

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA TOR VERGATA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

A.A. 2017/2018

Tesi di Laurea

Ottimizzazione di forma strutturale B.G.M. alla radice di pale di turbine termiche

RELATORE

CANDIDATO

Prof. Marco Evangelos Biancolini

CORRELATORE

Dott. Stefano Porziani

Simone Putzu

A mia nonna Caterina

Indice

Ringraziamenti							
Introduzione							
1 Strumenti			i	5			
	1.1	Sistem	ni CAE	5			
		1.1.1	Premessa	5			
		1.1.2	Dal modello geometrico al modello matematico	7			
		1.1.3	Il ruolo del CAE nell'ottimizzazione strutturale $\ .\ .\ .\ .$.	9			
		1.1.4	Il CAD Space Claim	11			
		1.1.5	Strumenti di ricostruzione delle geometrie	15			
	1.2	Metod	lo FEM	21			
		1.2.1	Premessa	21			
		1.2.2	Soluzione numerica di sistemi di equazioni	21			
		1.2.3	Analisi statica	26			
		1.2.4	Metodo delle forze e metodo degli spostamenti	30			
		1.2.5	Formulazione generale FEM	32			
		1.2.6	Stima della bontá della discretizzazione	35			
	1.3	L'amb	piente integrato di simulazione Ansys	36			
		1.3.1	Introduzione	36			

		1.3.2	Analisi statica	37	
	1.4	Mesh morphing			
		1.4.1	RBF Morph	43	
	1.5	Submodelling			
2	Cas	o di st	udio	53	
	2.1	 2.1 Fatica nelle turbomacchine			
	2.2				
		2.2.1	Metodi di ottimizzazione strutturale	57	
		2.2.2	Introduzione al BGM	59	
		2.2.3	Trattazione matematica del metodo	63	
		2.2.4	Il BGM implementato in RBF Morph	68	
	2.3	3 Lavori di partenza		72	
		2.3.1	Ridurre concentrazione di tensione con mesh morphing su una		
			pala di turbina	72	
		2.3.2	Ridurre concentrazione di tensione su una pala di turbina tra-		
			mite local sculpting approach	78	
3	Ot	timizza	azioni	81	
3.1 Modello FEM		lo FEM	81		
		3.1.1	Geometria della pala	81	
		3.1.2	Condizioni di carico	82	
		3.1.3	Scelta elementi della mesh	84	
		3.1.4	Studio convergenza della mesh	85	
		3.1.5	Sottomodello	90	
	3.2	Workflow generale ottimizzazioni			

		3.2.1	Ottimizzazioni hotspot	99				
4	Risı	Risultati ottimizzazioni						
	4.1	Geome	etrie ottimizzate al BGM	110				
	4.2	4.2 Ottimizzazioni alternative						
		4.2.1	Senza submodelling	123				
		4.2.2	Manuale	127				
		4.2.3	Risultati	132				
5	5 Conclusioni e Sviluppi futuri							
\mathbf{El}	Elenco delle figure							
Bi	Bibliografia							

Ringraziamenti

"Rigrazio la mia famiglia e i miei amici, che mi hanno supportato nel raggiungimento di questo obiettivo.

Ringrazio il mio relatore M. E. Biancolini e il correlatore S. Porziani, per la pazienza e la disponibilitá ricevuta."

Introduzione

Il lavoro sviluppato propone un'ottimizzazione strutturale di forma alla radice di pale di turbine termiche assiali in ambiente F.E.M. (Finite Element Method).

L'algoritmo utilizzato è il *Biological Growth Method* (B.G.M.) e l'obiettivo è quello di ridurre l'azione dello stato di tensione sul raccordo alla base della pala, in modo automatico e semiautomatico, con lo sforzo di aumentare i cicli di fatica dei suddetti componenti di utilizzo industriale.

L'ottimizzazione strutturale non prevede una sintesi morfologica della zona palare di interazione fluido-pala, la quale richiede un perfezionamento di natura fluidodinamica per lo svergolamento della sezione del componente nello spazio.

Il *Biological Growth Method* è un metodo migliorativo di forma basato sull'emulazione della crescita di strutture biologiche (alberi ed ossa). La sagoma degli elementi, che compongono un modello di interesse, viene aggiornata senza alterarne la topologia imposta dalla geometria iniziale.

Il procedimento consente di effettuare ottimizzazioni di forma in 2D e 3D, permettendo di ridurre la tensione¹ nei punti piú critici e cerca di costruire superfici isotensionali. Il B.G.M. per essere applicato necessita di un codice commerciale agli elementi finiti per ammettere il calcolo dello stato tensionale ed il campo di spostamenti congruente

¹in questa analisi la tensione di riferimento è la tensione principale massima, ma durante il resto del testo si fará riferimento, con il termine di tensione, anche al funzionale che rappresenti lo stato di tensione triassiale (per esempio la tensione equivalente di Von Mises).

di modelli elastici. Il criterio di ottimizzazione, anche se mono-obiettivo, tende a favorire le riduzioni di peso e di materiale nelle strutture perfezionate rispetto a quelle originali.

Il fallimento di strutture meccaniche nelle condizioni di funzionamento, come potrebbe essere nel caso di riferimento, è spesso dovuto a problemi dovuti a carichi affaticanti. L'obiettivo dei *designer* dovrebbe allora essere quello di cambiare in modo sistematico la posizione dei nodi del modello F.E.M. in modo che non ci siano *hotspot*² particolarmente pericolosi.

L'algoritmo, se applicato brutalmente senza essere guidato, si sposa perfettamente con l'arte dell' *Additive Manufacturing*, ma si scontra con le esigenze delle lavorazioni convenzionali alle macchine utensili. Infatti, nella maggior parte dei casi industriali, esiste la necessitá di rispettare determinati vincoli di fabbricazione necessari per la realizzazione del pezzo.

Il lavoro è stato condotto in modo tale da ottenere geometrie ottimizzate in ottica di produzione *Additive Manufacturing* e parallelamente, rinunciando all'automazione completa del processo, sono state usate le forme ottenute dal B.G.M. come base per veicolare la costruzione di strutture migliorate con gli strumenti di *Reverse Engineering.* Questo serve a mantenere i vincoli di fabbricazione, solitamente presenti nelle lavorazioni convenzionali.

Uno dei vantaggi del B.G.M. è che puó essere facilmente implementato in un calcolatore in quanto, come tutti i problemi di controllo di ottimo per EDP³, si tratta di raggiungere il minimo o massimo valore del funzionale di riscontro. Da un punto di vista matematico quanto detto puó essere espresso in termini di minimizzazione di un

 $^{^{2}}$ si parla di hotspot di tensione per intendere i punti in cui il valore della tensione è alto rispetto al resto della struttura.

 $^{^3 {\}rm si}$ tratta di un sistema modellato da un problema alle derivate parziali.

funzionale 'J' (nel B.G.M. solitamente è la tensione equivalente di Von Mises) dipendente dalla soluzione di un problema di stato su un insieme di controlli ammissibili U_{ad} .

Bisogna quindi determinare se esiste un controllo $\hat{\mathbf{u}} \in U_{ad}$ tale che:

$$J(\hat{\mathbf{u}}) = \min_{\mathbf{u} \in U_{ad}} J(\mathbf{u}) \tag{0.0.1}$$

dove:

- ✓ **u** è la variabile di controllo appartenente ad un insieme $U_{ad} \subset U$, detto sottoinsieme dei controlli ammissibili;
- $\checkmark~$ U è l'insieme dei controlli.
- Il lavoro è strutturato in questo modo:
 - nel Capitolo 1 sono presentati gli strumenti e le teorie utilizzate per lo svolgimento del lavoro;
 - 2. nel *Capitolo 2* è affrontato il caso di studio di ottimizzazione di forma del raccordo alla base delle palettature partendo da quanto presente in letteratura;
 - nel Capitolo 3 si parla dell'algoritmo, o workflow, per l'applicazione del metodo di ottimizzazione (B.G.M.) e la sua implementazione;
 - 4. nel Capitolo 4 sono proposte le geometrie ottimizzate al B.G.M. ed i risultati;
 - 5. il Capitolo 5 include conclusioni e sviluppi futuri.

Capitolo 1 Strumenti

In questo capitolo vengono presentati gli strumenti e le analisi propedeutiche all'ottimizzazione del raccordo della pala.

1.1 Sistemi CAE

1.1.1 Premessa

In informatica, *Computer Aided Engineering*, spesso abbreviato come CAE e in italiano *ingegneria assistita dal computer*, indica le applicazioni software, che agevolano la risoluzione di problemi tecnologici tramite il calcolo numerico.

In genere, si è soliti definire CAE, l'insieme di hardware e software tramite cui l'ingegnere è facilitato nella sua attivitá di progettazione.

La parte hardware di un sistema CAE, è costituita da:

- unitá di interfaccia con il mondo esterno come tastiera, schermo, ma anche unitá di acquisizione di informazione, come lettori digitali ect;
- unitá per l'elaborazione delle informazioni (CPU);
- unitá per l'archiviazione dei dati.

I sistemi CAE, si avvalgono di software, che comprendono un sistema operativo, compilatori, interpreti e programmi, che consentono alla macchina di scomporre in codice macchina binario un linguaggio ad alto livello introdotto da parte dell'utente che è cosi facilitato all'utilizzo.

In una prima fase del Computer Aided Engineering, sono stati messi a punto sistemi per aiutare l'ingegnere nella progettazione riguardo campi ben specifici. Sono nati infatti codici:

- \checkmark CAD (Computer Aided Design): progettazione assistita al calcolatore;
- ✓ CAM (Computer Aided Manufacturing): produzione di beni di diverso tipo assistita al calcolatore;
- \checkmark ect;

Il problema principale di questi sistemi, consiste nel fatto che le informazioni da questi prodotte non possono essere facilente interpretate o acquisite da altri sistemi CA, rendendo il lavoro dell'ingegnere più lungo per la simulazione del modello. Questo limite, può essere superato con l'utilizzo di sistemi CAE integrati che, a partire da un archivio unico centralizzato, mediante l'utilizzo di diversi moduli, permettono la condivisione e lo scambio di informazioni tra le diverse attivitá. Il grande vantaggio dei sistemi CAE integrati, è quindi, il notevole aumento di produttivitá, redditivitá, ma soprattutto flessibilità nelle analisi eseguibili a fronte peró, di un grande investimento iniziale sia per l'acquisizione dei sistemi che per la formazione del personale, che poi deve essere ammortizzato.

1.1.2 Dal modello geometrico al modello matematico

Le attivitá CAE, partono dal modello matematico del componente. L'astrazione della fisica del problema, dal modello reale al modello matematico, deve essere fatta per rendere disponibile al computer la possibilitá di importare la geometria in codice macchina. Il modello matematico, fornisce una descrizione nello spazio euclideo, dalla quale è possibile ricavare, oltre che le viste e sezioni della geometria e l'eventuale montabilitá dell'assieme, le condizioni cinematiche di funzionamento, le propietá di superficie e di volume del modello.

La cosa che piú interessa l'ambito dell'ottimizzazione strutturale, peró è la possibilitá di effettuare la discretizzazione necessaria per l'analisi strutturale, per esempio nel caso dell'analisi agli elementi finiti, direttamente dal modello 3D.

È importante sottolineare che, non esiste una sola tipologia di descrizione matematica del componente che si intende progettare, ottimizzare, ma se ne possono individuare diverse:

 Wire frame : è la descrizione degli oggetti per mezzo di linee del contorno e degli spigoli, che consente di gestire le diverse viste del modello e la sua rappresentazione 3D risulta trasparente, in modo che sia possibile vedere, anche la parte posteriore dell'oggetto. Lo svantaggio è che non consente l'acquisizione delle informazioni riguardanti le propietá matematiche delle superfici e dei volumi. In sostanza, ogni elemento viene descritto con quello immediatanente piú piccolo dal punto di vista della dimensione (le superfici vengono descritte dai lati, i lati dai punti).

La rappresentazione non risulta valida¹, per cui non puó essere usato se occorre

 $^{^{1}}$ Una rappresentazione si intende valida, quando puó esistere fisicamente. Nel caso del wire frame, la tridimensionalitá è solo un'astrazione del cervello.

interrogare le superfici per conoscerne le equazioni;

2. B-Rep: è la descrizione dei componenti mediante le superfici esterne che li delimitano. Questa è la rappresentazione che tipicamente si utilizza quando è importante visualizzare e maneggiare la geometria del modello, per conoscere propietá come ingombri, caratteristiche fluidodinamiche e altro. Questo tipo di rappresentazione, infatti non consente di estrarre direttamente le propietá di massa e di volume della geometria 3D, ma permette una rappresentazione realistica dell'oggetto nella tridimensionalitá, nascondendo le parti non in vista e rendendo possibile anche effetti di ombreggiatura attraverso l'applicazione di luci in particolari punti.

In questo caso, è possibile interrogare le superfici. Dal punto di vista matematico, si utilizza la tecnica di Bezier, suddividendo l'oggetto in più porzioni: si tratta di descrivere le superfici a partire dalla definizione di alcuni punti di appoggio detti poli. La tecnica di Bezier, non impone il passaggio per suddetti poli, ma fornisce una superfice dall'aspetto regolare con propietá di continuitá semplice, di tangenza e curvatura, ovvero continuitá della funzione e delle sue derivate e quindi di classe C^2 . Esistono altre tecniche di modellazione come quelle di Lagrange o Coons, le quali prevedono il passaggio della superficie per i punti di appoggio e per questo motivo le superfici possono risultare meno regolari rispetto al caso precedente;

3. Solida: è la descrizione dei volumi occupati dagli oggetti. Questa tecnica di modellazione permette quindi, di ricavare in modo automatico tutte le propietá di massa e di volume di interesse. La tecnica di modellazione risulta peró piú complicata, ma anche la piú completa. In questo caso esistono almeno tre procedure tramite cui, ottenere la descrizione solida di un componente:

- La *Constructive Solid Geometry*, dove la rappresentazione dell'oggetto è ottenuta attraverso l'applicazione di leggi booleane a solidi elementari, come somma, sottrazione e intersezione;
- La *Cell Decomposition*, dove il solido è suddiviso in tante celle con un numero arbitrario di facce. Le celle non si devono intersecare tra loro e sono come se fossero appoggiate l'un l'altra in corrispondenza delle facce e poi incollate;
- Lo *Sweep* che consente di ottenere volumi mediante l'applicazione di una legge di movimento, ovvero una traiettoria, ad una superficie nota. Risulta, quindi, particolarmente efficace nel caso si debbano rappresentare modelli di rivoluzione. Applicando, inoltre, una legge di variazione della dimensione della superficie, contestualmente al moto lungo la traiettoria, è possibile, ad esempio, descrivere volumi piú complessi.

Indipendentemente dalla strategia con cui si vuole costruire il prototipo, la visualizzazione della geometria sará in forma approssimata per risparmiare memoria computazionale anche se le equazioni conservate dal software saranno congruenti alla tecnica impiegata.

1.1.3 Il ruolo del CAE nell'ottimizzazione strutturale

Molti sostengono che, non sia possibile ricorrere all'ottimizzazione in ambiente CAE per problemi di rilevante complessitá, ovvero:

• troppe variabili in gioco;

- impossibilitá, nella maggior parte delle applicazioni, di automatizzare il processo;
- onere computazionale eccessivo;
- possibilitá che, l'ottimizzazione vada nella direzione sbagliata.

A prima vista sarebbero tutte cose ragionevoli, se si riferissero alla situazione della simulazione CAE di dieci o piú anni fa, ma non lo sono piú alla luce dell'attuale scenario.

L'aumento delle prestazioni dei sistemi di calcolo ha consentito, negli ultimi anni, di aumentare l'accuratezza ed il grado di fedeltá dei modelli numerici ed inoltre i prodotti CAE, sono ora in grado di garantire qualitá ed affidabilitá crescenti, ad esempio nelle modalitá di generazione delle griglie di calcolo. D'altro canto la competizione sempre piú spinta, la crescente complessitá dei prodotti, obiettivi stringenti di sostenibilitá ambientale ed energetica ed il desiderio di ridurre il time-to-market, stanno spingendo sempre piú le aziende ad adottare la simulazione sin dalle prime fasi della progettazione, spesso considerando simultaneamente una molteplicitá di discipline e la loro mutua interazione. Ció richiede di disporre di sistemi in grado, non solo di integrare una grande varietá di applicativi CAE (commerciali, open source o proprietari), ma anche di poter utilizzare in modo efficace modelli numerici di crescente complessitá e fedeltá, passando dalle fasi iniziali di ideazione, alla progettazione finale di dettaglio. Piattaforme di questo tipo, che consentono l'automazione, l'ottimizzazione multiobiettivo e l'integrazione, con prodotti CAE o proprietari, sono ormai sul mercato da diversi anni. Questi packages forniscono all'utente sistemi per generare complessi workflow, effettuare DOE (Design of Experiment) iniziali e condurre sofisticate analisi di tipo statistico, per determinare le variabili piú significative da considerare. Una grande varietá di algoritmi di ottimizzazione, il supporto alle decisioni (MCDM: Multi-Criteria Decision Making) e potenti strumenti di *data-mining*, costituiscono ulteriori utili caratteristiche di tali prodotti. Questi stessi software, inoltre dispongono di sistemi per la generazione di metamodelli (*Response Surfaces*), che consentono di bypassare i costosi modelli numerici (FEM o CFD) nel corso dell'ottimizzazione, limitando il loro uso perlopiú alla sola fase di validazione. Alcuni di questi sistemi, inoltre, riescono a tener conto dell'incertezza delle variabili, dati geometrici o parametri funzionali, per fornire al progettista soluzioni ottimizzate anche dal punto di vista della loro minor variabilitá.

In definitiva sembra che, l'adozione di sistemi per l'ottimizzazione e l'integrazione in ambito CAE, costituirá sempre piú un fattore decisivo per la crescita e il successo delle imprese capaci di adottare metodologie e strumenti, al passo con l'innovazione del settore.

1.1.4 Il CAD Space Claim

Discovery SpaceClaim è il sistema 3D non parametrico piú facile, veloce e potente, disponibile oggi sul mercato. Ideato per portare la tecnologia tridimensionale a tutti i livelli aziendali e coprire aree di bisogno, che gli altri software non sono in grado di soddisfare.

Fa parte dei sistemi CAD (Computer-Aided Design), cioé di progettazione assistita dall'elaboratore: in questa accezione, la piú comune, CAD indica il settore dell'informatica volto all'utilizzo di tecnologie software e in particolare della computer grafica per supportare l'attivitá di progettazione (design) di manufatti sia virtuali, che reali. I sistemi di Computer Aided Design, hanno come obiettivo la creazione di modelli, soprattutto 3D, del manufatto. Se viene realizzato un modello 3D, esso puó essere utilizzato per calcoli quali analisi statiche, dinamiche e strutturali ed in tal caso si parla di Computer Aided Engineering (CAE), disciplina piú vasta, di cui il CAD costituisce il sottoinsieme di azioni e strumenti, volti alla realizzazione puramente geometrica del modello. Una delle classificazioni principali dei CAD consiste nel suddividerli in:

- CAD parametrico;
- CAD non parametrico (libero o anche diretto).

