattore di amplificazione che va dal valore -1 al valore 1.

A questo punto si procede con le 25 simulazioni.

### 5.5 Analisi dei risultati

I risultati delle simulazioni sono riportati nelle tabelle 2 e 3. Nella tabella 2 ci sono i valori delle portate all'uscita dai 4 runner in corrispondenza della combinazione delle amplificazioni considerata. In tabella 3 vengono invece riportati il valore medio della portata (media dei valori dei 4 runner) e il valore medio delle differenze percentuali rispetto alla portata media per ogni configurazione.

Tabella 2

	Raccordo 1	Raccordo2	Runner1 (Kg/s)	Runner2 (Kg/s)	Runner3 (Kg/s)	Runner4 (Kg/s)
1	-1	-1	0.06582	0.06569	0.06567	0.06602
2	-0.5	-1	0.06583	0.06571	0.06568	0.06603
3	0	-1	0.06584	0.06571	0.06569	0.06603
4	0.5	-1	0.06587	0.06573	0.06571	0.06604
5	1	-1	0.06591	0.06575	0.06572	0.06605
7	-0.5	-0.5	0.06584	0.06569	0.06568	0.06602
8	0	-0.5	0.06584	0.06572	0.06571	0.06602
9	0.5	-0.5	0.06586	0.06573	0.06572	0.06603
10	1	-0.5	0.06590	0.06574	0.06571	0.06604
11	-1	0	0.06583	0.06569	0.06568	0.06601
12	-0.5	0	0.06583	0.06570	0.06570	0.06601
13	0	0	0.06584	0.06571	0.06573	0.06603
14	0.5	0	0.06586	0.06573	0.06573	0.06602
15	1	0	0.06590	0.06575	0.06571	0.06603
16	-1	0.5	0.06582	0.06567	0.06568	0.06601
17	-0.5	0.5	0.06583	0.06568	0.06569	0.06600
18	0	0.5	0.06584	0.06570	0.06571	0.06600
19	0.5	0.5	0.06586	0.06570	0.06570	0.06601
20	1	0.5	0.06590	0.06574	0.06571	0.06603
21	-1	1	0.06582	0.06568	0.06567	0.06600
22	-0.5	1	0.06582	0.06568	0.06567	0.06599
23	0	1	0.06584	0.06569	0.06567	0.06600
24	0.5	1	0.06586	0.06571	0.06567	0.06601
25	1	1	0.06589	0.06574	0.06572	0.06602

Tabella 3

	Portata media (Kg/s)	Differenza % media
1	0.06580	0.33797
2	0.06581	0.32761
3	0.06582	0.32400
4	0.06584	0.30399
5	0.06586	0.29339
7	0.06581	0.32546
8	0.06582	0.29933
9	0.06584	0.30162
10	0.06585	0.29540
11	0.06580	0.31971
12	0.06581	0.30328
13	0.06583	0.31040
14	0.06584	0.28283
15	0.06585	0.28078
16	0.06579	0.32286
17	0.06580	0.30517
18	0.06581	0.29026
19	0.06582	0.28870
20	0.06584	0.28391
21	0.06579	0.31098
22	0.06579	0.30679
23	0.06580	0.30401
24	0.06581	0.29852
25	0.06584	0.27643

Come si nota nelle due tabelle manca la combinazione (-1;-0.5) in quanto questo tipo di amplificazione produce volumi negativi, quindi il modello non può essere morphato in questa configurazione e di conseguenza non può essere simulata.

A questo punto possono essere analizzati i risultati forniti dalle simulazioni per scegliere la condizione ottimale.

La condizione ottimale può essere ottenuta utilizzando la risposta fornita da un diagramma costruito sempre con il metodo delle RBF. Questa volta si sceglie come funzione radiale una cubica ( $\phi(r) = r^3$ ) e come dati iniziale quelli forniti dalle simulazioni. I dati forniti da questo sistema possono essere rappresentati in un diagramma che permette di ottenere il punto ottimale.

