



**UNIVERSITÀ degli STUDI di ROMA  
TOR VERGATA**

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

*Tesi di laurea sperimentale*

**Ottimizzazione automatica della vita a fatica di  
componenti meccanici di forma complessa**

**Relatore:** Chiar.mo Prof. Marco Evangelos Biancolini

**Correlatore:** Ing. Stefano Porziani

**Tesi di Laurea di:**

Benacquista Stefano

Matr. 0214898

Anno Accademico 2021 / 2022



## Sommario

Abstract .....	6
Capitolo 1. ....	7
1.1. Introduzione .....	7
1.2. Obbiettivi .....	8
2. Fatica.....	9
2.1. La nascita della rottura per fatica .....	9
2.2. Che cos'è la fatica e da cosa ha origine. ....	12
3. Strumenti di calcolo utilizzati.....	15
3.1. Analisi elementi finiti (FEA) .....	15
3.2. Metodologia di calcolo delle tensioni.....	17
3.3. RBF Mesh Morphing .....	19
3.4. Algoritmo di ottimizzazione parametrica .....	23
3.4.1. Ottimizzazione parametrica automatica .....	23
3.5. Algoritmo di ottimizzazione BGM .....	25
3.5.1. Ottimizzazione di forma tramite RBF .....	28
3.5.2. Flusso lavoro numerico adottato.....	30
4. Discussione.....	32
4.1. Strategia adottata .....	34
4.2. Approcci utilizzati .....	37
4.3. Analisi parametrica .....	38
4.3.1. Soluzione proposta .....	39
4.4. Analisi con algoritmo BGM .....	43
4.4.1. Soluzione proposta .....	44
5. Conclusioni e Risultati .....	47

6. Bibliografia .....	49
-----------------------	----



Nel primo capitolo si presenta il caso di studio e gli obiettivi che si intendono raggiungere.

Il secondo capitolo è dedicato alla trattazione teorica del fenomeno meccanico della fatica. Nel paragrafo 2.1 viene fornita una breve descrizione di tale fenomeno con riferimento anche al periodo storico di introduzione. Il paragrafo 2.2 mira a fornire una serie di concetti base utili per la comprensione dei fenomeni connessi con il comportamento a fatica.

Nel terzo capitolo viene fornita una descrizione dettagliata degli strumenti e delle metodologie di calcolo a supporto del qui presente progetto di tesi. In particolare, in 3.1 viene presentata l'analisi agli elementi finiti (FEA) mentre in 3.2 ci si sofferma sulla metodologia utilizzata nel calcolo delle tensioni sottolineando l'effetto che particolari geometrie del componente possono avere sulle precedenti e su quali sono gli strumenti a disposizione di chi progetta per poter tenere in conto di tali effetti. Nel paragrafo 3.3 vengono introdotte le funzioni a base radiale (RBF). Vengono fornite informazioni circa la loro storia, campo di applicazione. In particolare, ci si intrattiene sul loro impiego nel campo del mesh morphing sottolineando al tempo stesso la loro grande potenzialità in questo tipo di applicazione. A seguire, in 3.4, è descritto uno degli approcci utilizzati per conseguire l'ottimizzazione di forma. In particolare, viene presentato l'approccio parametrico soffermandosi principalmente sulla teoria che guida l'analisi parametrica automatica come descritto in 3.4.1. Nel paragrafo 3.5 invece è presentato l'approccio di ottimizzazione mediante algoritmo BGM. Anche qui vengono fornite informazioni circa la sua applicazione nella realizzazione di ottimizzazioni geometriche. Più nello specifico il sottoparagrafo 3.5.1 descrive come il metodo dell'accrescimento biologico venga implementato mediante l'utilizzo di funzioni a base radiale mentre nel sottoparagrafo 3.5.2 viene descritto il flusso di lavoro utilizzato.

Il quarto capitolo ha l'obiettivo di presentare lo studio realizzato seguendo i due approcci.

Nel quinto capitolo sono presentati i risultati ottenuti relativamente alle soluzioni proposte e le relative conclusioni.

Infine, nell'ultimo capitolo è riportata la bibliografia utilizzata.

## Abstract

La presente tesi di laurea si propone come obiettivo il miglioramento della vita a fatica di componenti meccanici di forma complessa, attraverso la riduzione della concentrazione locale dello stress, ottenuta seguendo un processo di ottimizzazione della forma.

Nella realizzazione del progetto determinante è stato il contributo dato da 'RBF Morph ACT Extension V212.0', un componente aggiuntivo di ANSYS® Mechanical™ in grado di personalizzare l'applicazione Workbench al fine di aumentarne il suo potenziale nel realizzare simulazioni e ottimizzazioni di forma più avanzate. In particolare, relativamente a 'RBF Morph ACT Extension V212.0', sono stati utilizzati sia l'approccio BGM sia quello parametrico. Analizzando i risultati ottenuti è stato dunque possibile confrontare i due metodi circa la loro capacità di raggiungere l'obiettivo come pure la loro flessibilità nell'approcciarsi all'ottimizzazione di elementi strutturali di forma complessa.

# Capitolo 1.

## 1.1. Introduzione

Numerose sono le applicazioni industriali, dal settore metalmeccanico a quello dell'edilizia in cui si fa uso di macchinari, caratterizzati dalla presenza di componenti strutturali soggetti a carichi applicati in modo ciclico nel tempo; basti pensare ad un albero di trasmissione, agli stampi utilizzati nella formatura delle lamiere. La fatica è considerata la tipologia più comune di rottura in una struttura. Poter quindi ottimizzare la vita a fatica di tali componenti è da considerarsi cosa non da poco, soprattutto se si pensa a elementi utilizzati nella produzione in serie o comunque che fanno parte di grossi apparati industriali in cui la maggior durata può fare la differenza in termini di maggiore capacità produttiva, riduzione degli interventi di manutenzione etc.

Il caso di studio presentato in questo progetto di tesi è stato messo a disposizione dalla Sacmi Impianti Spa, azienda leader mondiale nella progettazione di impiantistica industriale.