Un CAD parametrico è un software di progettazione in cui ogni operazione viene espressa attraverso dei parametri, ovvero numeri e formule matematiche. Questi parametri danno origine a dei vincoli (relazioni): per semplicitá, si puó affermare che i vincoli collegano le parti fra loro e impostano delle restrizioni. I vincoli possono essere di due tipi:

- vincoli dimensionali, che riguardano le dimensioni degli oggetti, i valori di lunghezza, ampiezza e raggio possono essere direttamente compilati in una tabella nel CAD;
- 2. *vincoli geometrici*, che collegano la posizione reciproca tra gli oggetti, indicheranno per esempio se due elementi sono paralleli o ortogonali tra loro.

Inoltre, nel CAD parametrico, gli elementi vengono vincolati secondo legami *padre-figlio*: all'elemento padre viene legato un elemento figlio che dipende dal primo e al quale a sua volta possono essere legati altri figli. Dal punto di vista pratico la progettazione sará fatta meno di atti di disegno e piú di calcolo di relazioni fra le parti e inserimento dati. Il piú grande vantaggio del cad parametrico è la velocitá di inserimento di elementi *standard*, o che sono delle variazioni di elementi standard.

Questo perché il CAD parametrico permette di inserire *blocchi* o *celle* predefiniti nei quali la relazione padre-figlio e i vincoli delle parti sono conservate, per esempio esisterá un blocco "cassettiera" nel quale sará possibile variare il numero di cassetti semplicemente modificandolo nella tabella. Un altro vantaggio è quando si devono inserire lavorazioni in quanto, la disponibilitá di una regola parametrica permette al progettista di non inserire una lavorazione per volta ma tutte insieme, per esemplio nel caso di una foratura non si deve inserire un foro per volta, ma si puó inserire semplicemente il numero di fori necessari o la distanza a cui ripeterli. Sará allora il parametrico ad inserire i fori secondo la regola decisa dal progettista.

Nel CAD libero, invece, non è possibile indicare regole, ma sará il progettista a inserire ogni singola lavorazione, come se stesse disegnando a mano.

Il CAD parametrico, peró, ha anche degli svantaggi. In particolare, l'inserimento di un blocco all'interno del software non è gratuita e richiede un modello parametrico che deve essere costruito con regole e vincoli studiati. Se i blocchi (prodotti) variano molto all'interno dell'azienda, o se si lavora in maniera flessibile su commessa singola, questo puó essere una grossa perdita di tempo. Allo stesso modo, avere elementi regolati da vincoli e norme, rende molto lungo il processo di modifica di un blocco, in quanto, una modifica di questi parametri puó causare problemi in cascata non prevedibili a priori.

Nel CAD libero, in modo opposto, non si inizia dall'inserimento di dati e tabelle, ma si parte da uno schermo completamente bianco, come in un foglio di disegno a mano. In questo modo, non si inizia dal singolo elemento a cui se ne collega un altro e cosi via, ma nella *modalitá di disegno libera* si parte dal volume. All'interno del volume, a scendere, si vanno a definire i vari elementi usando gli strumenti del CAD senza, peró, indicare le relazioni e i vincoli fra le parti (simula un pó il disegno a mano libera). Questo significa che il progettista non mette mano alle equazioni che legano le parti fra loro, ma lavora direttamente sulla geometria del progetto. In questo modo, non ci saranno relazioni *padre-figlio* da impostare e ogni elemento ha la stessa gerarchia all'interno dell'assemblaggio.

Ansys SpaceClaim fa parte dei CAD liberi e da questo punto di vista ha il grande vantaggio di essere flessibile nella progettazione, in quanto, il progettista non si deve preoccupare di regole e formule matematiche ma costruisce l'arredo direttamente con gli strumenti del software. Un altro grande vantaggio è che un software CAD libero ha una curva di apprendiento molto più rapida di quello parametrico in quanto risulta più intuitivo.

È doveroso segnalare il fatto che non si deve scegliere necessariamente fra un CAD solo parametrico e un CAD libero. I CAD piú avanzati permettono di unire entrambe le funzionalitá.

La soluzione è non usare il parametrico quando non serve.

Le principali caratteristiche di Ansys Space Claim, sono:

- modellazione pervasiva 3D: lo strumento ricude drasticamente i tempi di produzione, progettazione 3D, reverse engineering, stapa 3D e produzione lamiera;
- progettazione rapida;
- ingegneria inversa;
- comandi intuitivi.

All'apertura si presenta cone mostrato in figura sotto.



Figura 1.1: Interfaccia grafica Space Claim

1.1.5 Strumenti di ricostruzione delle geometrie

Sono qui mostrate tecniche e strumenti di ricostruzione delle geometrie solide a partire da elementi sfaccettati con estensione STL (mesh) che saranno utili per le analisi dei successivi capitoli in quanto sono le tecniche con cui si è ricostruito il profilo del raccordo della paletta ottimizzata, dopo l'esecuzione dell'algoritmo BGM.

A differenza del caso standard in cui la geometria viene costruita da zero o dal caso in cui si va semplicemente a modificare la forma di un parasolido, nel caso di ricostruzione di geometrie ottenute con il BGM tramite il software RBF-Morph, la modellazione della struttura viene fatta a partire da una mesh modificata (ottimizzata). Il file di partenza allora è un STL² da importare nell'ambiente *SpaceClaim*. Una volta importato il file, a partire da questo, si puó generare il solido con diverse tecniche. Le tecniche utilizzate in questo lavoro sono essenzialmente due.

Nel primo caso si utilizza direttamente lo strumento *surface skin* che, da un modello sfaccettato, permette di creare le superfici ed unirle in una sola (o in un solido se le superfici si chiudono). Per usare questo strumento e abbozzare una *patch* di superficie

 $^{^2 {\}rm un}$ file STL, utilizzato nella prototipazione rapida, rappresenta un solido la cui superficie è stata discretizzata in triangoli



Figura 1.2: Surface skin toll

i passaggi sono:

- 1. importare, o creare, la mesh con il comando sfaccettatura;
- 2. selezionare lo strumento *skin surface* nel gruppo *reverse engineering* della scheda strumenti;
- 3. cliccare sulla mesh dove si vuole avviare lo schizzo;
- 4. creare uno schizzo della forma desiderata: per fare questo cliccare una sola volta per creare i punti del bordo interno che possono successivamente essere spostati per aggiustare la forma del bordo. Cliccare due volte per completare il bordo e generare un angolo;
- 5. continuare a creare bordi e angoli;
- 6. chiudere la forma cliccando una sola volta sul punto iniziale;
- 7. la superficie è visualizzata in anteprima ed è possibile trascinare qualsiasi punto presente nello schizzo per aggiustare la forma dello schizzo;
- 8. se occorre ricominciare da capo è sufficente premere ESC e lo schizzo verrá eliminato;



Figura 1.3: Punti 3 e 4



Figura 1.4: Punti 5 e 6

9. cliccare su *complete* per creare la superficie.

Nel secondo caso invece la tecnica consiste nell'utilizzare delle curve di controllo, creare delle superfici piane nel dominio delle curve di controllo e poi usufruire degli strumenti di raccordo delle superfici. In particolare i passaggi sono:

1. importare il file STL ;



Figura 1.5: Punto 9

 creare un *pattern* di piani fitto³ con il comando *modello lineare* in disegno nella cartella *crea* in direzione normale al piano;



Figura 1.6: Punto 2

- tagliare la sfaccettatura con i piani creati cliccando nella casella degli strumenti di reverse engineering sul comando *estrai curve*;
- 4. creare, dentro ogni curva, una superficie piana con il comando riempi in disegno;

 $^{^3\}mathrm{nel}$ caso dell'analisi sono stati presi piani distanti 1 mm



Figura 1.7: Punto 3



Figura 1.8: Punto 4



5. raccordare le superfici con il comando *raccorda superfici* seguendo le curve di controllo.

Figura 1.9: Punto 5

Prima di concludere la sezione è doveroso segnalare il fatto che le superfici potrebbero essere ricostruite anche con una parametrizzazione della geometria, ma questo richiede un CAD parametrico e probabilmente maggiore dispendio di tempo rispetto a quanto fatto che, con un pó di pratica, puó essere fatto in pochi minuti.

1.2 Metodo FEM

1.2.1 Premessa

Il *Metodo Degli Elementi Finiti* vede le sue origini a partire dagli anni 1955-1956 negli articoli scritti da M. J. Tuner, J. H. Argyris e S. Kelsey, ma il primo ad applicare una formulazione agli elementi finiti sembra essere stato, precedentemente, R. Courant nel 1943. Tale denominazione di *Metodo Agli Elementi Finiti* (FEM: finite element method) fu comunque coniata da R. W. Clough.

Si tratta di un modello numerico che consente di approssimare la soluzione di problemi descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali, su domini continui di forma qualsiasi e condizioni al contorno arbitrarie, con il grande vantaggio di ottenere una soluzione anche per problemi che non avrebbero soluzione chiusa se non sotto ristrette ipotesi ma con lo svantaggio di ottenerla in forma numerica approssimata. Risulta quindi di fondamentale importanza una fase di interpretazione dei risultati ottenuti. Il calcolo numerico allora consente di estendere i casi ad analisi che non possono essere risolti analiticamente, con ovvie approssimazioni, ed è il motivo per cui questo criterio sta prendendo sempre piú piede nell'ambiente ingegneristico. Il FEM è alla base dell'*Analisi Agli Elementi Finiti* (FEA) che è una tecnica di simulazione computerizzata impiegata nelle analisi in campo ingegneristico con l'obiettivo di risolvere in forma discreta e approssimata sistemi di equazioni differenziali alle derivate parziali (PDE).

1.2.2 Soluzione numerica di sistemi di equazioni

Un sistema di equazioni lineare puó considerarsi *di grandi dimensioni* quando presenta un numero di equazioni coinvolte superiore a 200. Nel caso di questi sistemi, se la matrice dei coefficenti è $sparsa^4$ possono presentarsi problemi per la loro soluzione, come:

- tempo di esecuzione del calcolo lungo: il tempo di calcolo è tanto minore quanto minore è la banda⁵ della matrice. Infatti se la matrice è del *tipo a banda*, la soluzione sarebbe immediata in quanto in presenza di un sistema triangolare che puó essere risolto in scala a partire dall'ultima equazione direttamente risolvibile;
- approssimazione con bassa precisione della soluzione: piú è elevato il numero di iterazioni e passaggi da compiere per ottenere la soluzione e maggiore sará la propagazione degli errori di approssimazione.

Metodo iterativo di Gauss-Seidel

Permette di risolvere sistemi del tipo:

$$[K]\{x\} = \{F\} \tag{1.2.1}$$

dove:

- [K] è la matrice del sistema;
- $\{x\}$ è il vettore delle incognite;
- $\{F\}$ è il vettore dei termini noti.

Il metodo si basa su un processo di soluzione iterativa a partire da una soluzione di primo tentativo. Dato infatti il sistema 1.2.1, la i-esima equazione che lo compone

 $^{^4}$ si dice sparsa una matrice i cui elementi sono quasi tutti nulli. Si inizia a parlare di matrice sparsa quando il 10% degli elementi sono nulli.

 $^{^{5}}$ una matrice a banda è una matrice sparsa i cui elementi diversi da zero sono tutti posti in una banda diagonale che comprende la diagonale principale e, opzionalmente, una o piú diagonali alla sua destra od alla sua sinistra.

puó essere scritta come:

$$\sum_{j=1}^{i-1} (K_{ii}x_j) + K_{ii}x_i + \sum_{j=i+1}^n (K_{ij}x_j) = F_i$$
(1.2.2)

da cui si ricava:

$$x_i = \frac{1}{K_{ii}} [F_i - \sum_{j=1}^{i-1} (K_{ij} x_j) - \sum_{j=i+1}^n (K_{ij} x_j)]$$
(1.2.3)

se ora si immagina di disporre a secondo membro i valori dei termini x_j ricavati al passo precedente, per esembio $\mathbf{x}^{\mathbf{v}}$, l'ultima equazione rappresenta la stima della nuova soluzione x_i , per esempio $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$. Si procede allora per iterazione, estendendo il procedimento a tutte le incognite facendo variare i da 1 a n (dimensione del problema) per ottenere un vettore soluzione, fino a convergenza che si valuta rispetto alla soluzione ottenuta al passo precedente come:

$$\frac{\left\|\mathbf{x}^{\mathbf{n}} - \mathbf{x}^{\mathbf{v}}\right\|}{\left\|\mathbf{x}^{\mathbf{n}}\right\|} = \epsilon \tag{1.2.4}$$

dove ϵ è un valore piccolo a piacere tramite cui stimare la convergenza della soluzione. I limiti del metodo consistono:

- ✓ nel numero incognito di passi per ottenere la soluzione: il numero di iterazioni non puó essere noto a priori, ma puó solo essere solo stimato, senza troppe pretese, tramite il numero di condizionamento⁶;
- $\checkmark\,$ la convergenza della soluzione non è assicurata e dipende fortemente dalla scelta della soluzione iniziale.

Metodo dell'eliminazione di Gauss

Si basa sull'idea che nei sistemi di equazioni lineari manipolazioni algebriche sulle righe (somma, prodotto ect) del sistema non alterno la soluzione dello stesso.

Il metodo si divide in due parti:

 $^{^{6}}$ Il numero di condizionamento nel calcolo numerico rappresenta il grado di condizionamento di un problema. Esso dipende strettamente dalla norma indotta considerata.

- 1. *Forward:* è la fase in cui la matrice dei coefficenti viene ridotta nella sua forma triangolare superiore;
- 2. *Backward:* la soluzione del sistema è ottenuta risolvendo un'incognita alla volta partendo dall'ultima equazione.

Ovvero una volta ridotto il sistema di equazioni nella forma triangolare:

$$a_{11}x_{1} + a_{12}x_{2} + \dots + a_{1n}x_{n} = b_{1}$$

$$a_{22}x_{2} + \dots + a_{2n}x_{n} = b_{2}$$

$$\vdots$$

$$a_{m}x_{n} = b_{n}$$
(1.2.5)

si calcola la prima incognita:

$$x_n = \frac{b_n}{a_m} \tag{1.2.6}$$

e cosi via dall'ultima alla prima equazione.

Ovviamente il metodo descritto si puó applicare solo se i *pivot* (vale a dire i termini sulla diagonale principale) sono tutti non nulli a mano a mano che si procede. In caso contrario si avrebbe una divisione per zero ed il procedimento si avvierebbe ad una condizione di uscita prevista dal software.

Metodo di decomposizione LU

Consiste nello sfruttare il fatto che una generica matrice quadrata ([A]), a coefficenti reali o complessi puó essere decomposta nel prodotto di due matrici: una triangolare inferiore ([L]: low) e una triangolare superiore ([U]: up).

$$[A] = [L][U] (1.2.7)$$

Se allora [A] è la matrice dei coefficenti di un sistema linare $[A]{x} = {y}$, è possibile operare una decomposizione in modo che una delle due matrici abbia tutti 'uno' sulla diagonale principale in modo che possa essere scritto come:

$$[L][U]\{x\} = \{y\}$$
(1.2.8)

ponendo:

$$\{b\} = [U]\{x\} \tag{1.2.9}$$

otteniamo:

$$[L]\{b\} = \{y\} \tag{1.2.10}$$

il sistema allora puó essere risolto partendo dalla prima equazione, procedendo verso l'ultima. Calcolando quindi **b** dalla 1.2.10, si puó allora calcolare **x** dalla 1.2.9. Se, inoltre, la matrice dei coefficenti è definita positiva allora per il *Teorema di Choleski* la decomposizione puó essere fattorizzata nella forma $[A] = [L][L]^T$ con una sola matrice da considerare, con ovvio risparmio di tempo computazionale e memoria utilizzata.

Algoritmo frontale

Tale algoritmo di risoluzione, a differenza degli altri presentati che sono di natura piú generale, trova naturale applicazione nel *metodo degli elementi finiti*, dove compaiono esplicitamente con la matrice di rigidezza ed i gradi di libertá (GDL) ad essi associati, in quanto unisce alla convergenza ed alla rapiditá dell'eliminazione di Gauss, la riduzione della quantitá di memoria utilizzata per eseguire il calcolo.

Questo metodo, infatti, prevede la memorizzazione solo della parte di matrice di rigidezza che interessa un dato gruppo di gradi di libertá: tale parte di matrice riguarda tutti gli elementi che concorrono ad influenzare il gruppo di gradi di libertá scelto. In pratica, nella risoluzione, si procede elemento per elemento e si assemblano gli elementi, aumentando le dimensioni della matrice di rigidezza del sistema fin quando non c'è un GDL *completo*. A questo punto si esprime il GDL completo in funzione degli altri. Un GDL si dice completo se sono stati assemblati nella matrice di rigidezza parziale tutti gli elementi (finiti) che concorrono in esso, vale a dire tutti gli elementi finiti cui appartiene il dato gdl. A questo punto si elimina dalla memoria la parte di matrice di rigidezza associata al GDL completo e si aggiorna la matrice di rigidezza stessa, aggiungendo elementi secondo l'ordine con i quali essi sono memorizzati: dall'ordine (numero) piú basso al piú alto.

Appare quindi ovvio che il numero di elementi che si devono aggiungere per trovare il generico GDL completo e procedere alla sua eliminazione, esprimendolo in funzione degli altri GDL, dipende dall'ordine con cui sono memorizzati gli elementi (finiti). Esistono, pertanto, appositi algoritmi per ordinare gli elementi finiti in modo da minimizzare il numero di elementi da assemblare per eliminare di volta in volta i vari GDL completi.

La banda massima tra quelle delle matrici di rigidezza assemblate per eliminare i GDL completi è detto *fronte*. Il fronte stabilisce da un lato la dimensione della memoria utilizzata per le varie matrici di rigidezza relative ai diversi GDL completi (maggiore sará il fronte e maggiore sará l'occupazione di memoria) e dall'altro la velocitá di calcolo, giacché il tempo necessario per esprimere un GDL completo in funzione degli altri dipende dalla banda della matrice di rigidezza tenuta in memoria, vale a dire dal fronte.

1.2.3 Analisi statica

Si affronta, ora, il problema dell'analisi statica che è quella di stretto interesse per la successiva trattazione e in generale nel campo strutturale. Si ricorda, peró, che con il *Metodo Degli Elementi Finiti*, si possono risolvere problemi di diversa natura (tutti quelli che possono essere modellati matematicamente con equazioni differenziali alle derivati parziali) come:

analisi dinamica;

analisi termica;

analisi fluidodinamica;

ect.

In particolare, una volta trovata la matrice delle rigidezze \mathbf{K} del sistema⁷, che ne descrive le propietá, noto il vettore dei carichi \mathbf{f} è possibile ricavare il vettore degli spostamenti \mathbf{x} .

La condizione di equilibrio, infatti puó essere espressa nella notazione matriciale come:

$$[K]\{x\} = \{f\} \tag{1.2.11}$$

Posto il problema generale in questi termini, è necessario distinguere tra il caso in cui il problema puó essere considerato lineare o meno.

Problema lineare :

tipicamente, l'analisi lineare è applicabile nel caso in cui i carichi siano sufficientemente bassi affinché la zona di sollecitazione si trovi nella parte lineare del diagramma che lega la tensione alla deformazione del materiale (*legame costitutivo*), vale a dire in una zona in cui il comportamento del materiale non è plastico, oppure tale da non generare grandi spostamenti che inducano modifiche non trascurabili nella geometria del sistema stesso.