Nelle figure 5.40, 5.41, 5.42, dove in ascissa è riportata la portata in massa media e in ordinata la differenza in percentuale media, sono evidenziate diverse situazioni:

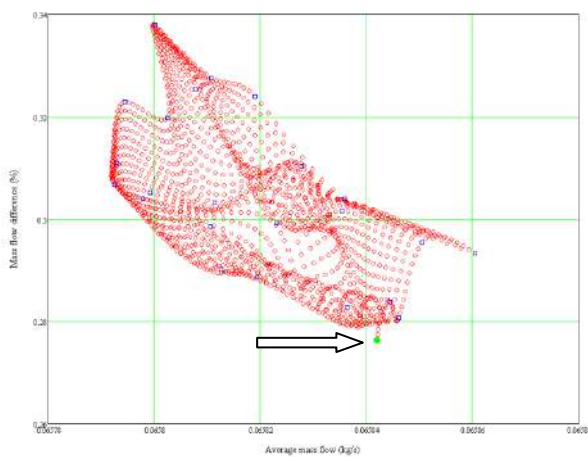


Fig.5.40

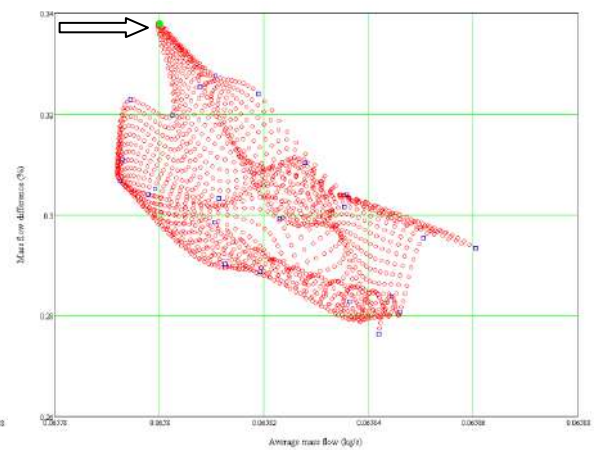


Fig.5.41

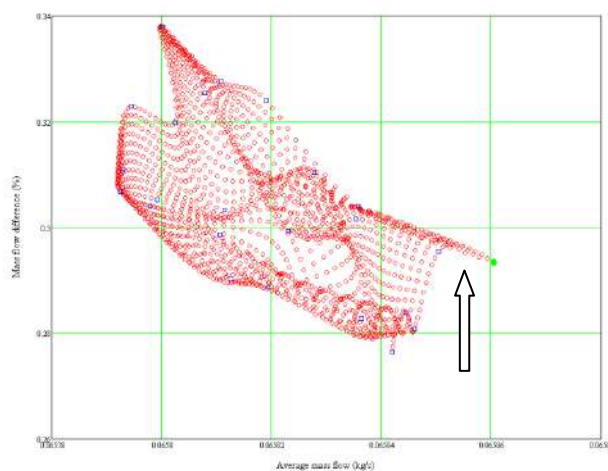


Fig.5.42

Nella figura 5.40 è evidenziato il punto dove si ha il minor sbilanciamento di portata tra i vari cilindri, in figura 5.41 quello dove si ha il massimo sbilanciamento tra i cilindri e un valore di portata medio piuttosto basso, infine in figura 5.42 quello dove si ha la portata media massima e dove lo sbilanciamento non è minimo ma comunque basso.

La condizione ottimale scelta sarà pertanto quella che corrisponde a portata massima anche se lo sbilanciamento per tale condizione non è quello minore possibile. Tale condizione corrisponde ad avere per il Raccordo1 un'amplificazione pari a 1 e per il Raccordo2 una pari a -1.