Si tratta di un elemento da considerarsi esempio rappresentativo di un loro reale problema relativo alla progettazione di macchinari per la produzione di piastrelle ceramiche. In genere le macchine dedicate a questo tipo di produzione sono costituite da grossi particolari realizzati in ghisa e soggetti a carichi notevoli; per questo tipo di applicazione quindi la durata a fatica riveste un ruolo fondamentale. Bisogna poi considerare che nella maggior parte delle applicazioni industriali, come il caso in esame, si ha a che fare con geometrie complesse che difficilmente possono essere trattate facendo uso della teoria ricavata per alcuni casi notevoli, riportati in letteratura. Per poter affrontare analisi di questo tipo è necessario, dunque, l'utilizzo di appositi software basati sulla tecnica di simulazione a computer dell'analisi agli elementi finiti (FEA). Al di là poi, della geometria considerata, il qui presente progetto mira a dare anche una comprensione generale di come il progettista facendo uso degli strumenti ad oggi a sua disposizione può agire nel realizzare ottimizzazioni di questo genere.

## 1.2. Obbiettivi

Tipicamente la rottura per fatica ha origine in corrispondenza di quelle zone del componente in cui si registrano significative concentrazioni locali di tensione. Bisogna poi considerare, come accade anche per il caso in esame che gli elementi strutturali oggetto di ottimizzazione devono spesso rispondere a determinate caratteristiche di forma e simmetria, al fine di permetterne sia l'accoppiamento con altri componenti sia la loro realizzazione per mezzo delle macchine utensili di uso più comune.

Alla luce dell'importanza che riveste la concentrazione di tensione in questo fenomeno di rottura e tenendo conto delle condizioni imposte alla geometria, ci si propone di raggiungere i seguenti obiettivi:

- Individuare una configurazione geometrica ottimale che possa garantire una più equa distribuzione così da ridurre quegli effetti indesiderati associati a concentrazioni locali di tensione.
- Garantire allo stesso tempo che vengano rispettati tutti i vincoli di forma e simmetria che contraddistinguono la geometria iniziale.

## 2. Fatica

Questo capitolo si occuperà di introdurre il fenomeno fisico della *fatica* facendo riferimento anche alle vicissitudini storiche che hanno contribuito alla sua definizione.

### 2.1. La nascita della rottura per fatica

Fino a circa la metà del diciannovesimo secolo gli ingegneri trattavano i carichi variabili o ripetuti allo stesso modo dei carichi costanti nel tempo, tranne il fatto di impiegare coefficienti di sicurezza maggiori. Fino all'inizio dell'Ottocento la fatica era un fenomeno di rottura sostanzialmente sconosciuto. Fino ad allora si era certamente posto il problema della caratterizzazione del comportamento dei materiali e della definizione di quelle condizioni che comportassero eventi di rottura talvolta anche catastrofici, ma tale problema finiva per essere associato ad eccessive sollecitazioni o a carenze proprie del materiale utilizzato, progettuali e/o costruttive.

La *fatica* è dunque un problema relativamente recente. La necessità di dare una spiegazione a tali tipologie di rotture diviene sempre più improrogabile con l'avvenire della meccanizzazione moderna. In particolare, "nasce" con la rivoluzione industriale, con lo sviluppo del motore a vapore, e l'impiego sempre più esteso di dispositivi meccanici [1] e leghe, anzitutto ferrose.

Colui che per primo dedicò i suoi studi al fenomeno della fatica fu Wilhelm August Julius Albert [2]. Egli a partire dal 1829 analizzò il fenomeno della rottura di catene di sollevamento utilizzate nelle miniere di ferro che si trovavano sotto la sua responsabilità notando che non si rompevano a causa di casuali sovraccarichi ma che la rottura era dipendente dal carico applicato e da quante volte questo veniva applicato. Albert realizzò anche una macchina dedicata, finalizzata a sollecitare in maniera controllata le catene oggetto di studio. L'uso del termine *fatica*, per poter

descrivere questa particolare modalità di rottura che caratterizzava i materiali metallici, sembra essere stato introdotto nel 1839 dal francese Jean-Victor Poncelet che per la prima volta lo utilizzò in una serie di lezioni tenute presso la scuola militare di Metz [3]. In particolare, nel suo libro intitolato *Introduction à la Mécanique Industrielle Physique ou Expérimentale* [4] scrisse che le molle sollecitate da una forza ciclica, inferiore alla resistenza massima, si rompono. Da quel momento il termine verrà utilizzato per descrivere quel fenomeno di rottura che caratterizza i materiali sottoposti a carichi applicati ciclicamente nel tempo.

Tuttavia, verso la metà dell'Ottocento, il verificarsi di una serie di incidenti ferroviari, primo tra tutti quello avvenuto a Versailles l'8 maggio del 1842, portò alcuni studiosi ad approfondire sulle dinamiche dell'accaduto. La superficie di frattura del componente (un assale anteriore della locomotiva) era inusuale e venne descritta come "lamellare con cristalli di grandi dimensioni", decisamente diversa dalla "usuale" rottura fibrosa [5] (Fig. 2.1). Il meccanismo di rottura fu identificato in una sorta di *ricristallizzazione* causato dalla sollecitazione ciclica.

William John Macquorn Rankine fu tra i primi ingegneri a riconoscere che la rottura per fatica degli assali ferroviari era causata dall'innescò e dal successivo avanzamento di cricche; innescò che avveniva in corrispondenza di punti di intensificazione della sollecitazione. Negli anni successivi studi più sistematici condotti da Sir William Fairbairn e August Wöhler [6-7] permisero di definire meglio il problema della rottura di componenti metallici soggetti a sollecitazioni ripetute e con valore del carico inferiore al carico di rottura del materiale. In particolare, Wöhler ricoprendo egli stesso, per un certo periodo, il ruolo di direttore delle ferrovie imperiali prussiane, ebbe modo di approfondire i suoi studi sulla fatica degli assali ferroviari. Egli fu il primo ad affrontare il problema in modo sistematico e sperimentale attraverso la costruzione di apposite macchine di prova. Sviluppò la prova di fatica a flessione rotante introducendo per la prima volta il concetto di limite di fatica. Wöhler riportò i risultati ottenuti sotto forma di tabelle; fu il suo successore, Spangenberg, a

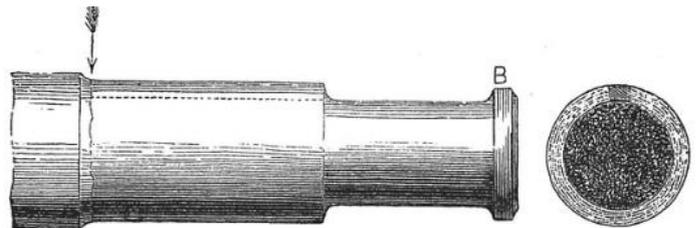


Figura 2. 1 Schizzo della rottura per fatica di un assale. Realizzato a seguito dell'incidente di Versailles del 1842.