⁷come ricavare le matrici di rigidezza degli elementi e quindi una volta composte, quella del sistema totale, non verrá trattato ma in letteratura si trovano molti esempi.

Sotto queste ipotesi, allora, la matrice di rigidezza del sistema non cambia al variare delle condizioni di carico (stessa matrice **K**) per forzanti esterne differenti, ma si puó considerare propria del sistema *autoequilibrato* e vale il *Principio Di Sovrapposizione Degli Effetti*.

Problema non lineare :

indipendentemente dalla causa che ha condotto ad un comportamento non lineare del sistema strutturale, per calcolare lo spostamento di un sistema non lineare si procede in maniera incrementale e ciascun incremento si risolve in maniera iterativa. Qui occorre evidenziare che mentre per un sistema lineare la soluzione, se esiste è unica, per un sistema non lineare la soluzione dipende dal percorso risolutivo. La soluzione del problema, infatti, dipende dalla sequenza di incremento delle forzanti.

Il legame 'forza-spostamento' di solito è esprimibile come:

$$\{R(u)\} = [K(u)]\{u\} = \{P\}$$
(1.2.12)

L'idea di base è quella dividere il carico applicato \mathbf{P} in un certo numero discreto di *step di carico* $\Delta \mathbf{P}$. Si incrementa allora, uno step per volta, il carico e ad ogni incremento di carico, corrisponde un incremento del vettore degli spostamenti \mathbf{u} .

Ad ogni step, si calcola il *residuo* in termini, per esempio, di equilibrio delle forze. Se il sistema fosse equilibrato, ci sarebbe equilibrio tra forze $\mathbf{R}(\mathbf{u})$ interne ed esterne \mathbf{P} , in caso contrario, ci sarebbe un residuo \mathbf{Q} , quantificabile come:

$$\{Q\} = \{R(u)\} - \{P\}$$
(1.2.13)

L'obiettivo è quello di ottenere un residuo sempre piú piccolo mediante iterazioni successive . Ora, si puó scrivere che il residuo deve tendere a zero e puó essere

approssimato a quello della relazione precedente con la relazione di Taylor

$$Q(u^{i+1}) = Q(u^{i}) + (\partial Q/\partial u)^{i} du^{i} = 0$$
(1.2.14)

questa relazione dipende solo da R e non da P che non varia all'interno di ogni singolo step, per cui dalla relazione 1.2.13

$$(\partial Q/\partial u)^{i} = (\partial R(u)/\partial u)^{i} = K_{tan}^{i}$$
(1.2.15)

allora:

$$Q(u^i) = -K^i_{tan} du^i \tag{1.2.16}$$

dove con K_{tan}^i è indicata la matrice di rigidezza tangenziale, ovvero, la caratteristica del sistema istantanea dipendente dall'i-esimo step. Alla fine si ottiene:

$$du^{i} = -(K^{i}_{tan})^{-1}Q(u^{i})$$
(1.2.17)

aggiornando ad ogni passo lo squilibrio del sistema, per esempio il residuo e aggiornando la matrice delle rigidezze, si puó completare lo step, calcolando:

$$\Delta u = \sum_{i=1}^{ultimo} u_{n+1} = u_n + \sum_{i=1}^{ultimo} du_n^i$$
(1.2.18)

è chiaro che la convergenza della soluzione dipende fortemente da come varia la rigidezza calcolata ovvero da quanto è non lineare il problema.

Le cause di non linearitá sono comunque da cercare in:

- $\checkmark\,$ il carico applicato provoca l'uscita del materiale dal campo elastico;
- \checkmark spostamenti tali da rendere non applicabile la relazione di Taylor;
- $\checkmark\,$ presenza di contatti;
- $\checkmark\,$ presenza di creep;

 $\checkmark~$ ect.

qualunque sia la causa della non linearitá, nella maggior parti dei casi la non linearitá è spesso di lieve entitá rispetto alla complicazione della trattazione e al miglioramento nell'approssimazione della soluzione e comunque, come si è visto, la soluzione si trova linearizzando a tratti il problema.

1.2.4 Metodo delle forze e metodo degli spostamenti

Per la determinazione dello stato tensionale e degli spostamenti di una struttura costituita da elementi che interagiscono in corrispondenza di un numero discreto di punti (nodi) si usano comunemente il *Metodo Delle Forze* e il *Metodo Degli Spostamenti*. Per capire meglio, consideriamo un elemento elastico monodimensionale caricato da una forza, per cui possiamo scrivere la relazione tra forza (f) e spostamento (x) proporzionali tramite la rigidezza della molla (k):



Figura 1.10: Elemento elastico asta

$$k\mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{1.2.19}$$
$$\mathbf{x} = c\mathbf{f}$$

con $c = k^{-1}$, cedevolezza della molla.

Per calcolare l'incognita, allora, abbiamo due possibilitá:

1. nel primo caso, *Metodo Degli Spostamenti* si fa uso dei coefficenti di rigidezza e per calcolare lo spostamento devo invertire la relazione;

2. nel secondo caso *Metodo Delle Forze* si fa uso dei coefficenti di cedevolezza e si puó calcolare direttamente lo spostamento.

Bisogna osservare che, nel caso tridimensionale:

- ✓ la matrice delle rigidezze **K** è composta da elementi $k_{ij} = F_i/x_j$ che rappresentano la forza generalizzata⁸ applicata nel grado di libertá 'i' quando il **solo** grado di libertá 'j' subisce uno spostamento generalizzato⁹ unitario, ovvero tutti gli altri gdl sono bloccati (annullati);
- ✓ la matrice delle cedevolezze C è composta da elementi $c_{ij} = x_i/F_j$ che rappresentano lo spostamento generalizzato del nodo 'i' quando la forza unitaria è applicata nel nodo 'j', ovvero, tutti i gdl di libertá non vincolati sono liberi di muoversi.

Sebbene dunque si possa passare da una forma all'altra invertendo una matrice, i due approcci sono molto differenti: nel *Metodo Degli Spostamenti* infatti si scrivono tante equazioni quante sono le forze generalizzate applicate (comprendendo anche le reazioni dei vincoli), nel *Metodo Delle Forze* invece, si scrivono tante equazioni quanti sono gli spostamenti congruenti con i vincoli della struttura.

Il *Metodo Degli Spostamenti*, allora consente sempre di risolvere il problema (calcolo reazioni e spostamenti dei gdl attivi), mentre l'altro consente sempre di calcolare gli spostamenti dei gdl non vincolati ma per calcolare le reazioni bisogna, in generale, introdurre altre equazioni (di equilibrio e congruenza), questo perché i termini della matrice di cedevolezza sono legati ai vincoli, quelli della matrice di rigidezza no. Nel caso dell'ingegneria strutturale, capita spesso di interfacciarsi con strutture iper-

statiche e il Metodo Degli Spostamenti consente comunque di risolvere il problema.

 $^{^{8}}$ per forza generalizzata si intende forza o coppia applicata

⁹per spostamento generalizzato si intende una rotazione o traslazione
All'aumentare del grado di iperstaticitá della struttura, infatti, aumenta solo il numero di equazioni che si possono scrivere, mentre con il *Metodo Delle Forze* occorre introdurre condizioni di equilibrio e congruenza.

Nel caso di struttura labile, invece, non è neppure possibile scrivere la matrice delle cedevolezze necessaria al *Metodo Delle Forze*.

Infine, dal punto di vista computazionale, per calcolare gli elementi di una colonna della matrice di rigidezza, si puó considerare solo la parte della struttura confinante con il gdl 'j' interessato, mentre per calcolare i termini di una colonna della matrice delle cedevolezze, è comunque necessario considerare l'intera struttura con tutti i suoi vincoli.

Per quanto detto, allora, mentre il *Metodo Delle Forze* era maggiormente usato nel passato in quanto invertire una matrice non era cosi banale, con i calcolatori, l'approccio piú usato è il *Metodo Degli Spostamenti* in quanto fornisce sempre sistemi completi, senza necessitá di aggiungere equazioni.

1.2.5 Formulazione generale FEM

Il metodo FEM si applica a corpi continui che vengono discretizzati in elementi di forma e dimensioni finite. La prima cosa da fare allora è dividere la geometria in un determinato numero di elementi finiti. Maggiore è il numero di elementi finiti, migliore sará l'approssimazione della soluzione, con ovvi tempi di conseguimento della stessa piú elevati. Quello che allora si cerca di fare è di infittire il numero di elementi nelle zone di maggiore interesse (come ingegneri si deve giá avere un idea delle criticitá e dei risultati).¹⁰ Lo scopo è di discretizzare, ovvero condensare le proprietá distribuite di

¹⁰questo è particolarmente vero nel caso in cui si vogliano conoscere le tensioni. Nel caso degli spostamenti, si possono adottare mesh meno fitte in quanto gli spostamenti convergono prima.

ogni elemento su alcuni nodi di contorno che comunicano con il resto della struttura e con i carichi esterni. La discretizzazione avviene attraverso la creazione di una griglia (mesh) composta da primitive (elementi finiti) di forma codificata opportunamente scelta e nodi, che consente l'individuazione di un numero discreto di incognite . Il secondo passo da fare allora è quello di scegliere il tipo di elemento e il numero di nodi che lo definiscono. L'elemento deve essere in fatti in grado di simulare il comportamento fisico richiesto.

Ogni elemento finito viene quindi considerato un campo di integrazione numerica di caratteristiche omogenee e su ciascun elemento caratterizzato da questa forma elementare la soluzione del problema è assunta essere espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette funzioni di forma che legano propietá (spostamenti) nodali a propietá (spostamenti) interne all'elemento.

Le *funzioni di spostamento* la cui combinazione lineare rappresenta il campo di spostamento in ogni punto del dominio dell'elemento devono garantire la convergenza monotona della soluzione con l'aumento della discretizzazione. A questo scopo, queste funzioni devono soddisfare dei requisiti:

- 1. *completezza ai moti rigidi*: devono garantire che il generico moto rigido non inneschi tensioni nell'elemento;
- 2. completezza a deformazioni costanti: devono consentire di scrivere stati di deformazioni costanti su tutto l'elemento;
- 3. *compatibilitá*: lungo le linee o facce di contorno tra elementi non ci devono essere compenetrazioni o strappi;

 continuitá: ossia assenza di punti di singolaritá nella descrizione del campo degli spostamenti¹¹.

Si scelgono, infatti, delle funzioni con cui descrivere il campo dell'incognita (gli spostamenti nel caso strutturale, le temperature in quello termico o le pressioni in quello fluidodinamico e acustico, ect) nel dominio dell'intero elemento finito. Si definisce il legame per legare gli spostamenti nodali a quelli interni, per mezzo delle *funzioni di forma*. Scelti numero e tipologia di elementi finiti da utilizzare, allora, in base alle propietá di inerzia, di elasticitá e di geometria degli elementi nel modello, si possono ricavare le matrici di rigidezza degli stessi. Per ottenere la matrice di rigidezza dell'intera struttura si opera l'assemblaggio delle matrici di rigidezza¹² dei singoli elementi. Sono ora note le propietá intrinseche¹³ della struttura e si deve far comunicare la struttura con l'esterno. Per fare questo, è necessario inserire le condizioni cinematiche di vincolo (spostamenti imposti o equazioni di vincolo non esplicite).

Una volta fatto questo si ottiene un sistema di equazioni aumentato¹⁴ che puó quindi essere risolto a seconda dei casi con diversi metodi (precedentemente elencati) e manipolazioni nella scrittura delle equazioni.

Noto il campo degli spostamenti, si possono ottenere tutte le altre informazioni come tensioni, deformazioni ect introducendo nel modello funzioni e modelli matematici che legano queste propietá al campo di spostamenti tramite le numerose teorie in letteratura.

 $^{^{11}}$ il fatto di richiedere la continuitá della funzione spostamento non assicura la continuitá delle sue derivate per cui l'equilibrio locale potrebbe non essere garantito ai bordi degli elementi

 $^{^{12}}$ nel caso di alcuni elementi le matrici di rigidezza sono facilmente calcolabili. Nel caso generale possono essere trovate tramite principi variazionali come il PLV

¹³per propietá intrinseche si intende che è noto tutto quello che serve per partire con una qualsiasi analisi a meno dei carichi esterni

 $^{^{14}}$ nel senso che ci sono delle incognite sia in ${\bf x}$ e in ${\bf f}$

1.2.6 Stima della bontá della discretizzazione

Come si vedrá nel seguito, la scelta della mesh per l'analisi FEM del modello proposto ha fondamentale importanza per il successo dell'analisi. Chiaramente, l'ideale sarebbe riuscire a compiere un infittimento della mesh cosi elevato che all'interno, gli elementi, abbiano campi di tensione/deformazione praticamente costanti. A questo proposito Zienkiewicz e Zhu hanno proposto un metoodo di stima a posteriori, ripreso da molti software commerciali, che viene utilizzato per operare affinamenti automatici, con la collaborazione dell'utente, della mesh. Il metodo calcola i dislivelli, che si avrebbero a causa dell'equilibrio delle forze imposto nella formulazione debole¹⁵, sui bordi contigui degli elementi. Invece che visualizzare i dislivelli, tramite delle tecniche, si valutano gli stati di tensione/deformazione elemento per elemento. Si creano cosí delle mappe che possono indicare chiaramente, innescando anche eventuali meccanismi automatici di raffinamento della mesh, le zone ove i gradienti di tensione/deformazione siano mal rappresentati.

¹⁵eliminare richieste di eccessiva regolaritá sulle funzioni coinvolte nelle equazioni alle derivate parziali. Questo passaggio viene effettuato attraverso la cosiddetta formulazione debole. In parole povere, si moltiplicano tutti i termini dell'equazione differenziale, i cui operatori sono da intendersi nel senso delle distribuzioni, per delle opportune funzioni test con regolaritá 'sufficiente'. A questo punto si integrano tutti i termini nel senso di Lebesgue. L'equilibrio è quindi garantito in termini globale e non locale elemento per elemento e questo puó portare alla mancanza di equilibrio ai bordi degli elementi.

1.3 L'ambiente integrato di simulazione Ansys

1.3.1 Introduzione

Il software usato nelle analisi dei successivi capitoli è Ansys Mechanical.

ANSYS Inc., fondata nel 1970, sviluppa software agli elementi finiti utilizzati nei piú diversi ambiti dell'ingegneria. Le soluzioni CAE che propone, sono potenti, aperte e flessibili e coprono l'intera gamma della fisica (analisi multifisiche), dalla meccanica strutturale alla fluidodinamica, dall'elettromagnetismo all'elettromeccanica.

Grande sforzo è stato profuso da ANSYS Inc. nello sviluppo di un prodotto semplice ed efficiente, tanto che oggi, attraverso l'ambiente Workbench, gli utenti hanno a disposizione un incredibile strumento di calcolo con un'interfaccia utente semplice e di facile apprendimento, adatta alle esigenze di utenti di diversa cultura specifica e con diversi ruoli ed obiettivi rispetto al processo progettuale della propria azienda. La suite di programmi ANSYS Workbench offre la possibilitá di simulare una vasta gamma di scenari fisici relativi al comportamento termico e strutturale di un prodotto: l'analisi termica stazionaria e transitoria (conduzione, convezione e irraggiamento), l'analisi strutturale statica, lineare e non, per determinare il campo di tensioni e deformazioni qualora eventuali effetti dinamici siano trascurabili, l'analisi modale per calcolare le frequenze proprie e i modi di vibrare di una struttura, l'analisi transitoria che consente di valutare effetti dinamici legati a carichi variabili nel tempo ed una vasta gamma di ulteriori analisi specifiche (Response Spectrum, Buckling, etc.). Fornisce inoltre una vasta serie di modelli di materiale, di tipologie di contatto e possiede una fornita libreria di elementi. L'architettura modulare delle tecnologie ANSYS consente di utilizzarli singolarmente o di farli interagire attraverso Workbench, una piattaforma che integra i simulatori delle diverse fisiche, i tools per la generazione di mesh e quelli di ottimizzazione ed esplorazione di design, permettendo l'importazione bidirezionale e parametrica delle geometrie dal CAD (parasolidi) e la loro manipolazione.



Figura 1.11: Interfaccia grafica Ansys Workbench

ANSYS Workbench consente anche di visualizzare i risultati dell'analisi in diverse forme per una facile lettura, integrando solutori sia della famiglia ANSYS (ad esempio ANSYS Mechanical, ANSYS CFD, AUTODYN, Emag) sia di altre case software (come Nastran o Abaqus).

Ansys, nel pacchetto *Mechanical* introduce anche SpaceClaim che è la piú veloce piattaforma per lavorare con le geometrie, preparare modelli o fare uso di strumenti di reverse engineering da file di estensione STL.

1.3.2 Analisi statica

Concentrandoci sull'analisi statica in ANSYS Workbench, che è quella utilizzata nel resto dell'elaborato, il *workflow* da seguire è il seguente:

1. lanciando il software Ansys Mechanical l'interfaccia è quella in 'fig a';

- 2. dalla tabella a sinistra trascinare geometry sulla parte destra (bianca) ⇒ inserire il modello parasolido cliccando con il tasto destro (o crearlo cliccando due volte su geometry) come in 'fig b';
- 3. trascinare il blocco static structural ⇒ collegare il blocco della geometria a quello dell'analisi trasportandolo su geometry (cfr 'fig c') ⇒ cliccare con il tasto destro su model e poi su edit. In questo modo si dovrebbe aver lanciato Ansys Mechanical come in 'fig d';
- preprocessing: bisogna ora generare la mesh e inserire le propietá del materiale e il modello è pronto per qualsiasi analisi statica. Si inserisce allora il tipo di analisi e i relativi carichi e vincoli cliccando sul blocco static structural;
- processing: si è pronti ora per risolvere il modello cliccando su solve¹⁶ (cfr 'fig d');
- 6. si entra ora nella fase di *post-processing* ovvero quella di visualizazione dei campi delle propietá di interesse. Questo puó essere fatto cliccando su *solution* e inserendo le voci di interesse con il tasto destro (cfr 'fig e').

 $^{^{16}}$ se tutto va a buon fine, non ci saranno simboli come fulmini, che indicano incomplettezza, o X, che indicano errori.



Figura 1.12: Interfaccia iniziale



Figura 1.13: Introduzione geomteria



Figura 1.14: Collegamento rami



Figura 1.15: Inizio analisi



Figura 1.16: Visualizzazione risultati

1.4 Mesh morphing

Gli strumenti di calcolo basati sul metodo degli elementi finiti (FEM) stanno evolvendo rapidamente anche per poter affrontare al meglio l'ottimizzazione di forma e topologica. Uno degli aspetti critici per la realizzazione di processi automatici di ottimizzazione è dato dall'aggiornamento della griglia di calcolo; operazione sempre piú complicata anche per la complessitá dei modelli numerici che, per ottenere un'accuratezza adeguata, possono raggiungere dimensioni rilevanti (milioni di nodi). L'approccio piú consolidato prevede la rigenerazione della griglia collegata ad un modello CAD di tipo parametrico; si tratta di un approccio molto flessibile i cui punti di debolezza sono dati dalla complessitá del parametrizzare un CAD e dalla robustezza del processo. Per questo motivo si stanno affermando soluzioni alternative basate sul *Direct Modeling* (ne è un esempio SpaceClaim di ANSYS) e sul mesh morphing. Il mesh morphing consente infatti di aggiornare la griglia senza cambiarne la topologia, ma solo cambiando le posizioni nodali in modo da rappresentare la nuova forma. Un confronto fra il workflow tradizionale e quello basato sul mesh morphing è illustrato nella figura sotto. La tecnica del mesh morphing consente grandi riduzioni di tempo



Figura 1.17: Workflow aggiornamento mesh

e lavoro all'operatore che non deve aggiornare la geometria ad ogni passo dell'analisi

parametrica.