Tale situazione è anche evidenziata nei grafici che rappresentano il peso della portata media e della differenza percentuale media sui due raccordi (Fig.5.43 a-b, Fig.5.44 a-b):

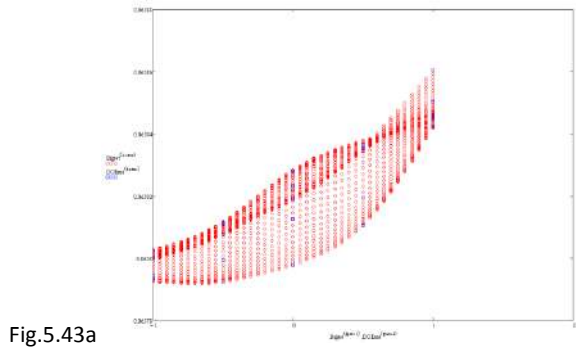


Fig.5.43a

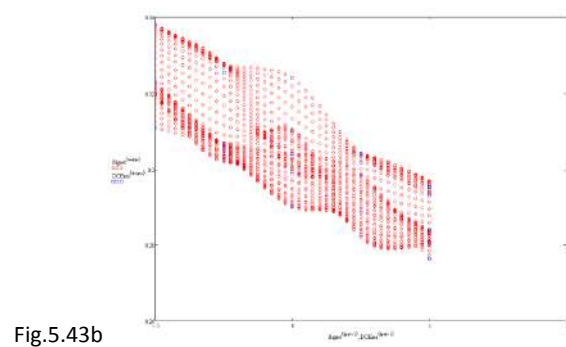


Fig.5.43b

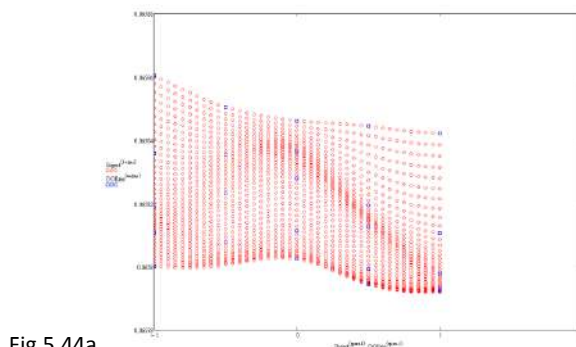


Fig.5.44a

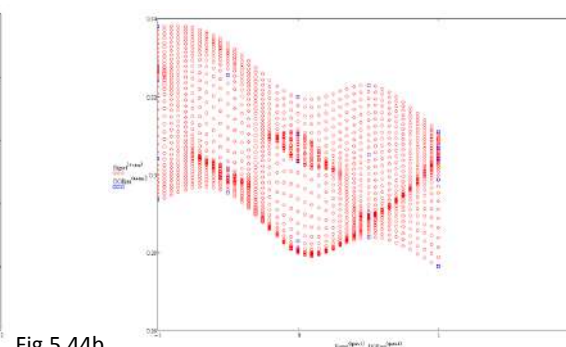


Fig.5.44b

Quindi il modello finale verrà realizzato applicando un'amplificazione pari a 1 per il Raccordo1 e -1 per il Raccordo2 (Fig.5.45, Fig.5.46).



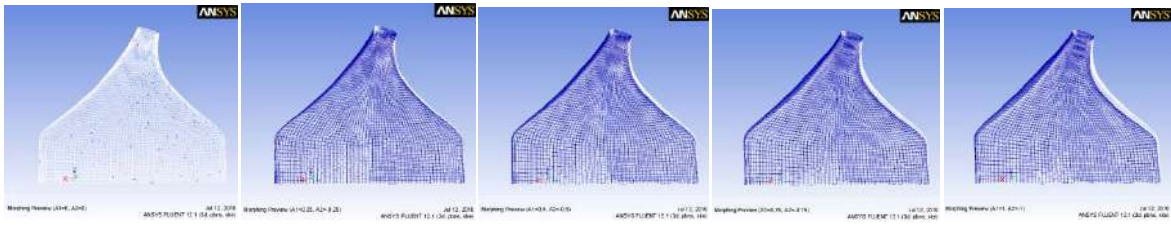
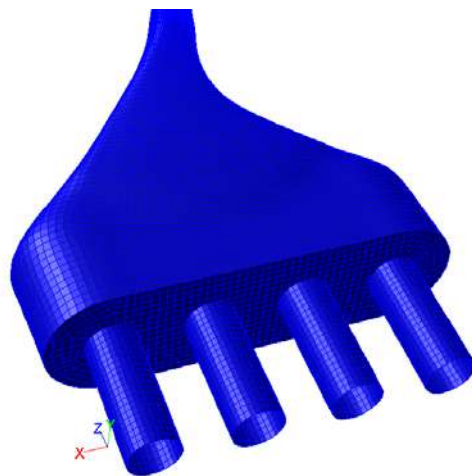