riportare i risultati su un grafico ad assi lineari [8]. Solo anni dopo, a partire dal 1936 tali curve S-N presero il nome di *curve di Wöhler*. (Fig. 2.2)

Alcuni anni dopo la pubblicazione dei risultati di Wöhler, Johann Baushinger imponendo ad un materiale metallico dei cicli di carico trazione-compressione tra valori uguali e tali da superare lo snervamento, rilevò un particolare andamento della curva  $\sigma$ - $\epsilon$  [8], con un valore di snervamento a compressione inferiore rispetto a quello ottenuto durante la prima sollecitazione a trazione. Il principale obiettivo di questi primi studi era quello di definire delle procedure sperimentali che fossero in grado di quantificare la resistenza a fatica di un dato materiale, in termini di numero di cicli a rottura  $N_f$  [9].

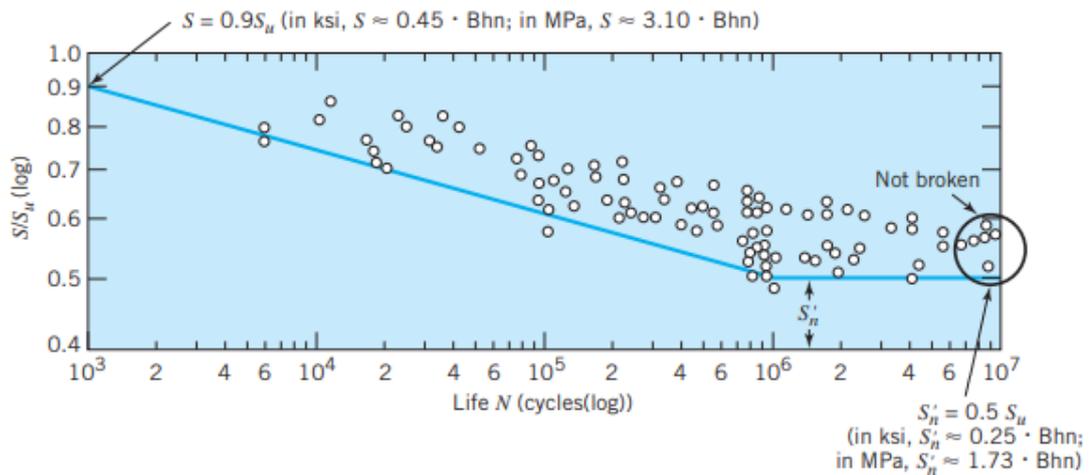


Figura 2. 2 Esempio di curva S-N. In questo caso la curva si riferisce ad un acciaio fucinato. Sono riportati anche i dati sperimentali.

## 2.2. Che cos'è la fatica e da cosa ha origine.

Le rotture per "fatica" hanno origine con una piccola frattura (solitamente microscopica) posta in una zona critica, caratterizzata da elevati livelli locali di tensione. Questa si trova quasi sempre in corrispondenza di zone in cui si registra una concentrazione della tensione. Inoltre, il fenomeno risulta spesso legato a piccole discontinuità del materiale o a fessure preesistenti.

Una ispezione delle superfici dopo la rottura finale mostra solitamente una zona in cui la fessura si è propagata gradualmente da una linea di (temporaneo) arresto (beach-mark) alla successiva, finché la sezione resistente residua si è indebolita a tal punto da provocare la rottura finale in seguito all'applicazione dell'ultimo carico (Fig. 2.3). Questa può avvenire nel momento che la tensione supera la resistenza a rottura, con modalità di frattura simili a quelle osservabili in una prova di trazione monotona. Di solito, tuttavia, la rottura finale è prevalentemente "fragile".

La curvatura delle linee d'arresto può indicare il punto in cui la rottura ha avuto origine. La zona contenente le linee d'arresto viene indicata usualmente con il nome di *zona di fatica*. È caratterizzata da un aspetto liscio e vellutato prodotto dal ripetuto venire in contatto e separarsi delle superfici di frattura. Questo aspetto si contrappone a quello relativamente scabro della zona di frattura finale. Una caratteristica distintiva della rottura per fatica dei materiali duttili è che l'intero processo avviene con piccole, se non addirittura nulle, deformazioni macroscopiche, mentre la rottura sotto un carico monotono è accompagnata da notevoli distorsioni.

Un ampio lavoro di ricerca compiuto nell'ultimo secolo ha consentito una parziale comprensione dei meccanismi di base connessi con la rottura per fatica. Qui di seguito saranno elencati alcuni concetti che sono alla base dei fenomeni connessi con il comportamento a fatica.

1. La rottura per fatica ha origine a seguito di *deformazioni plastiche ripetute*. Senza deformazioni plastiche cicliche, la rottura per fatica non può avere luogo.
2. La rottura per fatica avviene dopo migliaia o persino milioni di ripetizioni di piccole plasticizzazioni, che spesso avvengono solo a livello *microscopico*. La rottura per fatica può inoltre avvenire, a livelli di tensione nominale anche molto inferiori al carico di snervamento o del limite elastico.
3. Dato che la rottura per fatica può essere innescata da deformazioni plastiche localizzate, è bene concentrare l'attenzione su quelle zone del componente (fori, gole, filettature, spigoli vivi, incisioni superficiali etc.) in cui possono verificarsi concentrazioni locali di tensione. *Aumentare la resistenza di queste zone pericolose è spesso altrettanto efficace che costruire l'intero pezzo con un materiale di superiori caratteristiche meccaniche.*
4. Se la deformazione plastica locale è sufficientemente piccola, il materiale può aumentare la sua resistenza allo snervamento attraverso il fenomeno dell'incrudimento, facendo cessare i fenomeni plastici. In tal caso il componente avrà tratto beneficio dal leggero sovraccarico. Ma in presenza di livelli più elevati di deformazione plastica locale, i successivi cicli di carico causeranno una perdita locale di duttilità finché la deformazione ciclica imposta al materiale della zona pericolosa non potrà essere sostenuta senza una rottura.
5. La fessura di fatica iniziale provoca solitamente un aumento della concentrazione locale della tensione. All'avanzare della fessura il materiale che si trova al suo apice risulta soggetto alla distruttiva azione della deformazione plastica ciclica localizzata. A mano a mano che la fessura aumenta di dimensione, la sezione resistente diminuisce e questo provoca un incremento della concentrazione locale di tensione. Inoltre, aumenta anche la velocità di propagazione della cricca, finché la sezione resistente residua non risulta più in grado di sostenere il carico applicato ed ha luogo la rottura finale. «La valutazione del comportamento a fatica costituisce un fatto di grande