Sono disponibili due tipologie di algoritmi per il mesh morphing. Nel primo caso, si tratta di metodi basati sulla soluzione di un problema fittizio, si fondano, cioé sulla mesh stessa utilizzando la soluzione di un problema differenziale, per esempio tramite calcolo elastico non lineare, per aggiornare la mesh di volume in base agli spostamenti che sono stati imposti al bordo. Si approccia a questi metodi perché consentono di controllare in modo molto preciso le superfici e mantengono alta la qualitá della mesh. Il loro limite è nel caso in cui si debbano usare elementi speciali e in presenza di mesh parallele di grandi dimensioni. Nel secondo caso, invece, si tratta di metodi FFD¹⁷ che usano una maglia di box interconessi (non è una mesh) il cui campo di spostamento è parametrizzato utilizzando *polinomi di Bernstein*. Sono metodi molto piú semplici da implementare in quanto manca la mesh, ma non consentono la stessa precisione e controllo del caso precedente.

1.4.1 RBF Morph

Il software RBF Morph ACT Extension implementa il mesh morphing utilizzando il metodo delle *Radial Basis Functions* (RBF) all'interno del programma ANSYS Mechanical. Si tratta di un prodotto molto recente rilasciato nel 2015 basato sulla tecnologia dell'*Add On* per Fluent giá presente sul mercato dal 2009 (www.rbf-morph.com). Il software sfrutta l'approccio delle RBF che consentono di controllare una nuvola di punti a spostamento imposto, riuscendo a garantire ai metodi *meshless* una grande precisione. Il software RBF Morph è la prima, e ad oggi unica, implementazione industriale delle RBF per il mesh morphing.

 $^{^{17}\}mathrm{Free}$ Form Deforming



Figura 1.18: ACT RBF Morph

Radial Basis Function

Si parla di RBF nel caso in cui si ha una funzione a valori reali Φ tale che il suo valore dipende unicamente dalla distanza dall'origine, ovvero:

$$\Phi(x) = \Phi(||x||)$$
(1.4.1)

sono RBF anche le funzioni che dipendono solo dalla distanza da un altro punto chiamato *origine* o *punto di controllo* 'c' tale che:

$$\Phi(x,c) = \Phi(||x-c||) \tag{1.4.2}$$

ogni equazione che risponde a queste propietá è una *funzione radiale*. La somma di RBF è in grado di approssimare qualsiasi funzione scalare discreta¹⁸. Il comportamento delle RBF tra i punti interpolati dipende dal tipo di funzione Φ scelta.

La RBF puó essere accompagnata, in qualche caso, da un *polinomio correttore* che

 $^{^{18}\}mathrm{cio\acute{e}}$ definita solo in alcuni punti.

garantisce la convergenza e l'unicitá dell'interpolazione. In particolare, deve essere risolto un sitema lineare di ordine pari al numero di punti di controllo scelti, per trovare i coefficenti cercati. Una volta noti i coefficenti una funzione arbitrariamente scelta all'interno o all'esterno del dominio (interpolation/extrapolation) risulta essere espressa come somma del contributo radiale di ogni singolo punto di controllo.

La funzione interpolante è espressa come composizione del contributo radiale e polinomiale come segue:

$$s(x) = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i \Phi(||x - x_{si}||) + h(x)$$
(1.4.3)

la funzione scalare 's' è definita per una qualsiasi dimenzione della variabile x e rappresenta una trasformazione da $\Re^n \Rightarrow \Re$. In un determinato punto x, il valore della funzione scalare è dato accumulando le iterazioni su tutti i punti di controllo x_s che a loro volta contribuiscono calcolando la distanza radiale tra x e ogni punto x_{si} e passandola alla RBF Φ e il tutto è moltiplicato per una funzione peso γ_i che serve ad accelerare la convergenza e sommato al polinomio h(x).

La funzione interpolata esiste solo se possono essere trovati i pesi γ e i coefficenti del polinomio tali che la funzione approssimata da lo stesso valore della funzione reale (g_{si}) nei punti di controllo:

$$s(x_{si}) = g_{si} \qquad 1 \le i \le N \tag{1.4.4}$$

Il numero di equazioni non è abbastanza. Il numero di incognite, infatti, è pari al numero dei pesi (N) piú il numero dei coefficenti del polinomio h. Il sistema è completo se è verificata la condizione di ortogonalitá per ogni polinomio (p) con grado minore o uguale a quello del polinomio (h).

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_i p(x_{si}) = 0 \tag{1.4.5}$$



Figura 1.19: Radial basis function interpolation

Il minimo grado del polinomio 'h' dipende dalla scelta della funzione di base. Esiste un'unica curva di interpolazione se la funzione base (RBF) è definita positiva. Se la funzione di base, oltre ad essere definita positiva, ha grado $m \leq 2$ puó essere usato un polinomio lineare. Questa scelta di usare un polinomio lineare porta con se la conseguenza che la traslazione corpo rigido è ricostruita esattamente. Nello spazio 3D un polinomio lineare è della forma:

$$h(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z \tag{1.4.6}$$

La condizione di ortogonalitá espressa nella 1.4.5 puó essere scritta come:

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_i = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i x_{si} = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i y_{si} = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i z_{si} = 0$$
(1.4.7)

Il valore dei pesi (γ) e dei coefficenti del polinomio (β) possono essere ottenuti risolvendo il sistema imposto dalle condizioni 1.4.4 e 1.4.5, che si esprime come:

$$\begin{bmatrix} M & P_s \\ P_s^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_s \\ 0 \end{Bmatrix}$$
(1.4.8)

dove:

 $\checkmark~g_s$ contiene i valori noti dei punti di controllo

✓ M è la matrice di interpolazione i cui elementi sono calcolati come interazione radiale tra i punti sorgente:

$$M_{ij} = \phi(||x_{si} - x_{sj}||) \qquad 1 \le i \le N, \ 1 \le j \le N \tag{1.4.9}$$

 P_s è la matrice dei vincoli ottenuta con tutti '1' sulla prima tabella e con la posizione dei punti di controllo sulle altre colonne, cosi:

$$P_{s} = \begin{bmatrix} 1 & x_{s1} & y_{s1} & z_{s1} \\ 1 & x_{s1} & y_{s1} & z_{s1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{sN} & y_{sN} & z_{sN} \end{bmatrix}$$
(1.4.10)

L'interpolazione con le RBF lavora per un campo scalare; se deve essere ricostruito un campo vettoriale, ogni sua componente nello spazio 3D puó essere espressa come:

$$\begin{cases} s_x(x) = \sum_{i=1}^N \gamma_i^x \psi(||x - x_{si}||) + \beta_1^x + \beta_2^x x + \beta_3^x y + \beta_4^x z \\ s_y(x) = \sum_{i=1}^N \gamma_i^y \psi(||x - x_{si}||) + \beta_1^y + \beta_2^y x + \beta_3^y y + \beta_4^y z \\ s_z(x) = \sum_{i=1}^N \gamma_i^z \psi(||x - x_{si}||) + \beta_1^z + \beta_2^z x + \beta_3^z y + \beta_4^z z \end{cases}$$
(1.4.11)

Se la valutazione è richiesta in un set di punti x_e , allora, una matrice di mappatura provvede a dare le quantitá scalari interpolate nei punti di controllo (mette in relazioni i punti di valutazione x_e e i punti di controllo x_s) e puó essere costruita come trasformazione lineare di g_s nei punti di controllo:

$$A_{ij} = \phi(x_{ei} - x_{sj}) \qquad 1 \le i \le N_e, \ 1 \le j \le N_s \tag{1.4.12}$$

allora, nel caso di interpolazione pura RBF (senza il termine polinomiale) la valutazione nei punti g_e puó essere scritta come applicazione lineare ai vettori di controllo g_s

$$g_e = AM^{-1}g_s = Hg_s (1.4.13)$$

Vale la pena far notare che la matrice 'H' puó essere calcolata in anticipo e consente di avere una trasformazione diretta dai punti di controllo a quelli di valutazione. Questo approccio non viene quasi mai usato a causa della memoria occupata nel calcolo dell'inversa della matrice.

Il comportamento della funzione approssimante i punti (interpolazione) o fuori il dataset (estrapolazione), dipende dalla funzione radiale usata.

Le principali RBF usate in campo ingegneristico sono elencate in tabella:

RBF with global support	$ \phi(r)$
Spline type (R_n)	r^{n} ,n odd
Thin plate spline (TPS_n)	$r^n log(r),$ n even
Multiquadric (MQ)	$sqrt1 + r^2$
Inverse multiquadric (IMQ)	$1/(sqrt1 + r^2)$
Inverse quadratic (IQ)	$1/(1+r^2)$
Gaussian (GS)	$e^{(-r)^2}$
RBF with compact support	$\phi(r) = f(\xi) \qquad \xi \le 1 \qquad \xi = 1/R_s up$
Wendland C^0 (C0)	$(1-\xi)^2$
Wendland C^2 (C2)	$(1-\xi)^4(4\xi+1)$
Wendland C^4 (C4)	$(1-\xi)^6(35/3\xi^2+6\xi+1)$

Tabella 1.1: RBF function

1.5 Submodelling

Nel caso in cui si debba eseguire un'analisi su un modello di grandi dimensioni per il quale interessa conoscere un campo di propietá solo in una zona della geometria, allora, si puó approcciare la tecnica di *submodelling*. Questo per due motivi principali: a paritá di dimensione degli elementi formanti la mesh, un modello grande e uno piccolo hanno enormi differenze nel tempo computazionale e nella memoria utilizzata. Il sottomodello puó quindi consentire grandi riduzioni di tempo. Allo stesso modo, a paritá di tempo computazionale rispetto a un modello globale, puó consentire di lavorare con elementi di dimensione piú piccola. A volte la tecnica del sottomodello puó essere utile nel caso in cui nel modello globale si decida di omettere determinati particolari geometrici per facilitare la sua realizzazione al CAD. Quello che si puó fare, quindi, è inserire i particolari solamente nel *submodel*.



(a) Modello

La tecnica di submodelling sfrutta il fatto che il Principio Di De Saint Venant afferma che due diverse condizioni di carico che sono staticamente equivalenti generano, lontano dalle zone di carico, gli stessi effetti. Per quanto detto se si utilizza il modello globale per definire il campo di spostamento, questo puó essere applicato come condizione al contorno sulle zone di taglio del sottomodello che quindi, una volta reintrodotti vincoli e carichi, dovrebbe rappresentare in modo piú preciso il campo di interesse nella regione locale. Il fatto che le condizioni al contorno vengano date al sottomodello in termini di spostamento, consente di avere una mesh piú rada sul modello originale in quanto gli spostamenti, in termini di soluzione, convergono prima. Il sottomodello, quindi, rappresenta una sorta di 'lente di ingrandimento' per la lettura del campo di tensione/deformazione nella zona di interesse.

Nel caso di Ansys Mechanical, il workflow per fare sotto modellazioni è:

- preparare e analizzare staticamente (come indicato nel capitolo degli strumenti) il modello globale;
- 2. creare la geometria del sottomodello;
- 3. collegare il blocco del sottomodello e del modello cosi:



Figura 1.21: Workflow submodelling

- 4. applicare gli spostamenti del modello globale come condizioni al contorno sulle zone di taglio del sottomodello;
- 5. applicare carichi e vincoli rimanenti sul sottomodello
- comparare lo stress e la distribuzione delle forze nella zona di taglio in modo da fare una prima validazione del sottomodello



Figura 1.22: Andamento della tensione principale massima su modello e sottomdello

- 7. valutare i risultati di interesse del sottomodello;
- 8. si puó infine fare un'analisi parametrica sullo studio delle dimensioni degli elementi della mesh per vedere la convergenza della soluzione.



Figura 1.23: Convergenza tensione

Capitolo 2 Caso di studio

In questo capitolo si parla dello stato dell'arte dell'ottimizzazione strutturale di palette di turbine termiche e si cerca di mostrare qual'è il flusso logico seguito durante le ottimizzazioni, partendo dai lavoro di altri disponibili in letteratura.

2.1 Fatica nelle turbomacchine

Le palette di turbine termiche lavorano in condizioni di carico meccanico importante e in presenza di ambienti aggressivi. Le rotture sono spesso dovute a cricche di fatica altociclica, a partire dal fondo dei pit^1 di corrosione causati dall'ambiente in temperatura. La rottura per fatica di componenti come le palette di turbine è ad alto numero di cicli, ovvero avviene per carichi tali da non far riscontrare grandi deformazioni infatti, in genere, guardando le superfici prodotte dalla rottura del componente si osserva come la cricca si sia propagata attraverso le *linee di spiaggia* in modo duttile plasticizzando localmente il materiale (deformazioni non cosí evidenti dall'esterno) e la rottura avviene solo quando la sezione resistente ha raggiunto una dimensione cri-

 $^{^{1}}$ L'erosione o corrosione alveolare (pitting) rappresenta il fenomeno della comparsa sulla superficie di un materiale di piccoli danneggiamenti dalla morfologia caratteristica (pit), per cause differenti ma comunque legate ad un attacco corrosivo localizzato.

tica² per cui anche se le modalitá di propagazione sono duttili la frattura si manifesta in modo fragile (senza poterlo capire attraverso plasticizzazioni evidenti).

Eventuali deformazioni riscontrate alla rottura sono da ricercare, probabilmente, nell'innesco di fenomeni di *scorrimento a caldo viscoso* (*creep*) cui sono soggette palette che lavorano in temperatura (per innescare il fenomeno del *creep* la temperatura di lavoro deve essere intorno a metá della temperatura di fusione del materiale o di rammollimento della lega). Anche se non portano alla rottura, le plasticizzazioni dovute allo *scorrimento viscoso a caldo*, possono provocare il grippaggio meccanico dello stadio rotorico con la cassa della macchina.

I carichi di servizio sulle palette sono quelli tipici di ogni turbina: sovrapposizione di sollecitazione centrifuga, di vibrazioni della pala (solitamente flessionali) e carico flessionale del fluido sulla pala e dunque con sollecitazione principale sulla supeficie di attacco del fluido, in senso longitudinale rispetto alla pala. I valori delle sollecitazioni sono variabili lungo la pala e i *pit* si formano lungo tutta la pala, ma ovviamente i punti da cui partiranno a propagarsi le cricche di fatica sono quelli dove sono presenti i carichi affaticanti piú elevati dove localmente si supera il limite elastico a causa del fenomeno di intensificazione di tensione.

Tornando al tema del lavoro ovvero all'ottimizzazione strutturale del raccordo, la fatica si innesca proprio nella zona di attacco fluido-pala e per questo motivo si è considerato un algoritmo che ha mirato a diminuire la tensione principale massima³ proprio in questa zona. Si è scelta questa perché è quella che causa l'apertura delle cricche e quindo la loro propagazione nella direzione principale associata alla tensione stessa. Si pensi infatti ad una semplice piastra con un foro dove si sa dalle teorie

²nella fatica oligociclica (a basso numero di cicli) la rottura è causata da carichi elevati che quindi portano allo snervamento il componente in una modalitá di risposta simile al caso statico.

³Nell'algoritmo classico al BGM si utilizza la tensione equivalente di Von Mises.



Figura 2.1: Fenomeno del *pitting* su una pala di turbina

analitiche che il coefficente di intensificazione degli sforzi vale tre. Il materiale intorno al foro allora sentirá una tensione tre volte piú alta rispetto a quella nominale. Ora, quando la tensione nella zona di intensificazione degli sforzi supera la tensione di snervamento, la cricca (il foro) inizia ad allargarsi e a propagarsi. Questo non succederebbe, peró, se la condizione di carico fosse di compressione, si prenda infatti lo stesso caso di piastra con foro, ma si immagini di comprimerlo sui due lati. In questo caso la tipologia di carico è addirittura a favore di sicurezza, in quanto tende a chiudere il foro. Con questo breve esempio, si puó capire come nel caso del fenomeno



Figura 2.2: Piastra forata: intensificazione delle tensioni all'apice della cricca

della fatica non importa solamente l'intensitá della tensione, ma anche il segno della stessa:

 $\checkmark\,$ carichi di trazione causano propagazione della cricca di modo 1;

 \checkmark carichi di compressione aiutano la cricca a chiudersi;

 $\checkmark\,$ carichi di taglio e torsione causano propagazione della cricca di modo 2 e 3.



(c) Modo 3: fuori dal piano della cricca

Figura 2.3: Meccanica della frattura: modi di rottura

Qualsiasi caso reale puó essere ricondotto a uno dei tre modi o ad una loro combinazione. Qualcuno si potrebbe allora chiedere perché, se anche taglio e torsione causano modo di apertura della cricca, non considerare un funzionale, per esempio la *tensione* di Von Mises per tenere conto di tutto il tensore delle tensioni che agisce in un punto e non considerare solo il caso della trazione nella direzione principale. La risposta non esiste se non a livello sperimentale, dove, in letteratura ci sono molti esempi che mostrano che il caso di modo 1 è il caso piú comune di apertura della cricca ed è anche il caso piú critico in quanto richiede la minore tensione nominale per innescare il fenomeno. Si approccia alla tensione principale massima, come detto, perché nel piano principale il materiale sente la trazione massima.

2.2 Biological Growth Metod (BGM)

2.2.1 Metodi di ottimizzazione strutturale

L'ottimizzazione strutturale nella progettazione meccanica consiste nel minimizzare delle funzioni (come il peso) e massimizzarne delle altre (come la resistenza). Risolvere un problema di ottimizzazione consiste infatti nel cercare i valori delle *variabili di design* per ottenere l'ottimo delle *funzioni obiettivo*. Si distinguono:

- 1. Parametri di input: set di parametri che caratterizzano il problema dai quali dipende la funzione obiettivo;
- 2. Variabili di design x_i : sottoinsieme dei parametri di input che vengono tenuti in conto, per ottenere un massimo o minimo della funzione obiettivo, durante il processo di ottimizzazione. Ogni variabile di design, ha il suo range di valori possibili;
- 3. Design point x: insieme (vettore) di variabili di design;
- 4. Spazio di design X: spazio di esistenza dei punti di progettazione (design point);

- Modello: dal quale si estrapolano le informazioni associate a un insieme di variabili di design;
- 6. Parametri di output: insieme di risultati dati dal modello;
- 7. Funzione oggetto f(x): funzione obiettivo⁴ parametrica di uscita da minimizzare (massimizzare);
- 8. Vincoli $c(x) \leq 0$: le funzioni parametriche di output che devono essere soddisfatte in modo da avere una soluzione ottimale che rispetti peró eventuali restrizioni associate al problema;
- 9. Spazio delle soluzioni Y: il codominio dello spazio di lavoro (design space);
- 10. Algoritmo di ottimizzazione: la sequenza di istruzioni e operazioni usati per risolvere il problema di ottimizzazione.