Fig.5.45



Morphing Preview (A1=1, A2=-1)  
Fig.5.46

Jul 08, 2010  
ANSYS FLUENT 12.1 (3d, dp, pbns, ske)

Tale modello come visto dalle simulazioni fornisce quindi i valori di portata:

$$\dot{m}_{runner1} = 0.06591 \frac{Kg}{s}$$

$$\dot{m}_{runner2} = 0.06575 \frac{Kg}{s}$$

$$\dot{m}_{runner3} = 0.06572 \frac{Kg}{s}$$

$$\dot{m}_{runner4} = 0.06605 \frac{Kg}{s}$$

## 5.6 Conclusioni

Obiettivo della tesi era, partendo dall'analisi dell'Airbox della vettura dello scorso anno che non aveva fornito buoni risultati, la realizzazione di un nuovo Airbox per la vettura di quest'anno.

La vettura dello scorso anno aveva presentato dei problemi durante i test in pista tanto che questi non sono stati effettuati con successo in quanto la vettura si è fermata. Una prima analisi qualitativa aveva mostrato le diverse condizioni operative delle due candele, e da qui l'esigenza di realizzare un nuovo Airbox. L'analisi fluidodinamica di tale Airbox condotta all'inizio della tesi ha confermato questi dati.

Il passo successivo è stato quindi la progettazione di un nuovo Airbox volta soprattutto a realizzare una più uniforme distribuzione della portata e possibilmente un aumento di quest'ultima. Il nuovo Airbox e la sua ottimizzazione ha quindi fornito tale risultato. L'utilizzo dell'RBF Morph ha infatti portato allo sviluppo del modello finale dove si riscontrano dei miglioramenti, anche se piccoli, in termini di aumento della portata e di diminuzione dello sbilanciamento dei 4 runner.

Per quanto riguarda la validazione dei risultati ottenuti, è stato realizzato il nuovo Airbox nella configurazione precedente a quella ottimizzata. Tale Airbox è stato montato sulla vettura di quest'anno e sono stati effettuati dei test in pista. Alla fine di questi test le candele hanno mostrato una distribuzione più uniforme della portata in quanto presentavano una medesima colorazione. Inoltre i piloti hanno evidenziato una migliore risposta del propulsore rispetto all'Airbox precedente.

Per quanto riguarda possibili sviluppi futuri, un risultato importante evidenziato dall'ottimizzazione con l'RBF Morph è che un'ulteriore modifica dei raccordi dovrà essere fatta nell'intorno del valore di amplificazione risultato il migliore tra i casi studiati, cioè (1,-1).

## Bibliografia

- [1] Ansys Fluent web portal: [www.ansys.com](http://www.ansys.com)
- [2] Biancolini M.E., Abbasciato E., *Industrial application of the Meshless Morpher RBF Morph to a FSAE Car Airbox optimization*, 2009
- [3] Biancolini M.E., Marini V., *Shape optimisation tools for CFD analysis: RBF Morph, Ansys Fluent and modeFRONTIER*, 2009
- [4] Biancolini M.E., *RBF Morph: a fast meshless morpher for Fluent*, presented at the EnginSoft International Conference 1-2 October 2009, Bergamo
- [5] Ferrari G., *Motori a Combustione Interna*, 1992
- [6] Ferziger J.H., Peric M., *Computational Methods for Fluids Dynamics*, 2001
- [7] Fluent Inc, *Fluent version 6.0 Manuals*, 2002
- [8] Fluent Inc, *Gambit version 2.0 Manuals*, 2002
- [9] Formula sae web portal: [students.sae.org/competitions/formulaseries](http://students.sae.org/competitions/formulaseries)
- [10] Heywood, John B., *Internal Combustion Engine Fundamentals*, 1988
- [11] RBF Morph web portal: [www.rbf-morph.com](http://www.rbf-morph.com)
- [12] Sabetta F., *Gasdinamica*, 2001