rilevanza per l'ingegneria moderna. Il progetto preliminare di componenti critici solitamente include queste valutazioni. Il passo successivo consiste nella costruzione, sulla base di tale progetto, di prototipi da sottoporre a prove di fatica. I risultati ottenuti forniscono indicazioni per migliorare il progetto preliminare in modo da arrivare ad un progetto definitivo, utilizzabile per la produzione.»  
(*Fondamenti della progettazione dei componenti delle macchine. Robert C. Juvinall, Kurt M. Marshek*)

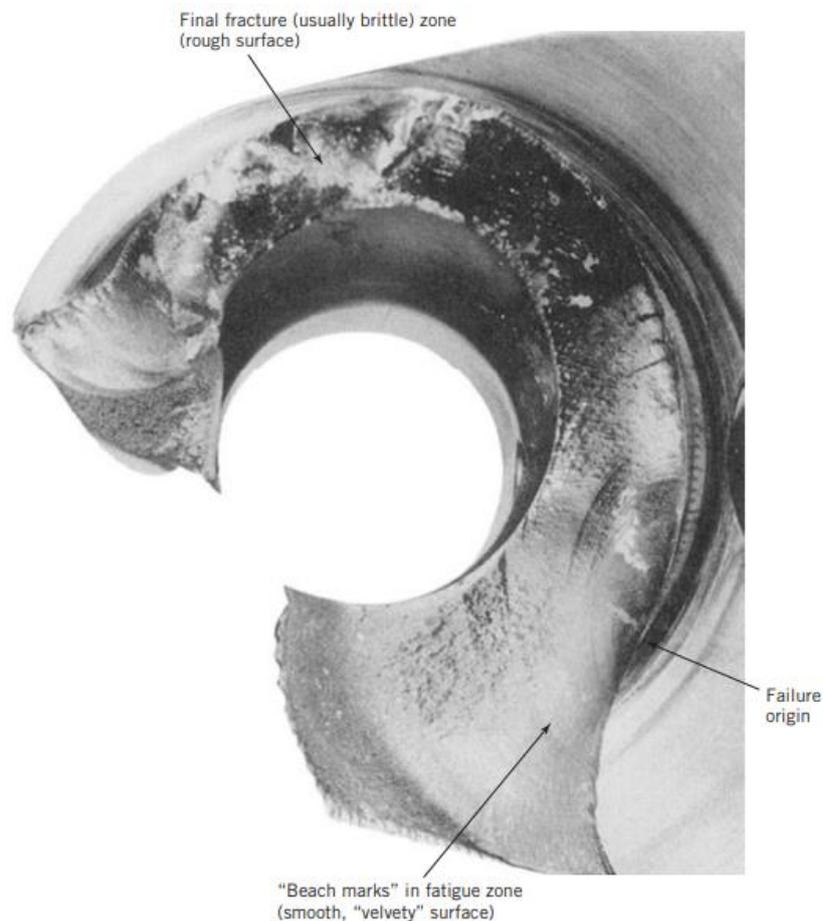


Figura 2. 3 Rottura per fatica innescatasi nella zona di raccordo di un albero a gomiti per uso aeronautico. (Acciaio SAE 4340, 320 HB)

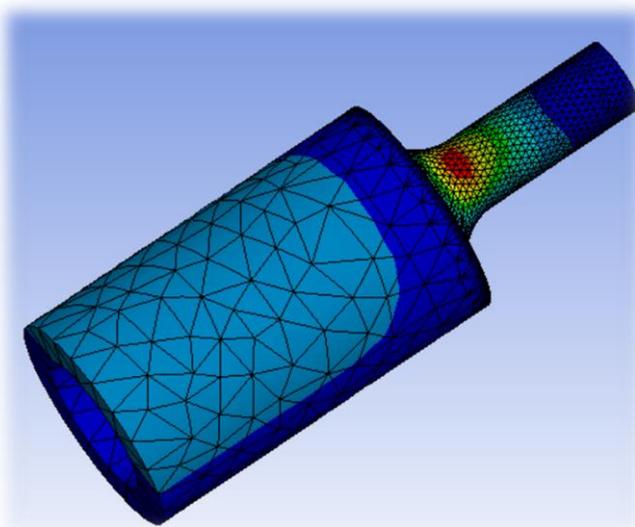
### 3. Strumenti di calcolo utilizzati

Nei paragrafi successivi verrà fornita una descrizione dei vari strumenti di calcolo utilizzati e di come essi possono interagire per raggiungere l'obiettivo.

#### 3.1. Analisi elementi finiti (FEA)

Componenti meccanici sottoforma di semplici barre, travi etc. possono essere facilmente analizzati utilizzando i metodi di base della meccanica che permettono di ottenere soluzioni in forma chiusa. Tuttavia, le geometrie che caratterizzano gli attuali componenti delle macchine raramente sono semplici e questo costringe il

progettista a ricorrere ad approssimazioni meno efficaci delle soluzioni in forma chiusa, alla sperimentazione o ai metodi numerici. Ci sono un gran numero di tecniche numeriche utilizzate per applicazioni ingegneristiche con cui è possibile raggiungere risultati soddisfacenti attraverso l'utilizzo di un computer. In particolare, nella progettazione meccanica dove il software di progettazione assistita dal computer (CAD) è ampiamente utilizzato, il metodo di analisi che si integra bene con il CAD è l'analisi agli elementi finiti (FEA). Numerosissime sono le applicazioni che è possibile trattare con il metodo degli elementi finiti come l'analisi statica e dinamica, il trasferimento di calore, l'instabilità elastica, la fluidodinamica, l'elettrostatica etc.