Un generico problema di ottimizzazione è del tipo:

minimize

$$f(x)$$

$$s.t: (2.2.1)$$

$$x \in X \subseteq \Re^k$$

$$c(x) \le 0$$

Gli algoritmi di ottimizzazione possono essere:

• Deterministici: sono metodi rigorosi di derivazione Newton-Raphson, di convergenza veloce, solo mono-obiettivo ed esiste il rischio di trovare un minimo (o massimo) locale della funzione obiettivo;

 $^{^4}$ si parla di ottimizzazione mono-obiettivo se la funzione obiettivo è una, altrimenti si parla di ottimizzazione multi-obiettivo.

• Probabilistici: sono metodi euristici-stocastici, a convergenza lenta, anche multi obiettivo e senza rischio di minimo (massimo) locale.

L'ottimizzazione strutturale puó essere:

- ✓ Topologica: permette di trovare la migliore distribuzione di materiale in un determinato design space;
- ✓ Topografica: permette di trovare lo spessore ottimo per strutture tipo lamine (elementi shell);
- ✓ Di forma: permette di trovare la migliore forma e posizione di una struttura senza cambiarne la topologia;
- ✓ Dimensionale: permette di trovare la dimensione migliore degli elementi strutturali come barre, piastre e compositi.

2.2.2 Introduzione al BGM

Introduciamo ora, una volta per tutte, il metodo di ottimizzazione usato per le successive simulazioni. Il *Biological Growth Metod* è un metodo di ottimizzazione di forma che permette, quindi, di cambiare le sagome degli elementi che compongono un modello senza modificarne la morfologia stabilita dal dominio su cui viene iniziata la parametrizzazione (geometria iniziale o una parte di essa).

Il procedimento si basa sulla simulazione della crescita delle strutture biologiche come ossa e alberi che si modificano nel tempo alla ricerca di forme tali da avere superfici isotensionate in modo del tutto automatico.





(c) Ottimizzazione di forma



(d) Ottimizzazione dimensiona-le

Figura 2.4



Figura 2.5: (a) Frammento di albero che mostra un aumento di diametro solamente sopra il ponte laterale; (b) Mesh FEM di una frammento di albero semplificato in condizioni di stato piano di tensione. (c) Linee isotensione di Von Mises prima di simulare la crescita. (d) Struttura in fig(c) Dopo la "crescita"

Si tratta quindi di una tecnica di 'auto-ottimizzazione' intrinseca nella natura di questi componenti nel rispetto dei carichi che la natura gli impone.

L'idea su cui si basa il BGM è quella di copiare questo algoritmo di crescita nell'ottica di migliorare dal punto di vista strutturale i modelli reali di partenza in campo industriale. Il concetto su cui si basa la trattazione matematica è di aggiungere materiale dove la tensione è alta⁵ e togliere materiale dove l'intensitá della tensione è bassa. Cosi facendo, dopo alcuni passaggi iterativi del metodo, si dovrebbe idealmente raggiungere la condizione di tensione costante sulla superfice sotto algoritmo.

Il BGM consente di effettuare ottimizzazioni di forma sia in 2D che in 3D e per essere applicato necessita di alcune ipotesi:

- 1. Modelli elastici: per consentire il calcolo della tensione e spostamenti congruenti;
- 2. Codice agli elementi finiti commerciale dove implementarlo.

Anche se è un metodo *mono-obiettivo* ha come conseguenza, nella maggior parte dei casi, riduzioni di peso e materiale nelle strutture migliorate rispetto a quelle di partenza.

I motivi per cui si è preferito questo metodo rispetto ad altri sono essenzialmente questi:

✓ il fallimento di strutture meccaniche spesso, come in questo caso, è dovuto a carichi affaticanti. L'obiettivo del designer dovrebbe essere quello di ottimizzare la posizione dei nodi del modello in modo che non ci siano hotspot di tensione. Questo, peró, come qualcuno potrebbe pensare, puó essere fatto con tantissimi altri metodi di ottimizzazione topologici e di forma. Nel caso di componenti meccanici come le turbine, infatti, l'ottimizzazione si scontra con la necessitá di rispettare determinati vincoli di fabbricazione imposti dalla possibilitá di realizzare fisicamente il componente con opportuni macchinari e lavorazioni. Inoltre sono componenti la cui geometria puó essere cambiata nella forma ma non nella topologia;

 $^{^5}$ ovviamente dire 'dove la tensione è alta' non ha alcun senso senza un termine di paragone. Verrá successivamente spiegato rispetto a quale parametro si intende alta o bassa tensione.

- ✓ una volta capito che la strada, in questo caso, è quella dei metodi di ottimizzazione di forma. Il BGM ha come unica funzione obiettivo la tensione. Questo fatto non va trascurato in quanto nel caso di ottimizzazioni implementate in software di strumenti di calcolo numerico (come potrebbe essere l'ambiente FEM), a causa delle modalitá di calcolo che non è analitico puro, l'ottimizzazione potrebbe non convergere (o peggio convergere a soluzioni errate). Le possibilitá di errore crescono precipitosamente con l'aumentare del numero di funzioni obiettivo;
- $\checkmark\,$ il metodo puó essere implementato facilmente in software

Il BGM per sua natura propone forme direttamente utilizzabili in ottica di modellazione in *additive manufacturing* ma, come si vedrá nei prossimi capitoli, puó essere guidato rinunciando all'automazione del processo, verso forme utilizzabili come basi per la costruzione delle nuove geometrie tramite strumenti di *reverse engineering* che consentono di mantenere determinati vincoli di lavorazione.

2.2.3 Trattazione matematica del metodo

L'algoritmo del BGM consiste nel minimizzare sul dominio di ottimizzazione la funzione:

$$\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref} \qquad \forall x, y, z \in D \tag{2.2.2}$$

dove:

- D è il dominio di ottimizzazione: puó comprendere tutta la geometria caricata o solo una parte di essa;
- $\sigma(x, y, z)$ è il funzionale che rappresenta lo stato di tensione (in genere è la tensione equivalente di Von Mises per materiali duttili);

• σ_{ref} è il valore di tensione soglia che si vuole raggiungere sulle superfici del modello.

In analogia con la crescita biologica di strutture caricate, la 2.2.2 puó essere soddisfatta se il dominio di ottimizzazione cambia forma in base alla relazione:

$$\dot{\epsilon_{sw}} = \beta[\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref}] \qquad \forall x, y, z \in D$$
(2.2.3)

con ϵ_{sw} è la velocitá di deformazione volumetrica proporzionale, tramite β , alla funzione guida deviazione dalla tensione di riferimento in ogni punto 2.2.2.

Considerato uno schema di integrazione alla Eulero, per un intervallo di tempo Δt , la deformazione volumetrica puó essere ottenuta dalla 2.2.3:

$$\epsilon_{sw} = \beta [\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref}] \Delta t \tag{2.2.4}$$

Quello che differenzia le varie implementazioni del BGM che si trovano in letteratura è la scelta delle modalitá con cui applicare gli spostamenti ai punti in base alla funzione obiettivo che peró rimane sempre la stessa.

Un metodo elegante per implementare il campo di deformazione volumetrico dato dalla 2.2.4 è per analogia termica. Si puó dimostrare che questa analogia termica si basa sulle *leggi di Hooke* (si trascura la deformabilitá tagliante):

$$\begin{cases} \epsilon_x = 1/E[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha \Delta \theta \\ \epsilon_y = 1/E[\sigma_y - \nu\sigma_x + \sigma_z)] + \alpha \Delta \theta \\ \epsilon_z = 1/E[\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)] + \alpha \Delta \theta \end{cases}$$
(2.2.5)

dove:

- ϵ_i sono le componenti normali di deformazione infinitesime;
- σ_i sono le componenti del tensore di Cauchy;

- α è il coefficente di espansione termica del materiale; (considerato omogeneo)
- ν è il coefficente di Poisson;
- E è il modulo di Young del materiale.

A questo punto, se i carichi meccanici presenti sulla struttura da migliorare vengono rimossi e se il modulo di Young del materiale nel dominio di ottimizzazione viene ridotto considerevolmente, nelle relazioni 2.2.5 la parte della deformazione dovuta al campo tensionale puó essere omessa se vengono conservate le condizioni al contorno⁶ e quindi il sistema 2.2.5 diventa:

$$\epsilon_x \approx \epsilon_y \approx \epsilon_z \approx \alpha \Delta \theta \approx \epsilon_{sw} \tag{2.2.6}$$

Ora dalla 2.2.6:

$$\epsilon_{sw} = \alpha \Delta \theta(x, y, z) \qquad \forall x, y, z \in D \tag{2.2.7}$$

Confrontando la 2.2.4 con la 2.2.7 si ottiene per analogia:

$$\Delta t \iff \alpha$$

$$\beta[\sigma(x, y, z) - (\sigma_{ref})] \iff \Delta \theta(x, y, z)$$
(2.2.8)

Le equazioni 2.2.7 e 2.2.8 sono alla base dell'analogia termica per definire il campo di deformazione che sará calcolato tramite le 2.2.3 e 2.2.4.

L'algoritmo di ottimizzazione allora puó essere riassunto cosi:

- 1 si definisce il contorno di ottimizzazione Q (parametro1);
- **2** si decide l'estensione della zona di ottimizzazione D (parametro2);
- 3 si conduce un'analisi statica noti: carichi meccanici, vincoli e propietá del materiale e dall'analisi si calcolano le tensioni nel dominio D;

⁶tra dominio globale e dominio di ottimizzazione

4 si conduce un'analisi statica noti i carichi termici per cui si utilizza la relazione:

$$\Delta\theta(x, y, z) = \psi[\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref}]$$
(2.2.9)

dove:

- $\checkmark \psi$ (parametro 3) è un fattore con unitá di misura di 'temperatura per stress'
- ✓ σ_{ref} (parametro 4) è un valore di soglia di tensione che si vuole raggiungere sulla superficie del dominio.
- ✓ $\sigma(x, y, z)$ è il valore della tensione nei punti del dominio. Si assume un coefficente di espansione termica α (parametro 5) diverso da 0 nel dominio D e uguale a 0 fuori dal contorno Q. Si assune un modulo di Young nella regione D di ottimizzazione (E_{rid}) (parametro 6) molto basso.

Si ottiene allora il campo delle deformazioni.

5 si calcola il campo degli spostamenti dei punti sulla superficie di ottimizzazione tramite la congruenza e si considera il sistema:

$$\begin{cases} x = x + ku(x, y, z) \\ y = y + kv(x, y, z) \\ z = z + kw(x, y, z) \end{cases}$$
(2.2.10)

Dove: u,v,w sono gli spostamenti calcolati, x y z sono le nuove posizioni nodali nello spazio e k è un fattore di ingrandimento necessario per favorire la convergenza delle equazioni

Si ripetono i passaggi dal 3 al 5 finché non si ottiene nessun cambiamento nel valore della funzione guida 2.2.2.

Si devono quindi definire 7 parametri da parte dell'utilizzatore dei quali ψ , k, α hanno lo stesso effetto agendo in qualche modo da fattori di accelerazione della soluzione.

È pratica comune, quindi, quella di assumere:

- α come il coefficente reale di espansione termica del materiale;
- ψ unitario;
- k si fa variare in modo parametrico;
- E_{rid} si assume essere $E_{rid} = 1/400E$ in quanto, purché sia sufficentemente piccolo, ha un basso impatto sui risultati impedendo qualsiasi vincolo a causa dell'indeterminazione statistica.

Ora, la scelta del dominio e del contorno di ottimizzazione sono lasciate alla sensibilitá dell'utilizzatore.

Alla fine rimangono due quantitá che si devono fissare o far variare parametricamente durante le varie iterazioni di ottimizzazione che sono k e σ_{ref}

Oltre a questo modo di implementare il BGM ne esiste un altro proposto successivamente da *W. J. Waldman.* Si basa sul *multi-peak approach* e consiste nel calcolare le tensioni su tutti i nodi del contorno del dominio di ottimizzazione e allora, l'iesimo nodo che si trova nella j-esima sottoregione di tensione⁷, viene spostato lungo la normale al contorno del dominio secondo la relazione:

$$d_i{}^j = \frac{(\sigma_i{}^j - \sigma_{th}^j)}{\sigma_{th}{}^j} sc \qquad (2.2.11)$$

 \cos

$$\begin{cases} \sigma_{th}{}^j = \max(\sigma_i{}^j) & \sigma_i{}^j \ge 0\\ \sigma_{th}{}^j = \min(\sigma_i{}^j) & \sigma_i{}^j < 0 \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{2.2.12}$$

dove:

• σ_i^{j} è il valore della tensione nell'i-esimo nodo della j-esima sottoregione di stress;

 $^{^7\}mathrm{nel}$ caso di analisi agli elementi finiti la j-esima sotto
regione corrisponde al j-esimo elemento finito
- $\sigma_{th}{}^{j}$ è il picco (p,ositivo o negativo) di tensione nella j-esima sottoregione di stress;
- c è una lunghezza caratteristica;
- s è una costante che serve a far convergere piú rapidamente la soluzione.

2.2.4 Il BGM implementato in RBF Morph

Vediamo ora come il BGM è implementato dall'ACT RBF-Morph e facciamo un esempio per capire come funziona il procedimento considerando un caso con soluzione analitica nota.

L'estensione si presenta come tutte le funzioni presenti in Ansys Workbench, con la possibilita, cliccando con il tasto destro sul *tool*, di inserire dei comandi. Nel caso del BGM in RBF-Morph il tasto destro permette di scegliere i parametri dell'ottimizzazione che sono il valore soglia di tensione (σ_{ref}) e il valore dello spostamento massimo relativo tra due nodi e di impostare dei 'target' per definire le relazioni padre-figlio necessarie al *mesh morphing* in quanto permettono di guidare lo spostamento dei nodi della griglia.

Tornando ora all'esempio notevole, in particolare, si consideri una trave a sezione costante rettangolare di dimensioni 0.1x0.2x1 [m] caricata in punta con 100 KN.

La mesh è formata da 1280 elementi esaedrici e 6761 nodi. La tensione equivalente di Von Mises massima è all'incastro dove si trovano i punti di singolaritá.





Figura 2.6: Condizioni di carico e targhet per lo spostamento dei nodi



Figura 2.7: Andamento della tensione equivalente di Von Mises

Se ora si applica il BGM alle superfici perpendicolari all'asse y, tenendo fissa la base incastrata, si ottiene un profilo parabolico con la superficie superiore e inferiore della trave allo stesso livello di tensione e con il 33% di volume in meno, come ci si aspetta dalla nota soluzione analitica⁸.

⁸detta 'y' l'altezza della sezione della trave lunga 'l' e larga 'h' a distanza 'x' dal punto di applicazione della forza si ottiene $y = h \sqrt{\frac{x}{l}}$.



(b) Tensione equivalente di Von Mises dopo il morphing

Figura 2.8

È giusto segnalare come non è stato applicato il BGM all'intera porzione di superfice ma operando a 20 cm dalla faccia incastrata per evitare fenomeni di rumore dovuti ai punti di singolaritá. Infine il risultato è stato ottenuto dopo 8 iterazioni e scegliendo:

- $\sigma_{ref} = 140MPa;$
- $s = 1mm^9$.

come parametri per il tool in Ansys Workbench.

 $^{^9\}mathrm{per}$ le loro definizioni guardare il paragrafo precedente.

2.3 Lavori di partenza

Viene presentato ora quanto fatto precedentemente a questo lavoro che è stato proprio il punto di partenza per l'analisi e il punto di confronto per i risultati.

Il problema di ridurre il fattore di concentrazione delle tensioni alla radice di pale di turbomacchine e la deformazione associata, infatti, è un problema molto sentito nel campo industriale e in molti hanno provato a trovare geometrie che consentano di affrontare questa esigenza.

2.3.1 Ridurre concentrazione di tensione con mesh morphing su una pala di turbina

Nel lavoro *Ridurre le concentrazioni di tensione con il mesh morphing* pubblicato da *M.E. Biancolini* (2017), il modello è discretizzato in:

- nodi $\rightarrow 430000$
- elementi \rightarrow 300000 elementi tetra
edrici parabolici

L'idea è quella di trattare il raccordo della paletta al pari dello schema notevole di una barra rettangolare soggetta a momento flettente con cambiamento di sezione con raccordo di raggio assegnato. dove la tensione è massima in prossimitá della zona di sezione retta minima, dove si addensano le linee di forza.

In questo caso un raccordo piú dolce , di raggio maggiore permette di abbattere l'intensitá dello stato di tensione riducendo l'addensamento delle linee di flusso e favorendo il flusso del carico nel componente.

Un concetto cosí semplice puó essere trasportato tramite il Mesh Morphing sulla pala in esame agendo sulla geometria del raccordo in due posizioni: il punto di passaggio



Figura 2.9

fra traccordo e geometria del profilo alare e il punto di collegamento tra la fine del raccordo e la base della zona di incastro.

Rendendo parametrico lo studio¹⁰ il *design point* migliore è quello in cui la riduzione del picco di tensione è del 22.5%. La verifica dei risultati ottenuti ha tenuto in conto il fatto che la nuova configurazione della geometria porta con se cambiamenti nelle condizioni di carico. Sono allora stati calcolati la variazione di momento flettente risultante e della forza trasversale risultante dopo il *morphing* constatando che le riduzioni sono accettabili e corrispondono rispettivamente allo 0.6% e 2.4% rispetto al caso di partenza. Lo studio parametrico puó essere automatizzato facendolo guidare

 $^{^{10}\}mathrm{i}$ parametri sono i due spostamenti alla base e in testa al raccordo



Figura 2.10: Punti RBF utilizzati per controllare la geometria: i punti in rosso sono quelli originali e i punti in blu sono quelli nella posizione finale dopo il morph

dal tool *response surface* per cui si ottiene una superficie di risposta ai parametri. In particolare volendo confrontare la geometria iniziale e finale si puó vedere come il *morphing* del raccordo non vada a cambiare la conformazione del profilo palare nello spazio che potrebbe peggiorare l'aereodinamica del modello.



(a) Workflow: definizione dei parametri di input e output per l'ottimizzazione

	Table of Design Points 🗸 🗸 🗸									
		А	В	с	D	E	F			
l	1	Name 💌	P2 - Edge-up Delta z 💌	P3 - Edge-down Curve Offset 💌	P1 - Maximum Principal Stress Maximum 💌	📃 Ret	Retained Data			
	2	Units	mm 💌	mm 💌	MPa					
1	3	DP 0 (Current)	0	0	195,2	V	×			
1	4	DP 2	1	0	176,53					
	5	DP 3	1	1	180,71					
Ĩ	6	DP 4	2	0	168,39					
1	7	DP 5	2	1	172,19					
1	8	DP 6	2	-1	176,44					
	9	DP 7	2	0,5	170,52					
Ĩ	10	DP 8	2	0,25	169,54					
1	11	DP 9	2	0,1	168,83					
1	12	DP 10	2	-0,1	167,94					
	13	DP 11	2	-0,5	167					
Ĩ	14	DP 12	2,5	-0,5	162,8					
1	15	DP 13	3	-0,5	160,03					
1	16	DP 14	3,5	-0,5	157,63					
	17	DP 15	4	-0,5	156,62	V	×			
1	18	DP 16	4	-1	160,74					
1	19	DP 17	4	0	161,41					

(b) Risposta dello studio parametrico

Figura 2.11



Figura 2.12: Superficie di risposta





Figura 2.13

2.3.2 Ridurre concentrazione di tensione su una pala di turbina tramite *local sculpting approach*

Considerando la stessa geometria con le stesse condizioni di carico del caso precedente, il *mesh morphing* puó essere utilizzato per aggiornare localmente la griglia. L'idea è quella di ridurre il valore di tensione negli hotspot creando una sorta di bolla di materiale intorno a questi.

Si procede fissando un sistema di riferimento locale in corrispondenza dei punti di massima tensione e si costruiscono una serie di *named selections* per creare una collezione di nodi utili per imporre gli spostamenti nodali della mesh.



Figura 2.14: Named selections e RBF-Targhet

In cui:

 hot spot ball: contiene tutti i nodi della mesh distanti 18 mm dal centro dell'hotspot;

- 2. *hot spot sphere*: contiene tutti i nodi della mesh tra 17 e 18 mm di distanza dal centro dell'hotspot;
- 3. *surface morph nodes*: contiene tutti i nodi di superficie della mesh che distano meno di 18 mm dal centro dell'hotspot;
- 4. *surface morph nodes border* : contiene tutti i nodi della mesh di superfice distanti tra i 17 e i 18 mm dal centro dell'hotspot;
- 5. *hot spot nodes*: contiene un piccolo insieme di nodi presi manualmente intorno all'hotspot;
- loop2: contiene i nodi presi manualmente lungo una linea di isotensione sulla superfice.

I nodi dell'insieme 4, 5 e 6 vengono utilizzati per creare questa 'bolla' sulla superfice. In particolare i nodi dell'insieme 5 vengono spostati lungo la direzione Y del sistema di riferimento creato sull'hotspot. I nodi dell'insieme 4 e 6 sono fissi.



Figura 2.15: Setup mesh morphing

Vengono esplorati diversi *design point* tramite lo strumento parametrico *response surface*. Quello che si vede è che creare una piccola 'bolla' spostando i nodi di 0.25 mm riduce del 7% lo stress mentre un movimento verso l'interno della superfice aumenta lo stress (come si aspettava).

Ulteriori incrementi dello spostamento verso l'esterno producono peró un aumento dello stress arrivando fino a sdoppiare l'hotspot in 2. Da questo lavoro parte l'idea di



Figura 2.16: Punti di controllo ottimizzazione e relativi valori della tensione all'hotspot

utilizzare il BGM che utilizza lo stesso approccio proposto qui manulamente, andando a lavorare su piú nodi e quindi portando a risultati migliori.

Capitolo 3 Ottimizzazioni

In questo capitolo verrà esposto l'algoritmo di ottimizzazione che, a partire dai risultati dei lavori considerati nei capitoli precedenti, permette di trovare una configurazione migliore del materiale nella zona del raccordo alla base della pala.

3.1 Modello FEM

3.1.1 Geometria della pala

Il caso è quello dello studio dell'ottimo della geometria del raccordo di una pala rotorica di una turbina termica. Il modello solido della pala è stato fornito dalla *Ansys Inc.*



Figura 3.1: Modello CAD del caso di studio

Area superfice totale	$103308.5657mm^2$
	40021 00502
Area supernce interazione nuido paia	42231.2838mm ⁻
Area superfice base	$61077.2792mm^2$
massa pala	6.7614 kg
Densitá	$7850[kg/m^{3}]$
Tensione di snervamento	250MPa
Tensione di rottura	460 MPa

Tabella 3.1: Propietá materiale e della geometria

3.1.2 Condizioni di carico

La *Ansys inc.* ha anche provveduto a determinare le condizioni di carico che agiscono durante il funzionamento del componente. In particolare è stato trovato un carico equivalente¹ rappresentativo delle sollecitazioni affaticanti che agiscono in modo variabile nel tempo, in funzione della percentuale di carico, sul pezzo:

- pressione di 1MPa sulla parte frontale del profilo
- pressione di 2MPa sulla parte frontale del profilo

La pala è poi stata bloccata alla base dove entra in contatto con la parte calettata all'albero rotante della turbina come si puó vedere in figura:



Figura 3.2: Condizioni di carico

 $^{^1}$ è stato assunto un carico equivalente medio in modo da approssimare la condizione di carico alternato e tale da ricondurre l'analisi dinamica ad un'analisi statica.

3.1.3 Scelta elementi della mesh

Nel caso di una *analisi agli elementi finiti* la prima cosa da fare è identificare il tipo di elemento con cui discretizzare il dominio (la geometria). La griglia (o mesh) infatti identifica le celle in cui risolvere le equazioni di governo e la sua scelta condiziona fortemente:

- \checkmark accuratezza della soluzione;
- \checkmark velocitá di convergenza (o mancanza) della soluzione;

 \checkmark tempo di calcolo.

In ambiente Ansys Workbench l'analisi è tridimensionale e quindi bisogna scegliere fra gli elementi 3D disponibili in libreria². I principali elementi tridimensionali sono:

• Tetraedro: ha 4 nodi e funzione di forma del tipo A + Bx + Cy + Dz con deformazioni (tensioni) costanti all'interno dell'elemento³. Con questi elementi si possono discretizzare tutte le geometrie spaziali ma non consentono sempre analisi precise in termini di tensioni e deformazioni a causa del limitato numero di GLD.



Figura 3.3: Elemento tetraedrico

 $^{^2}$ in casi straordinari per analisi veramente "spinte" si possono creare elementi personalizzati ad hoc.

³per capire il motivo basta applicare la nota relazione di congruenza per cui deformazion i ϵ e spostamenti S $\epsilon = \nabla(S)$.

• Esaedro: ha 8 nodi e funzione di forma A + Bx + Cy + Dz + Exy + Fyz + Gzx + Hxyz con deformazioni (tensioni) variabili linearmente al suo interno. Consente quindi approssimazioni del campo di tensioni e deformazioni migliori⁴ il principale limite di questi elementi è nell'approssimazione di geometrie complesse (i.e. raccordi).



Figura 3.4: Elemento esaedrico

Nel caso di studio per la scelta dell'elemento per le analisi di base per le ottimizzazione si è optato nel lasciare i parametri di *default* in Ansys Mechanical. In particolare avendo comunicato in precedenza il tipo di analisi (statica) al software, lasciando i parametri di default della mesh, sará lui stesso a decidere la tipologia di elemento che piú è idonea al caso. Con maggiore attenzione, invece, è stata operata la scelta della dimensione degli elementi formanti la griglia.

3.1.4 Studio convergenza della mesh

Nella modellazione agli elementi finiti avere una *mesh* piú fine consente di ottenere una soluzione piú accurata in quanto consente idealmente di ottenere campi costanti

 $^{^{4}}$ qual'ora si volessero effettuare analisi più precise si possono scegliere elementi con maggiore numero di nodi e funzioni di forma più complesse. All'aumentare dei GDL nell'elemento infatti si possono cogliere maggiormente i gradienti degli spostamenti e quindi in cascata di tensioni/deformazioni



Figura 3.5: Mesh modello di base

su elementi vicini e quindi portare a convergenza la soluzione (campo di spostamenti). Tuttavia diminuendo le dimensioni degli elementi con cui si è discretizzato il parasolido il tempo di esecuzione dei calcoli aumenta esponenzialmente. Bisogna allora trovare il giusto compromesso tra precisione e risorse di elaborazione. Per fare questo si esegue uno studio della convergenza della mesh che dipende anche dal tipo di analisi che si effettua.

Nel caso di interesse lo studio della convergenza della mesh è stato eseguito basandosi sulla semplice considerazione espressa sopra per cui aumentando il numero degli elementi, il campo di interesse tende ad essere costante intorno ad un elemento. Se consideriamo questa affermazione vera allora lo studio puó essere approcciato considerando come cambia la risposta del modello se si parametrizza la dimensione degli elementi della mesh.

In particolare è stata presa una mesh regolare a partire da elementi di dimensione di 4 mm, sono stati applicati i carichi al modello e studiando la risposta con il tool *response surface* in modo parametrico fino alla dimensione di 0.8 mm è stato effettua-

Project Schematic					
▼ A	Ŧ		8		
1 🎯 Geometry	1	8	Static Structural		
2 🛐 Geometry 🗸 🖌	2	۲	Engineering Data	× .	
Geometry	3	ā)	Geometry	× .	
	4	۲	Model	 Image: A second s	
	5		Setup	× .	
	6	1	Solution	× -	
	7	9	Results	× -	
L. L	• 8	ψų	Parameters		
			Static Structural		
Brander Set				4	i.
TT THINKS SA					
▼ C					
1 Response Surface					
2 Mosign of Experiments					
3 📰 Response Suiface 🗸 🖌					
Response Surface					

to lo studio di convergenza secondo il seguente *workflow*: Come parametri sono stati

Figura 3.6: Workflow parametrizzazione

presi:

- 1. il valore massimo della *tensione principale* (parametro di output);
- 2. la dimensione degli elementi della mesh (parametro di input).

Result 60 (Auto Scale)	- 🗊 - 🖥 - 💰	I - ∃	NO NO Probe Display Scop	ed Bodies 🔻	
Outline		4		A A A A A A A A A A A A A A A A A A A	
Filter: Name	•	_	B: Static Structural		
🗟 🖉 🐎 🗉 🔊	41		Type: Maximum Principal Stress		
Geometry Geometry Materials Goordinat Goordinat Goordinat	e Systems	^	Unit: Pa Time: 1 09/09/2018 12:29		
Static St Static St Anal Static St Anal Static St Anal Static St Anal Static St Anal Static St Anal Static St Static St Anal Static St Static St Anal Static St Static Static St Static Static St Static Static St Static Static St	ructural (85) ysis Settings d Support sure		1,687/be8 Max 1,677e8 1,4663e8 1,2557e8		
⊢, Sal, Pres ⊟, Sal , Sal , Sal , Sal , Sal	sure 2 stion (B6) Solution Information Maximum Principal Stress Maximum Principal Stress 2	~	1,0451e8 8,3451e7 6,239e7 4,1329e7 4,1329e7		
Details of "Maximum Pri	ncipal Stress 2"	ą	-7.9303e5 Min		
Identifier		^			
	No				
Suppressed	110			0.000	- 0
Suppressed	alts			0,000 -0,000	, v,
Suppressed Integration Point Result Display Option	Averaged	_		0,025 0,0	175
Suppressed Integration Point Resu Display Option Average Across Bodies	Averaged	_		0,025 0,0	175
Suppressed Integration Point Resu Display Option Average Across Bodies Results	Averaged	=	Geometry (Print Preview) Report Print	0,025 0,0	175
Suppressed Integration Point Rese Display Option Average Across Bodies Results Minimum	Averaged i No -7.9303e+005 Pa		Geometry (Print Preview) Report Pri	0,025 0,0	75 #
Suppressed Integration Point Ress Display Option Average Across Bodies Results Minimum P Maximum	Averaged i No -7,9303e+005 Pa 1,8876e+008 Pa		Geometry/Print Preview/Report Print Graph	eview/	ns #
Suppressed Integration Point Ress Display Option Average Across Bodies Results Minimum P Maximum Average			Geometry / Print Preview / Report Preview /	eview / 0.025 0.0	
Suppressed Integration Point Resu Display Option Average Across Bodies Results Minimum P Maximum Average Minimum Occurs On	Averaged Averaged No -7,9303e+005 Pa 1,8876e+008 Pa 3,2542e+007 Pa model VPat 1		Geometry (Print Preview) Report Print Graph	cciew / 0.025 0.0	
Suppressed Integration Point Ress Display Option Average Across Bodies Results Minimum P Maximum Average Minimum Occurs On Maximum Occurs On			Geometry (Print Preview) Report Print Graph	eview/	075 ••••••••••••••••••••••••••••••••••••

(a) Valore della tensione equivalente di Von Mises nelle zone di parametrizzazione

De	Details of "Mesh"							
Ξ	Display							
	Display Style	Body Color						
	Defaults							
	Physics Preference	Mechanical						
	Element Order	Program Controlled						
	P Element Size	4,e-003 m						
÷	Sizing							

(b) Parametro dimensionale

Figura 3.7

I risultati dell'analisi mostrano come la soluzioni sembri convergere inzialmente tra le dimensioni di 4 mm e 2,5 mm. Subito dopo peró la soluzione cresce monototicamente e si ristabilizza a 1,6 mm.



Figura 3.8

dimensione elemento	max tensione	Differenza $\%$ con
$mesh \ [mm]$	principale [MPa]	soluzione precedente
4	$1,\!887570687$	0
$3,\!866666667$	1,89206929	-0,237761047
3,733333333	1,898868636	-0,358073515
$3,\!6$	1,906839352	-0,418006675
$3,\!4666666667$	1,914186493	-0,383825757
3,333333333	1,918828377	-0,24191244
3,2	1,919021687	-0,010073341
3,066666667	1,914052313	0,259625825
2,9333333333	1,90473518	$0,\!489156309$
2,8	1,893488896	0,593945086
$2,\!6666666667$	1,883875396	0,510304474
2,5333333333	1,879682745	0,223050959
2,4	1,883816702	-0,219445803
2,2666666667	1,897376288	-0,71464928
$2,\!133333333$	1,91925611	-1,140015728
2	1,946436625	-1,396424391
1,866666667	1,974866906	-1,439604902
1,7333333333	2,000629562	-1,287727439
$1,\!6$	2,020992734	-1,00758265
$1,\!4666666667$	2,0350188	-0,689235181
1,333333333333333333333333333333333333	2,043575711	-0,418722495
1,2	2,048815563	-0,255750307
1,0666666667	$2,\!0533635$	-0,2214872
0,9333333333	2,059528068	-0,299319419
$0,\!8$	2,068781537	-0,4472908

Tabella 3.2: Convergenza soluzione

Modello globale

Per le analisi di partenza propedeutiche per le ottimizzazioni allora è stata scelta una mesh di elementi di dimensione 2 mm con rifinimento della griglia nella zona di interesse del raccordo con ingombro pari a 1 mm.



Figura 3.9: Mesh di partenza

3.1.5 Sottomodello

Nel corso dei casi di studio è stato necessario fare ricorso alla tecnica del *submodelling* per diversi motivi:

- $\checkmark\,$ permette di creare una mesh piú rada sul modello e infittirla sul sottomodello senza perdere di accuratezza;
- ✓ permette, a paritá di mesh con il modello, di ridurre il tempo di calcolo, in quanto si applicano come condizioni al contorno sul sottomodello gli spostamenti del modello che convergono rapidamente;
- $\checkmark\,$ permette di introdurre dettagli geometrici trascurati nel modello globale.

Il sottomodello è stato generato tagliando con due piani paralleli alla superfice superiore del profilo palare del CAD. Il piano di taglio superiore dista dalla superficie di riferimento 133 mm e i piani sono distanti tra loro 75,28 mm. La scelta dei piani di taglio è stata effettuata in modo tale da





- poter applicare le condizioni al contorno dell'analisi di base sulla geometria globale al sottomodello lontano dalla zona del raccordo da ottimizzare, in modo che non ci siano *effetti di bordo*;
- avere una geometria significativamente ridotta rispetto al modello globale su cui applicare una mesh piú fitta senza aumentare troppo il tempo di calcolo della soluzione;
- poter applicare le condizioni al contorno su poche superfici piane.

In questo caso, nella scelta della mesh opportuna, non si è tenuto conto solo della convergenza della soluzione del calcolo statico ma anche della possibilitá di ottenere risultati dal BGM. In particolare, poter prendere una mesh piú fine permette non solo di ottenere calcoli piú precisi ma successivamente al processo di ottimizzazione di ricostruire piú facilmente la geometria. Questo perché il file STL estratto dall'analisi al BGM sará costituito da tanti triangoli che saranno tanto piú piccoli quanto piú è fine la mesh. Ora il file STL è quello su cui ci si basa per l'esecuzione del modello CAD della geometria migliorata. Il fatto di prendere elementi sempre piú piccoli peró, mentre nel caso di analisi statiche FEM comporta ingenti aumenti di tempo di esecuzione, nel caso dell'applicazione del metodo BGM porta all'arresto del processo stesso in quanto richiede un grande dispendio di memoria del calcolatore⁵.

Dunque la dimensione degli elementi della $mesh^6$ è stata scelta per tentativi applicando un solo passo del processo BGM al sottomodello parametrizzando la grandezza dell'elemento base e cercando di tenere conto di entrambe le esigenze (ricostruzione geometria e possibilitá di esecuzione del processo).

Infine si è optato per una dimensione degli elementi variabile a secondo del caso di ottimizzazione ma comunque poco piú piccola della grandezza dell'elemento geometrico piú piccolo del sottomodello (3 mm). Il fatto di ottenere un'approssimazione 'peggiore' dello stato di tensione è stato *bypassato* provvedendo ad una *validazione del modello ottimizzato* una volta riorganizzata la geometria applicandogli stessi carichi, vincoli e griglia del modello globale di partenza.

⁵con delle *workstation* il problema del blocco del calcolo non sussiste ma potrebbero persistere tempi onerosi di calcolo.

⁶la tipologia di elemento è la stessa del modello globale.

3.2 Workflow generale ottimizzazioni

Il *workflow* generale seguito per le ottimizzazioni parte sempre dall'analisi statica del componente nelle condizioni di carico iniziali. La soluzione indica che il modello di partenza presenta due picchi di tensione $(hotspot)^7$ sul raccordo di 197.26 MPa e 205.73MPa.



Figura 3.11: Hotspot

 $^{^7\}mathrm{d'ora}$ in poi si fará riferimento all'hot
spot destro e sinistro relativamente con il termine di hot
spot 1 e 2.

vale:



Figura 3.12

Le soluzioni vengono passate poi al sottomodello dove applicando le condizioni al contorno si ottiene una soluzione piú precisa dei campi di interesse (tensioni). In particolare si puó fare una **validazione del sottomodello** di massima per mezzo del valore della tensione massima principale nella zona di interesse che nei 2 *hotspot*

- $\checkmark~196.49$ MPa nell'hotspot di sinistra con una differenza percentuale dello0.39%rispetto al valore ottenuto con il modello globale
- $\checkmark~205.02$ MPa nell'hotspot di destra che si discosta dello0.34%rispetto al risultato dell'analisi con il modello completo

Il sottomodello risulta quindi verificato sperimentalmente in quanto i valori massimi

di tensione sono prossimi a quelli del modello di partenza. A questo punto viene applicato sul sottomodello in modo iterativo il processo BGM:



Figura 3.13: Workflow

Come paramentri di input e output dell'ottimizzazione si prendono:

- il numero di iterazioni;
- il valore della tensione nei due *hotspot*.

I passaggi per applicare il BGM sono:

- 1. aprire Ansys Workbench \Rightarrow Extension \Rightarrow Manage extension \Rightarrow spuntare la casella RBFMorph. In questo modo l'ACT è pronto per essere utilizzato;
- 2. aprire Ansys Mechanic \Rightarrow cliccare su 'rfb' nella toolbar;
- 3. creare un RBF targhet e selezionare il corpo a cui applicare il processo⁸ \Rightarrow lasciare i parametri di default (traslation \rightarrow manual \rightarrow e zero su tutti i Δx , Δy , Δz);
- 4. aggiungere targhet *figli* cliccando sul comando '*add targhet*' \Rightarrow selezionare le superfici da lasciare fisse durante il processo ('fix') e lasciare i parametri di

 $^{^{8}\}mathrm{il}$ modello in assenza di submodel pu
ó essere composto di piú corpi e non necessariamente il BGM deve essere applicato a tutti.