*Figura 3. 1 Esempio di discretizzazione della geometria secondo l'approccio dell'analisi agli elementi finiti. Si può notare la differenza di dimensione delle maglie. Questo permette di avere una migliore risoluzione nella zona maggiormente sollecitata.*

Un componente meccanico può essere considerato come una struttura elastica continua. L'analisi FEA discretizza la struttura in piccole, finite e ben definite sottostrutture elastiche dette elementi. Utilizzando funzioni polinomiali, insieme a operazioni matriciali il comportamento elastico continuo di ciascun elemento è sviluppato in termini di proprietà materiali e geometriche dell'elemento stesso. I carichi possono essere applicati nel volume, sulla superficie o ai *nodi* dell'elemento. I nodi sono entità di governo fondamentali, in quanto rappresentano il punto dove l'elemento si connette ad altri elementi, dove sono assegnate le condizioni di bordo e dove le forze (di contatto o volume) sono in definitiva applicate. Il nodo possiede i *gradi di libertà*. I gradi di libertà sono le traslazioni e rotazioni indipendenti che possono caratterizzare il nodo stesso; al massimo si possono avere tre traslazioni e tre rotazioni. Una volta che ogni elemento all'interno di una struttura è stato definito localmente sottoforma di matrice, tutti gli elementi sono quindi complessivamente assemblati attraverso i loro nodi in comune definendo così una matrice di sistema globale. Definiti i carichi applicati e le condizioni di bordo, attraverso operazioni matriciali i valori di tutti i gradi di libertà degli spostamenti sono quindi determinati. Conosciuti gli spostamenti è possibile determinare i valori di stress e deformazione utilizzando le equazioni costitutive dell'elasticità.

### 3.2. Metodologia di calcolo delle tensioni

Considerando la tipologia di vincoli e carichi applicati, è possibile in prima approssimazione studiare il componente facendo riferimento al caso di una trave ad asse rettilineo soggetta a flessione. Sappiamo, che la sollecitazione di flessione, produce nel componente stati di tensione normale  $\sigma$ ; che è tra l'altro lo stesso tipo di sollecitazione che può essere analizzata in una comune prova di trazione. Importante nell'analisi di strutture sottoposte a flessione è la definizione dell'asse neutro. Questo è rappresentato da una linea immaginaria che passa per il baricentro e divide la sezione trasversale in una zona in cui le fibre del materiale sono tese ed una in cui sono compresse. In genere le zone del materiale sottoposte a trazione sono le più critiche perché è proprio qui da cui ha origine la frattura. Questo discorso assume un risultato ancora più importante se si pensa ad una sollecitazione di fatica; la trazione, infatti, gioca un ruolo fondamentale, in quanto ad ogni ciclo, provoca l'apertura delle fibre del materiale con conseguente formazione e propagazione della cricca.

Partendo dunque dal valore di tensione nominale è possibile valutare l'effetto di concentrazione attraverso l'impiego dei fattori  $K_t$  e  $K_f$ .

Le prime trattazioni

matematiche delle concentrazioni delle tensioni risalgono ai primi del 1900. Per poter considerare altri casi oltre a quelli semplici che potevano essere trattati analiticamente vennero messi a punto metodi sperimentali come la *fotoelasticità*. Un altro approccio ampiamente utilizzato e che facilita la comprensione del concetto, è quello delle *linee di flusso*. Il metodo, (mostrato in Fig. 3.2 per il caso di un componente soggetto a trazione pura) consente di valutare l'intensità e la posizione del picco sulla base dell'addensamento delle linee di flusso stesse. I risultati di molti di questi studi sono ad oggi disponibili in letteratura sotto forma di grafici. Tali grafici consentono di valutare il valore del  $K_t$  per le differenti configurazioni geometriche e di carico. Nel nostro caso per il calcolo del *fattore teorico di concentrazione dello sforzo* è possibile ricondursi al

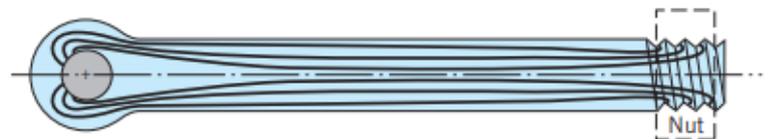


Figura 3. 2 Andamento delle linee di forza all'interno di un componente (tirante) soggetto a trazione pura.

caso di barra a sezione circolare caricata con momento flettente (Fig. 3.3). Si noti che i grafici del fattore di concentrazione sono tracciati in funzione di *rapporti adimensionali*; questo ad indicare che quello che conta è soltanto la *forma* del componente non la sua dimensione.

Una volta valutato il  $K_t$  sarà possibile valutare l'effetto di concentrazione sulla vita a fatica attraverso la determinazione del  $K_f = 1 + (K_t - 1)q$ ;  $q$  è il *fattore di sensibilità all'intaglio* e serve a tener conto delle irregolarità geometriche presenti all'interno del materiale nella realtà. Il valore del  $K_f$  potrà infine, essere utilizzato nella procedura di calcolo della resistenza a fatica.

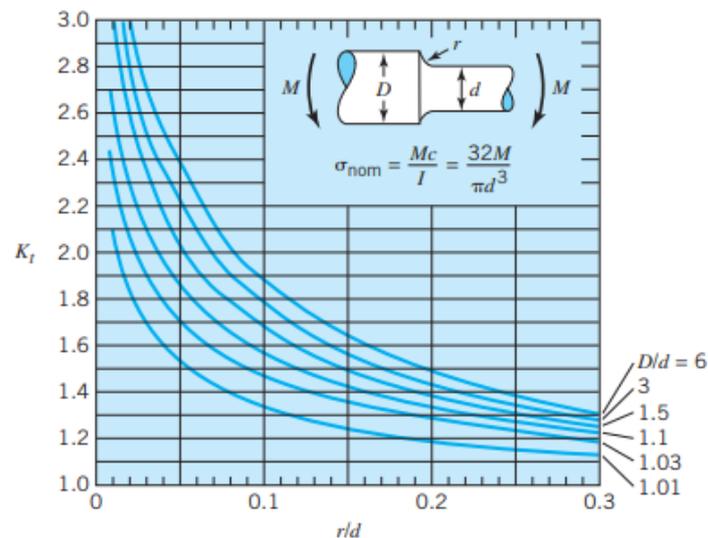


Figura 3.3 Grafico per il calcolo del  $K_t$  per una barra a sezione circolare caricata con momento flettente.

### 3.3. RBF Mesh Morphing

Fin dalla loro nascita, le RBF sono state ampiamente utilizzate come strumento matematico per l'interpolazione di dati sparsi nello spazio  $n$ -dimensionale [10], essendo in grado di interpolare ovunque nello spazio, un campo definito in punti discreti rispettando rigorosamente le condizioni al contorno. Il primo utilizzo delle RBF risale agli anni '70 [11]. Tra gli altri, i campi che hanno beneficiato delle RBF sono la geofisica [12], la meteorologia e l'orografia. Attualmente le RBF sono ampiamente impiegate in settori quali l'intelligenza artificiale, le reti neurali [13], la finanza, l'elaborazione dei segnali e la grafica computerizzata [14].

Potendo definire e interpolare ovunque nello spazio  $IR^n$  un valore scalare, il mesh morphing è un campo di applicazione naturale per le RBF. Le condizioni al contorno in termini di spostamenti possono essere assegnate ovunque utilizzando i centri RBF (chiamati anche punti sorgente) e i valori di interpolazione possono essere recuperati in punti arbitrari, come nodi della mesh, sia all'interno (interpolazione) che all'esterno (estrapolazione) del dominio morphato.

Rispetto ad altre tecniche di mesh morphing come la deformazione a forma libera (FFD) [15] o il metodo dello spostamento limite, non sono necessarie strutture di controllo e il metodo RBF è privo di maglie. Ciò significa che non vi è alcuna dipendenza dalla maglia; la stessa soluzione di interpolazione può essere infatti applicata a più maglie, semplicemente leggendo i risultati in posizioni diverse dei nodi. Inoltre, il mesh morphing RBF permette di ottenere una precisione a livello di nodo, come nello schema mesh-based, ad esempio, del metodo pseudo solido [16], ed è allo stesso tempo senza mesh, come nell'FFD, il che rende facile la gestione di qualsiasi tipologia di maglia; l'accuratezza e il controllo locale possono essere garantiti con precisione, al punto che le RBF possono essere utilizzate anche come strumento di modellazione espressiva [17-19]. Il problema matematico RBF viene risolto calcolando un sistema lineare il cui ordine è pari al numero di

Table 1  
Compactly supported RBF.

Name	Abbreviation	$\phi(\zeta)$
Wendland $C^0$	C0	$(1 - e\zeta)^2$
Wendland $C^2$	C2	$(1 - e\zeta)^4(4e\zeta + 1)$
Wendland $C^4$	C4	$(1 - e\zeta)^6(\frac{25}{3}e\zeta^2 + 6e\zeta + 1)$

centri impiegati [20]. La funzione di interpolazione può essere scritta come segue:

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k_i}\|) + h(\mathbf{x}); \quad (3.1)$$

dove  $\mathbf{x}$  è il punto in cui viene valutata la funzione,  $\varphi$  è la cosiddetta funzione di base radiale, che è una funzione scalare della distanza euclidea tra ogni punto sorgente e il punto target considerato,  $\gamma_i$  è il peso della funzione radiale,  $h(\mathbf{x})$  è un termine polinomiale con un grado che dipende dal tipo di base scelta e  $N$  è il numero di punti sorgente. Le RBF possono essere classificate in base allo schema di interpolazione locale o globale e il comportamento della funzione dipende dalla base scelta. Le funzioni a supporto globale o compatto possono essere definite in base all'insieme di punti in cui la funzione ha valore zero [21]. Questa scelta influenza anche il costo computazionale e gli approcci utilizzati per ottenere la soluzione RBF. Nella **Tabella 1** sono riportate tre funzioni a supporto compatto di Wendland con diverse classi di continuità [22], considerando  $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k_i}\|$  e  $\zeta = r/R$  essendo  $R$  il raggio di supporto compatto. A differenza delle RBF a supporto compatto, in cui ogni centro RBF influenza solo una porzione locale del dominio, con le RBF a supporto globale tutte le interazioni reciproche tra i punti sorgente sono prese in considerazione nella valutazione della soluzione RBF. Le RBF a supporto globale più comuni sono presentate nella **Tabella 2**. I pesi  $\gamma_i$  e i coefficienti del polinomio nell' **Eq. (3.1)** possono essere ricavati se sono soddisfatte le seguenti condizioni:

$$s(\mathbf{x}_{k_i}) = g_i \quad 1 \leq i \leq N; \quad (3.2)$$

che rappresentano rispettivamente la condizione al contorno ( $g_i$ ) applicata ai punti sorgente  $\mathbf{x}_{k_i}$  e il valore del polinomio  $h$  negli stessi punti sorgente. È inoltre richiesta un'ulteriore condizione di ortogonalità per tutti i polinomi  $p$  con grado minore o uguale a quello del polinomio  $h$ :

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i p(\mathbf{x}_{k_i}) = 0; \quad (3.3)$$

Scegliendo un polinomio lineare per un caso 3D nella forma:

$$h(\mathbf{x}) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z; \quad (3.4)$$

è possibile ottenere un sistema quadrato non singolare di equazioni simultanee facilmente risolvibili:

$$\begin{bmatrix} M & P \\ P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (3.5)$$

dove  $M$  è la matrice che dipende dalle distanze:

$$M_{i,j} = \varphi(\mathbf{x}_{k_i} - \mathbf{x}_{k_j}) \quad 1 \leq i; j \leq N \quad (3.6)$$

e  $P$  è una matrice che definisce il polinomio e applica la condizione di ortogonalità data in **Eq. (3.3)**:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{x}_{k_1} & \mathbf{y}_{k_1} & \mathbf{z}_{k_1} \\ 1 & \mathbf{x}_{k_2} & \mathbf{y}_{k_2} & \mathbf{z}_{k_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{x}_{k_N} & \mathbf{y}_{k_N} & \mathbf{z}_{k_N} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Per una tipica applicazione di mesh morphing il sistema lineare mostrato in **Eq. (3.5)** può essere risolto per ottenere i pesi  $\gamma_i$  e  $\beta_i$ . L'interpolazione risultante in uno spazio 3D può essere recuperata mediante il seguente sistema che interpola ogni componente come un campo scalare indipendente:

$$\begin{cases} s_x(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^N \gamma_i^x \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) + \beta_1^x + \beta_2^x x + \beta_3^x y + \beta_4^x z \\ s_y(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^N \gamma_i^y \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) + \beta_1^y + \beta_2^y x + \beta_3^y y + \beta_4^y z \\ s_z(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^N \gamma_i^z \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) + \beta_1^z + \beta_2^z x + \beta_3^z y + \beta_4^z z \end{cases} \quad (3.8)$$

Per un'applicazione di mesh morphing, questo compito viene generalmente svolto per ogni nodo in cui deve essere calcolata la deformazione. È opportuno sottolineare che il mesh-morphing può influire sulla qualità della mesh e il successo del morphing dipende dalla qualità iniziale della mesh, dall'estensione e dalla posizione delle deformazioni locali. Con una definizione oculata della mesh di base, tenendo conto delle deformazioni massime previste, è possibile gestire la distorsione degli elementi sottoposti alla compressione/allungamento più severo, in

Table 2  
Globally supported RBF.