File View Tools Units Extension: Jobs Help			
🚹 🗃 🛃 💽 Project			
👔 Import 🗟 Reconnect 🔯 Refres Project 🍠 Update Project 🀬 Resume 💔 Update	All Design Points	ACT	Start Page
Toolbox Project Schematic			⊸ џ х
Analysis Systems			
Oesign Assessment			
Eig A Extensions Manager	- 0	×	
e Ele	Туре	Version	
Exclusions AdditiveWizard	Binary	3.0	· ·
C Fil LSDYNA	Binary	19.1	1
Ha MechanicalDropTest	Binary	2.0	1
🔁 Ha 🔽 RBFMorph	Binary	190.0	1
IC VariableLoad	Binary	1.0	1
IC			
M Mo			
RM Re			
Rig			
B0 Sta			
w Sta			
Sté			
		Class	
		Close	

Figura 3.14: Punto 1

default \Rightarrow aggiungere un targhet fratello come prima \Rightarrow selezionare le superfici a cui applicare l'algoritmo \Rightarrow settare 'trasformation' a 'surface offest' \Rightarrow drive value \Rightarrow max principal stress \Rightarrow in 'treshold value' selezionare la tensione a cui si vuole portare la superficie in esame⁹ \Rightarrow in 'surface offset' selezionare il valore accettabile di massimo spostamento relativo tra i nodi;

- 5. cliccare su RBF morph (a sinistra sotto il comando mesh) \Rightarrow cliccare su BGM Mode \Rightarrow on;
- 6. mettere a parametro lo shape ID (RBF Morph \rightarrow shape ID);
- 7. mettere a parametro la tensione nella superficie di ottimizzazione: solution \Rightarrow max principal sterss \Rightarrow result \Rightarrow maximum;

 $^{^9{\}rm solitamente}$ funziona bene la tensione media nella zona di ottimizza
zione disponibile dall'analisi statica



Figura 3.15: Punto 3



Figura 3.16: Puto 4

RBF Morph 🔥 🌍	📂 🗑 📕 🕕						
Outline		ą	Filter: Name	-			
Filter: Name 🔫			😰 🔄 🗠 🗄 🗟	<u>2</u>			
j Ø ⊘ ↔ ⊞ 🙆 🛔	ļ.	~	Static Structural (E5) Static Structural (E5) Static Suport Pressure				
	Systems						
	; generator		Press ⊕ ∲ Subm □ © Solution	sure 2 Iodeling (B6) tion (E6)	1		
⊡, rbf RBF Morph ⊡, 🏠 submor	del ìx			Solution Information Maximum Principal Stress Maximum Principal Stress 2			
🕞 💭 🕞 Static Stru	ogm source			Maximum Principal Stress 3	~		
Analysi	is Settings	~ [Details of "Maximum Principal Stress 2"				
Details of "RBF Morph"		ą –	Suppressed	No	^		
- Definition		- F	Integration Point Result	lts			
Back2CAD Scaling	1	_	Display Option	Averaged			
Duplicate Detection	none	_	Average Across Bodies	No			
Matrix Precomputation	off	- 6	Results				
Ontimization	OpenMP	_	Minimum	9,6889e+006 Pa			
# OpenMR Cores	0	_	P Maximum	2,0561e+008 Pa			
PRE Solver Tolerance	15.05	_	Average	7,916e+007 Pa			
DRE Solver Timing	115.0	_	Minimum Occurs On	Geom-1\Part 11			
RCM Mada	0.2	_	Maximum Occurs On	Geom-1\Part 11			
P Shane ID	4	- 6	+ Information				
- such a lo							

Figura 3.17: Impostazione parametri

- 8. cliccare sul comando solve per ottenere il primo passo di applicazione del BGM;

 $^{^{10}{\}rm permette}$ di applicare il BGM a partire dall'analisi precedente e non riferendosi ogni volta al punto di controllo

Outline of All Parameters 🔹 📮 🗙							Design Points			•	џ
	А	В	с	D	^		A		в	с	
1	ID	Parameter Name	Value	Unit		1	Name	-	P1 - RBF Morph Shape ID 💌	P2 - Maximum Principal Stress 3 Maximum 💌	P
2	Input Parameters					2	Units			Pa	
3	🖃 🚾 BGM (E1)					3	DP 0		0	1,9453E+08	2
4	🛱 P1	RBF Morph Shape ID	4			4	DP 1		1	1,8338E+08	2
*	🏟 New input parameter	New name	New expression			5	DP 2		2	1,7349E+08	2
6	 Output Parameters 					6	DP 3		3	1,6513E+08	2
7	🖃 🚾 BGM (E1)					7	DP 4 (Curren	nt)	4	1,5796E+08	2
8	P2	Maximum Principal Stress 3 Maximum	1,5796E+08	Pa		8	DP 5		5	1,6078E+08	2
9	P3	Maximum Principal Stress 2 Maximum	2,0561E+08	Pa		9	DP 6		6	1,6909E+08	2
				>	Ť	10	DP 7		7	1,753E+08	2,
Properties of Schematic: Parameter Set				▼ џ	×	11	DP 8		8	1,7826E+08	2
AB						*					
1	Property	Value									
2	 Solution Process 										
3	Update Option	Run in Foreground			-						
4	Design Point Update Process										
5	Design Point Initiation	From Previous Updated			-						
6	Partial Update	None			-						
7	Retain Partial Update	None			-						
8	Retained Design Point	Update parameters			-						
9	License Controls										
10	License Checkout	On-demand			-					_	
11	Design Point Report					Cherry	1			-	
12	Report Image	None			-	Chart: I	io data			•	4

Figura 3.18

- 10. A questo punto sulla tabella dei parametri si vede qual'è il punto di design migliore (in termini del parametro di uscita che in questo caso è la tensione principale massima) e si mette come 'corrente' cliccando col tasto destro. Tornando alla pagina iniziale di Ansys Workbench (cliccando su 'project') inizia il postprocessor cliccando su 'result' → 'edit' si apre Mechancal e si visualizzano i risultati;
- Successivamente si clicca su 'mesh' → 'export as STL' e si salva il file nel current dei CAD e delle analisi di partenza;
- 12. Si puó ora passare alla ricostruzione della geometria di partenza.

3.2.1 Ottimizzazioni hotspot

Una volta visto lo schema generale applicabile per l'ottimizzazione BGM del raccordo, si puó entrare nei particolari: considerando che a causa delle condizioni di carico sul raccordo nascono due hotspot, il processo migliorativo è stato applicato in questo modo:

- applicazione del BGM al solo hotspot1 con ricostruzione della geometria in ottica:
 - (a) additive manufacturing;
 - (b) mantenendo vincoli di lavorazione, ovvero facendo in modo che la sezione retta sia sempre la stessa muovendosi lungo le linee di testa e di fondo al raccordo.
- applicazione del BGM al solo hotspot2 con ricostruzione della geometria in ottica:
 - (a) additive manufacturing;
 - (b) mantenendo vincoli di lavorazione;
- applicazione del BGM ad entrambi gli hotspot contemporaneamente con ricostruzione della geometria in ottica:
 - (a) additive manufacturing;
 - (b) mantenendo vincoli di lavorazione;

Nei vari processi di ottimizzazione sono minime le differenze rispetto al workflow generale sopraelencato ma sono fondamentali per la riuscita dell'algoritmo. In particolare le differenze maggiori sono nei punti 4 e 12 come spiegato successivamente caso per caso.

Ottimizzazione del solo hotspot 1

In questo caso:

- $\checkmark\,$ applicare i punti dall'1 al 3;
- ✓ al punto 4: creare una named selection sulla superficie dove applicare il BGM che consiste nella sola porzione di area intorno all'hotspot e successivamente applicare il BGM con:
 - threshold value: 140MPa (tensione media risultante dall'analisi statica sulla named selection);
 - surface offset pari a 0,005 mm;





- $\checkmark\,$ applicare i punti dal 5 all'11;
- ✓ per la ricostruzione della geometria dalla mesh del punto selezionato come corrente in Ansys Workbench si distiguono due casi (a) e (b) sopra citati. Nel caso (a):

• una volta importa la mesh aprire bisogna aprire Space Claim¹¹ e su 'assieme' importare il file STL insieme al modello iniziale modificato in modo tale da tagliare la parte di solido complementare al sottomodello (in questo modo la mesh in estensione STL e il solido saranno assemblate automaticamente);



Figura 3.20

• a questo punto si pu
ó procedere alla conversione 'STL \Rightarrow surface' in due modi equivalenti.

Si puó usare lo strumento di *reverse engineering* 'surface skin' (strumenti \rightarrow reverse engineering \rightarrow surface skin) e modellare una superfice per volta come spiegato nel capitolo degli strumenti.

 $^{^{11}\}mathrm{si}$ puó usare un qualsiasi CAD per la ricostruzione della geometria ma



Figura 3.21

In modo equivalente si puo costruire un *pattern* di piani paralleli abbastanza vicini¹² (disegno \rightarrow crea modello lineare). Si esegue il taglio del sottomodello per mezzo di questi piani estraendo le curve di sezione (strumenti \rightarrow estrai curve \rightarrow selezionare l'insieme di piani per eseguire il taglio ed estrarre le curve). Successivamente bisogna creare una superfice di raccordo tra le curve ed è qui che entra in gioco la distanza scelta tra i piani (disegno \rightarrow modifica \rightarrow superficie di raccordo). Si ricorre ora allo strumento di riparazione delle superfici (ripara \rightarrow regola \rightarrow unisci facce) per unire le superfici. Infine si ricostruisce cosí tutta la geometria della zona intorno al raccordo che, se è stata effettuata senza errori, avrá come risultato finale un corpo solido in 3 parti (per ottenere un solido le superfici devono essere costruite in modo da chiudersi). Per ottenere un unico corpo (dai 3) si puó usare il comando combina (disegno \rightarrow interseca \rightarrow combina)¹³.

 $^{^{12} {\}rm per}$ abbastanza vicini si intende il fatto che la precisione con cui viene rimodellata la superfice dipende dalla distanza di questi piani. In particolare più sono vicini i piani e maggiore sará la precisione

 $^{^{13}}$ combinare i tre solidi non è necessario ma quando si effettua la validazione della nuova geometria deve essere specificato come trattare il contatto tra i tre corpi che costituiscono il modello globale


Nel caso (b): l'esigenza di mantenere un vincolo di lavorazione ovvero di avere sempre la stessa sezione normale sul raccordo, prescrive il bisogno di utilizzare tecniche ricostruttive differenti:

• una volta importata la mesh ottimizzata e allineata con il solido (come



fatto precedentemente) si crea un piano nella zona dell'hotspot1

Figura 3.23

• si passa alla vista in sezione e si ricostruisce con una *spline* l'andamento del raccordo in sezione.



Figura 3.24

 con il comando trascina (disegno → trascina → lungo una curva) si modella la zona del raccordo lungo le curve di base e di testa della radice della pala,



mantenento la sezione normale alla traiettoria di origine.



• infine si continua con gli stessi passaggi del caso precedente per ottenere il solido a partire dai tre corpi separati, una volta chiuse le superfici.

Ottimizzazione del solo hotspot 2

sia nel caso (a) che (b) i passaggi sono gli stessi del paragrafo precedente. Quello che cambia è che:

• al punto 4 della procedura generale la *named selection* deve essere fatta intorno all'hotspot 2 con parametri:

threshold value \Rightarrow 100 MPa (valore di tensione medio risultante dall'analisi statica del sottomodello);

surface offset $\Rightarrow 0.5 \text{ mm};$

- Nel caso (a) si eseguono gli stessi passaggi del precedente paragrafo;
- Nel caso (b) il piano per la ricostruzione dell'andamento del raccordo tramite la spline deve essere costruito in corrispondenza dell'hotspot 2 e si continua come precedentemente spiegato.



Figura 3.26



Figura 3.27

Ottimizzazione di entrambi gli hotspot contemporaneamente

In questo caso le fasi principali della procedura non cambiano (rispetto all'ottimizzazione dei singoli hotspot) se non per alcune piccole attenzioni:

• al punto 4: il *targhet* contenente i nodi che devono essere spostati in modo da applicare il BGM deve essere generato tramite *named selection* create su entrambi gli hotspot e prendendo come parametri noti:

threshold value $\Rightarrow 120$ MPa (valore di tensione medio risultante nella *named* selection dall'analisi statica del sottomodello)

surface offset $\Rightarrow 0.5 \text{ mm}$



Figura 3.28

• al punto 12:

- nel caso (a) si procede esattamente come descritto sopra

 nel caso (b) si generano 2 geometrie distinte a partire dal posizionamento di due piani necessari per la costruzione di due distinte *spline* che riproducano l'andamento del raccordo alla base della pala.



Figura 3.29

seguendo ora i passaggi successivi dell'ottimizzazione dei singoli hotspot si ottengono 2 geometrie distinte (una seguendo l'andamento della *spline* dell'hotspot1 e una seguendo l'andamento della *spline* in corrispondenza del secondo hotspot).

Capitolo 4

Risultati ottimizzazioni

In questo capitolo vengono presentate le geometrie ottimizzate, altre analisi differenti da quelle standard al BGM e i risultati.

4.1 Geometrie ottimizzate al BGM

Hotspot 1 additive

la geometria e la mesh sono:



i punti di controllo del BGM sono:

Table of Design Points

	A		В		с		D	E	F	
1	Name 💌	P1 -	RBF Morph Shape ID 💌	P2 - Maxim	um Principal Stress Maximum 💌	P3 - Maximum Princip	oal Stress 2 Maximum 💌	Retain	Retained Data	
2	Units				Pa		Pa			
3	DP 5	0		1,9853E+0	8	1,9818E+08		V	7	
4	DP 6	1		1,96E+08		1,9817E+08		V	1	
5	DP 7	2		1,936E+08	3	1,9816E+08		\checkmark	7	
6	DP 8	3		1,9131E+0	8	1,9815E+08		V	7	
7	DP 9	4		1,8911E+0	08	1,9815E+08		V	9	
8	DP 10	5		1,8701E+0	18	1,9815E+08		V	7	
9	DP 11	0		1,84976+0	18	1,9814E+08		V	7	
10	DP 12	/ 8		1,0307E+0	18	1,9013E±08			7	
12	DP 14	9		1,803E+08	3	1,9813E+08			4	
13	DP 15	10		1,7906E+0		1,9813E+08		V	7	
14	DP 16	11		1,7784E+0	08	1,9812E+08		V	7	
15	DP 17	12		1,7667E+0	08	1,9812E+08		V	7	
16	DP 18	13		1,7547E+0	8	1,981E+08		V	7	
17	DP 19	14		1,7433E+0	8	1,981E+08		V	9	
18	DP 20	15		1,7319E+0	8	1,9809E+08		V	7	
19	DP 21	16		1,7209E+0	1,7209E+08			V	7	
20	DP 22	17		1,7105E+0	8	1,9809E+08		V	7	
21	DP 23	18		1,6998E+08		1,9808E+08		V	1	
22	DP 24	19		1,6893E+0	8	1,9806E+08			7	
23	DP 25	20		1,6793E+0	18	1,9806E±08			7	
24	DP 27	21		1,6595E+0	18	1,9805E+08			4	
26	DP 28		23	-,	1.6501E+08	-,	1.9804E+08		,	
27	DP 29		24		1,6408E+08		1,9803E+08			
28	DP 30		25		1,6316E+08	1,6316E+08 1,98E+08				
29	DP 31		26		1,6229E+08		1,9799E+08			
30	DP 32		27		1,6141E+08		1,9797E+08			
31	DP 33		28		1,6057E+08		1,9795E+08			
32	DP 34		29		1,5975E+08		1,9793E+08			
33	DP 35		30		1,5975E+08		1,9793E+08			
34	DP 36		31		1,5896E+08		1,9793E+08			
35	DP 37		32		1,5818E+08		1,9792E+08			
36	DP 38		33		1,5742E+08		1,979E+08			
37	DP 39		34		1,5666E+08		1,9789E+08			
38	DP 40 (Curre	nt)	35		1,5593E+08		1,9787E+08			
39	DP 41		36		1,6693E+08		1,9806E+08			
40	DP 42		37		1,6597E+08		1,9805E+08			
41	DP 43		38		1,65E+08		1,9802E+08			
42	DP 44		39		1,6407E+08		1,9801E+08			
43 DP 45 40 1,6315E+08		1,6315E+08	1,9799E+08							

Figura 4.2



Figura 4.3

Hotspot 1 vincolo fabbricazione

la geometria e la mesh sono:



Figura 4.4

i punti di controllo del BGM sono:

Table of	Table of Design Points							
	А	В	С	D				
1	Name 🗾	P1 - RBF Morph Shape ID 💌	P2 - Maximum Principal Stress 2 Maximum 💌	P3 - Maximum Principal Stress Maximum 💌				
2	Units		Pa	Pa				
3	DP 8	8	1,8949E+08	1,9814E+08				
4	DP 7	7	1,8949E+08	1,9814E+08				
5	DP 6	6	1,8949E+08	1,9814E+08				
6	DP 5	5	1,8949E+08	1,9814E+08				
7	DP 4	4	1,8949E+08	1,9814E+08				
8	DP 3	3	1,8949E+08	1,9814E+08				
9	DP 2	2	1,8949E+08	1,9814E+08				
10	DP 1	1	1,8949E+08	1,9814E+08				
11	DP 0 (Current)	0	1,6033E+08	1,9816E+08				
12								



Figura 4.6

Hotspot 2 additive

la geometria e la mesh sono:



Figura 4.7

i punti di controllo del BGM sono:

Table of						
	А	в	с	D		
1	Name 🏼 🗾	P1 - RBF Morph Shape ID 💽	P2 - Maximum Principal Stress 2 Maximum 💌	P3 - Maximum Principal Stress Maximum 💌		
2	Units		Pa	Pa		
3	DP 8	8	1,8949E+08	1,9814E+08		
4	DP 7	7	1,8949E+08	1,9814E+08		
5	DP 6	6	1,8949E+08	1,9814E+08		
6	DP 5	5	1,8949E+08	1,9814E+08		
7	DP 4	4	1,8949E+08	1,9814E+08		
8	DP 3	3	1,8949E+08	1,9814E+08		
9	DP 2	2	1,8949E+08	1,9814E+08		
10	DP 1	1	1,8949E+08	1,9814E+08		
11	DP 0 (Current)	0	1,6033E+08	1,9816E+08		
12						



Figura 4.9

Hotspot 2 vincolo fabbricazione

la geometria e la mesh sono:



i punti di controllo del BGM sono:

Table o	f Design Points					
	A	в	С	D		
1	Name 📮	P1 - RBF Morph Shape ID 💌	P2 - Maximum Principal Stress 2 Maximum 💌	P3 - Maximum Principal Stress Maximum 💌		
2	Units		Pa	Pa		
3	DP 2	0	1,9624E+08	2,0207E+08		
4	DP 3	1	1,7481E+08	2,0202E+08		
5	DP 4	2	1,6247E+08	2,0193E+08		
6	DP 5	3	1,7481E+08	2,0202E+08		
7	DP 6 (Current) 4		1,6246E+08	2,0192E+08		
8	8 DP 7 5		え	🕺		
9						



Figura 4.12

Entrambi gli hotspot additive

la geometria e la mesh sono:



Figura 4.13

i punti di controllo del BGM sono:

Table of	Design Points					
	А	в	с	D	E	F
1	Name 📮	P3 - RBF Morph Shape ID 💌	P1 - Maximum Principal Stress 2 Maximum 💌	P2 - Maximum Principal Stress Maximum 💌	Retain	Retained Data
2	Units		Pa	Pa		
3	DP 0	0	1,9977E+08	1,9511E+08	V	×
4	DP 1	1	1,789E+08	1,8228E+08	V	 Image: A second s
5	DP 2	2	1,6999E+08	1,7062E+08	V	 Image: A set of the set of the
6	DP 3	3	1,628E+08	1,607E+08	V	 Image: A set of the set of the
7	DP 4 (Current)	4	1,5738E+08	1,5383E+08	V	 Image: A set of the set of the
8	DP 5	5	え	え	V	
9						



Figura 4.15

Entrambi gli hotspot vincolo fabbricazione

le geometrie e le mesh sono:



(c) 1

i punti di controllo del BGM sono:

Table of						-
	A	в	с	D	E	F
1	Name 📮	P1 - RBF Morph Shape ID 💌	P2 - Maximum Principal Stress Maximum 💌	P3 - Maximum Principal Stress 2 Maximum 💌	📄 Retain	Retained Data
2	Units		Pa	Pa		
3	DP 1	0	1,9328E+08	2,0143E+08	V	×
4	DP 2	1	1,702E+08	1,7262E+08	V	×
5	DP 3	2	1,5829E+08	1,6542E+08	V	×
6	DP 4 (Current)	3	1,5132E+08	1,5284E+08	V	 Image: A second s
7	DP 5	4	1,5041E+08	1,6046E+08	V	×
8	DP 6	5	1,5566E+08	1,7605E+08	V	×
9	DP 7	6	1,6101E+08	1,8717E+08	V	×
10						

(a) 1

la validazione da:



Figura 4.18

4.2 Ottimizzazioni alternative

Sono state effettuate due ottimizzazioni differenti dalle precedenti:

✓ in assenza di *submodelling*: la tecnica del sottomodello per quanto validata e utilizzata in letteratura, potrebbe avere effetti particolari sul risultato del procedimento. Per investigare questa ipotesi è stata effettuata un'ottimizzazione parafrasando l'ottimizzazione dell'hotspot 2 in ottica *vincolo lavorazione* che è quella che ha dato risultati migliori ma in assenza di *submodelling* e quindi sulla geometria globale.