Name	Abbreviation	$\phi(r)$
Polyharmonic spline	PHS	$r^n$ , $n$ odd
Thin plate spline	TPS	$r^n \log(r)$ , $n$ even
Multiquadric biharmonics	MQB	$r^2 \log(r)$
Inverse multiquadric biharmonics	IMQB	$\frac{1}{\sqrt{a^2 + (er)^2}}$
Quadric biharmonics	QB	$\frac{1}{\sqrt{a^2 + (er)^2}}$
Inverse quadric biharmonics	IQB	$\frac{1}{1 + (er)^2}$
Gaussian biharmonics	GS	$\frac{1}{e^{-er^2}}$

modo da mantenere un'eccellente qualità della mesh anche per modifiche di forma molto consistenti.

### 3.4. Algoritmo di ottimizzazione parametrica

L'algoritmo parametrico è un metodo di analisi comunemente utilizzato in fase di ottimizzazione di componenti strutturali. Per poter usufruire delle sue potenzialità è necessario, una volta definito il set-up della geometria attraverso RBF Morph, (il set-up può variare a seconda del risultato che si vuole ottenere), spuntare la casella (check box) accanto all'entità che deve essere definita come parametro. In particolare, è necessario definire sia i parametri di input che quelli di output. I parametri di input sono in genere costituiti da grandezze geometriche relative al set-up impostato mentre i parametri di output sono in genere stress o deformazioni. Gli input, relativi alla configurazione geometrica iniziale, dovranno inoltre, essere tutti settati a zero al momento dell'avvio del processo. Successivamente tornando sul Workbench il progettista accedendo al Parameter-Set avrà modo di definire i differenti DP, i quali, potranno essere caratterizzati dai diversi valori dei parametri di input scelti e a cui corrisponderanno valori differenti dell'output. Una volta che tutti i DP sono stati impostati quello che resta da fare è cliccare su Update e attendere la conclusione del processo. Questo procedimento permette di realizzare l'indagine parametrica in modo manuale, tuttavia, i parametri di forma possono anche essere guidati automaticamente.

#### 3.4.1. Ottimizzazione parametrica automatica

Numerosi sono gli ottimizzatori che possono essere utilizzati per poter guidare i parametri in modo automatico. Nel nostro caso si è fatto uso del software DX, utilizzando il metodo DOE e della *superficie di risposta* (Response Surface Optimization). Questa scelta permette di valutare in modo completamente automatico i DP.

Design of Experiments (DOE) è una tecnica utilizzata per determinare scientificamente la posizione dei punti di campionamento [23]. È incluso come parte della *superficie di risposta* e altri sistemi di analisi. Esiste una vasta gamma di

algoritmi o metodi DOE disponibili in letteratura. Il loro scopo è quello di individuare i punti di campionamento in modo che lo spazio dei parametri di input casuali venga esplorato nel modo più efficiente, oppure cercano di ottenere le informazioni richieste con un minimo di punti di campionamento [23]. Una posizione efficiente dei punti di campionamento oltre a ridurre il numero di punti di campionamento necessario, migliora anche l'accuratezza della superficie di risposta derivata dai risultati ottenuti dai punti stessi. In particolare, potendo scegliere fra i diversi tipi di DOE si è ritenuto più opportuno per questo problema optare per *Latin Hypercube Sampling Design*. Si tratta di una forma avanzata del metodo di campionamento Monte Carlo che permette di evitare il raggruppamento dei campioni. In LHS, i punti vengono generati casualmente in una griglia quadrata in tutto lo spazio di progettazione, ma non ci sono due punti che condividono lo stesso valore. Ciò significa che nessun punto condivide una riga o una colonna della griglia con qualsiasi altro punto [23].

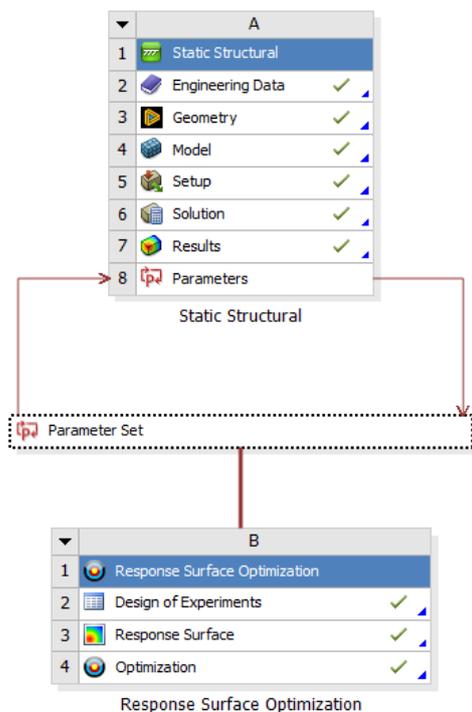


Figura 3. 4 Workflow utilizzato per l'ottimizzazione automatica.