✓ manuale: per valutare la bontá del metodo BGM, a partire dai lavori citati al capitolo precedente, si è provato a modificare la morfologia del raccordo dando manulamente gli spostamenti ai nodi con lo strumento RBF-Morph in modo da avere idea di quanto il BGM lavori bene (o male)

4.2.1 Senza submodelling

Si eseguono comunque i passaggi dall'uno al dodici del capitolo precedente 3.2 con alcune modifiche:

• il *workflow* di ottimizzazione si semplifica in quanto non serve passare i dati dell'analisi statica della pala completa al sottomodello. Per questo motivo il processo di miglioramento è applicato nello stesso blocco dell'analisi strutturale.



Figura 4.19

- la mesh è regolare e ha elementi di dimensione 1.5 mm senza alcun rifinimento alla radice della pala.
- al punto 4 nei targhet RBF: vengono mantenuti fisse le superfici e il contorno delle stesse e il BGM viene fatto lavorare nella zona del secondo *hotspot* come in figura:



Figura 4.20

 $\bullet\,$ il $treshold\,\,value$ è impostato a 120 MPa

• il surface offset è impostato a 1 mm

I risultati sono questi:

la geometria e la mesh sono:



Figura 4.21

i punti di controllo sono:

Table of	Design Points							
	A	с	D		G	н	I	J
1	Name 🌹	P4 - RBF Morph Shape ID	P2 - Maximum Principal Stress Maximum 💌		P6 - Maximum Principal Stress 2 Maximum 💌	Retain	Retained Data	Note 💌
2	Units		Pa	55	Pa			
3	DP 4	4	2,0161E+08		1,5662E+08	V	×	
4	DP 3 (Current)	3	2,0161E+08	Π	1,5402E+08		1	
5	DP 2	2	2,0161E+08	Π	1,6583E+08	V	~	
6	DP 1	1	2,0161E+08	Π	1,8163E+08	V	×	
7	DP 0	0	2,0161E+08	Π	2,0161E+08		~	
				Ш				

(a) 1



Figura 4.23

4.2.2 Manuale

In questo caso l'ottimizzazione non segue il *workflow generale* in quanto pur utilizzando la tecnica del submodelling¹ si procede all'utilizzo dello strumento *scaling* dell'ACT RBF-Morph su alcune curve caratteristiche, simulando quello che si sarebbe fatto nel caso di una trave incastrata con un carico distribuito. In questo esempio notevole infatti il momento flettente è massimo all'incastro in cui, se la trave ha sezione costante, si riscontra anche la massima sollecitazione di trazione.

In un tentativo di emulare questo schema notevole l'idea è quella di aumentare il momento di inerzia del corpo alla base in modo da ridurre la tensione e questo puó essere fatto tramite lo strumento che l'ACT detiene, settando i parametri come in figura.

 $^{^1\}mathrm{per}$ cui le soluzioni dell'analisi statica vengono applicate come condizioni al contorno al sottomodello per eseguire l'ottimizzazione



Si noti come anche la geometria del sottomodello è stata modificata dividendo le superfici nella zona del raccordo per permettere di far lavorare lo scaling su una zona piú ampia. La zona di modifica è stata estesa a soli 3 mm sopra il raccordo in modo che questo non vada ad intaccare in modo apprezzabile l'aereodinamica della pala. Per rendere parametrica l'ottimizzazione si sono presi:

- 1. parametri di input \rightarrow valori di scaling delle curve
- 2. parametri di output \rightarrow valori di tensione nei due hotspot



Figura 4.25

Infine la geometria migliorata è stata ricostruita come nel caso dell'ottimizzazione dell'hotspot 2 in ottica vincolo di fabbricazione.



Figura 4.26: Workflow

I risultati sono:

la geometria e la mesh sono:



Figura 4.27: 1

i punti di controllo sono:

Tabl	of Design Points														• 4 x
	A	в	с	D	E	F	G	н	I	J	к	L	м	N	0
1	Name 🍠	P1 - RBF Source Scaling x	P2 - RBF Source Scaling y	P3 - RBF Source Scaling z	P4 - RBF Source Scaling X	P5 - RBF Source Scaling y	P6 - RBF Source Scaling Z	P7 - RBF Source Scaling X	P8 - RBF Source Scaling y	P9 - RBF Source Scaling z	P10 - RBF Source Scaling X	P11 - RBF Source Scaling y	P12 - RBF Source Scaling Z	P13 - Maximum Principal Stress Maximum	P14 - Maximum Principal Stress 2 Maximum
2	Units													Pa	Pa
3	DP 5	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	0,98	0,98	0,98	1,6111E+08	1,6837E+08
4	DP 4 (Current)	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	0,99	0,99	0,99	1,6775E+08	1,6457E+08
5	DP 3	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	0,98	0,98	0,98	1,6265E+08	1,629E+08
6	DP 2	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	0,99	0,99	0,99	1,7275E+08	1,6916E+08
7	DP 1	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1	1	1	1,9093E+08	1,8156E+08
8	DP 0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,0374E+08	1,928E+08
•															

(a) 1

la validazione da:



Figura 4.29

4.2.3 Risultati

I vari tentatativi di ottimizzazione sono riassunti in tabella:

	tensione massima principale hotspot1	tensione massima principale hotspot2	riduzione percentuale tensione hotspot1	riduzione percentuale tensione hotspot1
geometria base	205.73	197.26	tensione notsport	tensione notsport
ott.hotspot1 (v.f)	160.79	195.97	21.85 %	0.5%
ott.hotspot2 (v.f)	137.22	156.21	33.3~%	20.80%
ott.hotspot1&2 (v.f)	163.64	161.16	20.5 %	18.3%
ott.hotspot1 (add)	174.13	200	15.35%	
ott.hotspot2 (add)	213	167.45		15.11%
ott.hotspot1&2 (add)	171	175.9	17%	11%
ott.manuale	172.12	180.22	16.33%	8.6%
ott.nosub	156.61	176.92	23.87%	10.31%

Tabella 4.1

Dai risultati delle diverse analisi si puó vedere come il tentativo di miglioramento della geometria che meglio è riuscito è quello dell'ottimizzazione dell'hotspot2 mantenendo il vincolo di fabbricazione che consente di abbattere il 33% di tensione sul primo hotspot e il 21% sul secondo. Il tentativo di approcciare l'ottimizzazione in modo manuale mostra come il BGM sia in realtá un buon metodo in quanto consente di ottenere risultati migliori (anche rispetto alle tecniche utilizzate nei lavori di partenza) e soprattutto non necessita di particolari attenzioni, nel senso che il metodo lavora da solo e non è imputato allo strutturista pensare a come spostare i nodi della mesh per ottenere geometrie da ottimizzare². Il fatto che il modello migliore risulta essere quello con sezione normale del raccordo costante sul profilo palare puó essere un vantaggio in termini di realizzazione dello stesso con le tecniche industriali piú comuni di produzione dei camponenti meccanici.

Oltre alla riduzione di tensione, un altro aspetto fondamentale per la scelta della geometria migliore è il peso che in questo caso non cambia molto tra un modello e l'altro in quanto la zona di ottimizzazione è confinata alla radice della pala. L'idea di lavorare in ottica *additive manufacturing* è preferibile se si hanno vantaggi notevoli in termini di pesi (e valori di tensione) con l'eventualitá di avere difficoltá nel realizzare

 $^{^2 {\}rm ovviamente}$ la riuscita dell'ottimizzazione manuale è strettamente dipendente dalla sensibilitá dell'operatore

il manufatto:

modello originale	6.76139
ott.hotspot1(v.f.)	6.76611
ott.hotspot2(v.f.)	6.77641
ott.hotspot $1\&2(v.f.)$	6.82005
ott.hotspot1(add)	6.7433
ott.hotspot2(add)	6.73177
ott.hotspot1&2(add)	6.82005
ott.manuale	6.75239
ott.nosub	6.7746

Tabella 4.2

Infine, come mostrato dalla tabella sopra, facendo a meno della tecnica di submodelling:

- $\checkmark\,$ si nota la stessa tendenza della tensione ad abbassarsi maggiormente nell'hotspot1che nell'hotspot2
- ✓ sembra che la tecnica del sottomodello permetta riduzioni di tensione maggiore. Questo dipende peró fortemente dalle tecniche di ricostruzione della geometria al raccordo, ma la cosa importante è che la tecnica del sottomodello non influenza negativamente il procedimento
- \checkmark i tempi per l'esecuzione dell'algoritmo BGM sono molto piú veloci nel caso di submodelling. Si passa da ore a minuti.

Capitolo 5 Conclusioni e Sviluppi futuri

In conclusione, il lavoro ha mostrato come sia possibile ottimizzare dal punto di vista strutturale la radice di pale di turbine termiche con l'algoritmo B.G.M. sfruttando un approccio agli elementi finiti. Infatti, ridurre l'azione dello stato tensionale in questa zona è uno dei problemi ricorrenti nel caso di progettazione a fatica (e/o creep) dei suddetti componenti, soprattutto in ambiente corrosivo.

Sono state proposte diverse geometrie per la realizzazione del componente cercando di coprire le varie esigenze, sia in ottica *additive manufacturing*, sia mantenendo il vincolo di lavorazione per la realizzazione alle macchine utensili.

Con il B.G.M. è stato possibile trovare geometrie della pala in cui il campo di tensione è stato ridotto rispetto al modello di partenza. Anche se la sollecitazione non è stata portata al minimo valore ammissibile dal punto di vista matematico, come ingegneri, bisogna dare piú peso all'ottenimento di un buon risultato con pochi passaggi e in modo veloce. La ricerca di un minimo assoluto potrebbe richiedere ingenti risorse in termini di tempi e difficoltá di convergenza della soluzione, andando a gravare sulle varie voci di costo del progetto.

La scelta di un C.A.D. libero come *SpaceClaim* ha reso il processo di ricostruzione della geometria veloce e semplice con gli strumenti di *Reverse Engineering*.

Per quanto riguarda possibili sviluppi futuri:

Si potrebbe implementare in software l'algoritmo di ottimizzazione, dando la possibilitá al BGM di lavorare mantenento un vincolo di lavorazione su curve qualsiasi. Il lavoro, infatti, è stato svolto per esplorare i risultati ottenibili dal BGM, mantenendo un vincolo di lavorazione lungo una curva, con un *workflow* manuale complesso.

Nell'ACT RBF-Morph esiste giá la possibilitá di applicare il B.G.M. mantenendo vincoli di lavorazione cilindrici e lungo una direzione retta.

• Sarebbe utile indagare, dal punto di vista tecnologico, quali sono le forme realmente realizzabili in *Additive Manufacturing* e confrontarle con quelle ottenute applicando il BGM. Le pale di turbine realizzate in *Additive Manufacturing*, infatti, necessitano di una lavorazione alle macchine utensili dopo essere state stampate.

Elenco delle figure

1.1	Interfaccia grafica Space Claim	15
1.2	Surface skin toll	16
1.3	Punti 3 e 4	17
1.4	Punti 5 e 6	17
1.5	Punto 9	18
1.6	Punto 2	18
1.7	Punto 3	19
1.8	Punto 4	19
1.9	Punto 5	20
1.10	Elemento elastico asta	30
1.11	Interfaccia grafica Ansys Workbench	37
1.12	Interfaccia iniziale	39
1.13	Introduzione geomteria	39
1.14	Collegamento rami	40
1.15	Inizio analisi	40
1.16	Visualizzazione risultati	41
1.17	Workflow aggiornamento mesh	42
1.18	ACT RBF Morph	44
1.19	Radial basis function interpolation	46

1.21	Workflow submodelling	50
1.22	Andamento della tensione principale massima su modello e sottomdello	51
1.23	Convergenza tensione	52
2.1	Fenomeno del <i>pitting</i> su una pala di turbina	55
2.2	Piastra forata: intensificazione delle tensioni all'apice della cricca $\ . \ .$	55
2.3	Meccanica della frattura: modi di rottura	56
2.4		60
2.5	(a) Frammento di albero che mostra un aumento di diametro solamen-	
	te sopra il ponte laterale; (b) Mesh FEM di una frammento di albero	
	semplificato in condizioni di stato piano di tensione. (c) Linee isoten-	
	sione di Von Mises prima di simulare la crescita. (d) Ètruttura in fig(c)	
	Dopo la "crescita"	61
2.6	Condizioni di carico e targhet per lo spostamento dei nodi	69
2.7	Andamento della tensione equivalente di Von Mises	70
2.8		71
2.9		73
2.10	Punti RBF utilizzati per controllare la geometria: i punti in rosso sono	
	quelli originali e i punti in blu sono quelli nella posizione finale dopo il	
	morph	74
2.11		75
2.12	Superficie di risposta	76
2.13		77
2.14	Named selections e RBF-Targhet	78
2.15	Setup mesh morphing	79

2.16	Punti di controllo ottimizzazione e relativi valori della tensione all'hotspot	80																													
3.1	Modello CAD del caso di studio	82																													
3.2	Condizioni di carico	83																													
3.3	Elemento tetraedrico	84																													
3.4	Elemento esaedrico	85																													
3.5	Mesh modello di base	86																													
3.6	Workflow parametrizzazione	87																													
3.7		88																													
3.8		88																													
3.9	Mesh di partenza	90																													
3.10		91																													
3.11	Hotspot	93																													
3.12		94																													
3.13	Workflow	95																													
3.14	Punto 1	96																													
3.15	Punto 3	97																													
3.16	Puto 4	97																													
3.17	Impostazione parametri	98																													
3.18		99																													
3.19		101																													
3.20		102																													
3.21		103																													
3.22		104																													
3.23		105																													
3.24		•	•••	•	 •	•	• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	105
------	----------	---	-----	---	-------	---	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----
3.25		•		•	 •						•		•		•	•	•			•				•					•	•	106
3.26		•		•	 •	•			•	•	•		•			•	•	•		•			•	•					•		107
3.27		•		•	 •	•			•		•		•		•	•	•			•				•						•	107
3.28		•		•	 •	•			•		•		•		•	•	•			•			•					•	•	•	108
3.29		•		•	 •				•		•		•	•	•	•	•			•			•	•					•		109
4.2																															111
4.3													•																		112
4.4											•									•											113
4.6																															114
4.7													•			•															115
4.9					 •											•															116
4.12				•	 •											•															118
4.13													•			•															119
4.15				•	 •										•	•															120
4.18		•		•	 •											•													•	•	122
4.19		•		•	 •	•					•		•			•	•			•			•	•					•		123
4.20		•		•	 •	•			•		•		•		•	•				•											124
4.21		•		•	 •										•	•	•											•	•		126
4.23		•		•	 •	•		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•		•			•	•			•		•		127
4.25		•		•	 •	•		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•		•			•	•			•		•		129
4.26	Workflow			•	 •							•	•		•	•		•		•			•	•					•	•	130
4.27	1	•		•	 •						•	•	•		•	•	•			•			•						•	•	131
4.29				•	 •	•				•		•			•	•	•													•	132

Bibliografia

- M. E. Biancolini, "Fast Radial Basis Functions for Engineering Applications", Springer, 2018.
- [2] M. E. Biancolini, "Ridurre le concentrazioni di tensione con il mesh morphing", Analisi e Calcolo, 2018.
- [3] M. E. Biancolini C. Brutti S. Porziani, "Analysis of corrugated board panels under compression load"
- [4] G. Belingardi, "Il metodo degli elementi finiti nella progettazione meccanica", Ed. Levrotto & Bella, Torino.
- [5] A. Erman Tekkaya A. Guneri, "Shape optimization with the biological growth method: a parameter study", E.C., 1995.
- [6] C. Mattheck Burkhardt, "A new method of structural shape optimization based on biological growth", International Journal of Fatigue, 1990.
- [7] C. Mattheck-H.Moldenhauer, "An intelligent CAD method based on biological growth"
- [8] V. Bicego L. Torri R. Crudeli C. M ichelizzi, "Valutazioni di vita a fatica di componenti in ambienti corrosivi di palette di turbina geotermica e fili di precipitatori elettrostatici"

- B. Dambrine J. P. Mascarell, "Designing turbine blades for fatigue and creep", DefScij, 1988.
- [10] W. Waldmand M. Heller, "Shape optimisation of holes in loaded plates by minimisation of multiple stress peaks", Defence Science and Technology Organisation, 2015.
- [11] J. Chen Q. Wang W.Z. Shen X.Pang S. Li X. Guo, "Structural optimization study of composite wind turbine blade", Materials and Design, 2012.
- [12] C. Mattheck, "Engineering components grow like trees", 1990.
- [13] Cantone, "Dispense del corso di CASM".
- [14] Z. Wu, "An efficient approach for shape optimization of components", Mechanical Sciences, 2005.