### 3.5. Algoritmo di ottimizzazione BGM

La grande flessibilità dei processi produttivi emergenti basati sulla manifattura additiva sta stimolando lo sviluppo di metodi di ottimizzazione automatica della forma. Geometrie ottimizzate complesse che in precedenza venivano scartate a causa dei costi di costruzione proibitivi sono ora accessibili. Questi nuovi design sono ottenuti attraverso l'applicazione del metodo della crescita biologica (BGM), che imita il meccanismo di crescita che si verifica con le ossa degli animali e i tronchi degli alberi. Le parti strutturali biologiche auto adattano la loro forma favorendo la crescita della superficie nei punti più sollecitati. Questo comportamento può essere adattato all'ottimizzazione progettuale di parti strutturali, che possono essere ispessite o alleggerite aggiornando la forma del modello agli elementi finiti utilizzato per l'analisi delle sollecitazioni. La mesh computazionale della parte solida è controllata utilizzando algoritmi basati su BGM per rimodellare le sue superfici, che vengono scolpite spostandole verso l'interno o verso l'esterno in una direzione parallela alla normale alla superficie locale della geometria. Il BGM è dunque, un approccio basato sulle sollecitazioni che imita la natura per migliorare le parti strutturali [24]. Esaminando il comportamento di crescita delle strutture biologiche, Mattheck e Burkhardt [25] hanno osservato che i sistemi naturali tendono a rimuovere materiale nelle aree a bassa sollecitazione e ad aggiungere materiale, con un tasso di crescita promosso dalle sollecitazioni, dove le sollecitazioni sono più elevate (Fig. 3.5). La geometria ottimizzata risultante è caratterizzata, sulle superfici libere, da una distribuzione di sollecitazioni di von Mises costante. Spostando il confine della superficie di una struttura secondo questo approccio, Heywood [26] ha dimostrato con tecniche fotoelastiche che il picco di sollecitazione prodotto in corrispondenza di una concentrazione di sollecitazioni può essere gradualmente ridotto fino a raggiungere uno stato di sollecitazione uniforme su una parte significativa della regione di concentrazione delle sollecitazioni. Questa idea, impiegando tecniche fotoelastiche, è stata utilizzata nei lavori successivi di Durelli, Brown e Yee [27] e Durelli e Rajayah [28-31] per ridurre le concentrazioni di sollecitazioni che si verificano in corrispondenza di discontinuità geometriche in filetti, anelli circolari e fori. Un parametro di efficienza  $k_{eff}$  è stato

introdotto per quantificare quanto il materiale viene sfruttato in base alla distribuzione delle sollecitazioni valutate. Un valore di  $k_{eff}$  pari a 1 significa che la sollecitazione è costante, ottenendo uno sfruttamento ideale del materiale strutturale disponibile. Tale valore non è sempre raggiungibile e le forme ottimali sono volte a ridurre la variabilità dello stress sulla superficie. Le aree di tensione e compressione sono gestite da due integrali separati, in modo che non si annullino a vicenda:

$$k_{eff} = \frac{1}{A_1 + A_2} \left( \frac{\int_{A_1} \sigma_i^+ dA_1}{\sigma_{max}^+} + \frac{\int_{A_2} \sigma_i^- dA_2}{\sigma_{max}^-} \right) \quad (3.9)$$

Nell'**Eq. (3.9)** le aree  $A_1$  e  $A_2$  corrispondono alle regioni in cui la massima sollecitazione principale è di trazione o di compressione. Calcolando il valore di  $k_{eff}$  sia per la geometria originale che per quella ottimizzata, l'analista può comprendere quantitativamente il grado di ottimizzazione del nuovo progetto rispetto alle prestazioni della geometria originale.

Vigdergauz e Cherkayev [32] sono riusciti a dimostrare analiticamente che la forma ottimale caratterizzata dal minimo fattore di concentrazione delle sollecitazioni si ottiene quando la distribuzione delle sollecitazioni tangenziali al confine della zona che determina la concentrazione dello stress è a tratti costante. A partire da ciò, il metodo BGM può essere visto come l'applicazione del criterio di progettazione fully-stressed [33], che si ottiene rimodellando i confini esterni non caricati [34] invece di cancellare gli elementi interni [35]. Utilizzando un approccio di mesh morphing, è possibile evolvere evolutivamente la geometria mantenendo la topologia della maglia originale anche quando il dominio esterno viene deformato. In questo modo si evita la necessità di un remeshing che potrebbe altrimenti rendersi necessario a seguito di una distorsione locale non desiderata della mesh, la quale potrebbe portare a errori di calcolo e persino al fallimento della soluzione. Questa caratteristica può essere molto interessante, soprattutto perché devono essere aggiornate solo le posizioni nodali. Accoppiato al metodo degli elementi finiti, il BGM si è rivelato un metodo semplice ed efficace per ottenere una distribuzione omogenea delle tensioni superficiali [36].

Nell'applicazione del metodo BGM, ovviamente, è necessario realizzare una maglia ragionevolmente fine nella regione di ottimizzazione. Questo perché i gradienti di sollecitazione presenti nella struttura non ottimizzata saranno meglio risolti e, inoltre, si otterrà una discretizzazione più fine della geometria ottimale allo stato convergente.

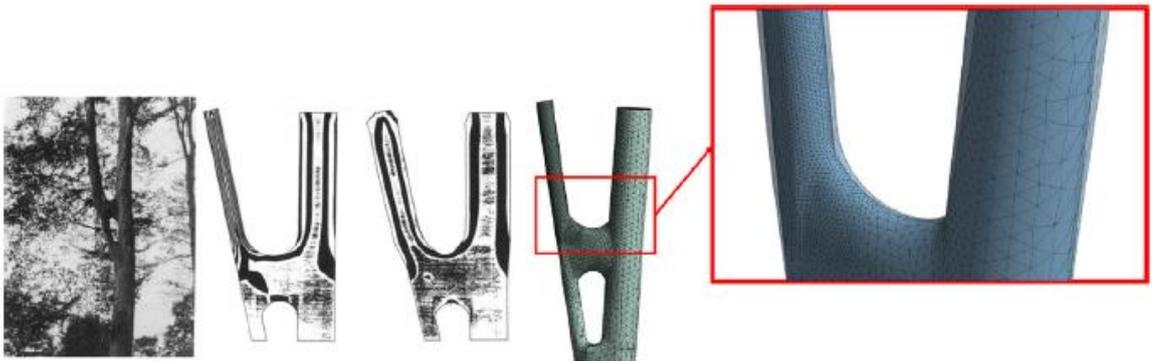


Figura 3.5 . BGM come osservato in natura, come applicato in [25] e come applicato nell'analisi FEM 3D

### 3.5.1. Ottimizzazione di forma tramite RBF

Nel presente paragrafo, è descritto come le funzioni RBF possono essere impiegate per raggiungere l'ottimizzazione di forma attraverso l'utilizzo di una nuova implementazione completamente 3D, che impiega l'estensione RBF Morph ACT nel framework FEA di ANSYS Mechanical.

Ciò ha permesso di sfruttare con successo le capacità del mesh morphing RBF nell'esecuzione di ottimizzazioni evolutive della forma, che sono state presentate in [37], dove è stata dimostrata l'efficacia delle veloci funzioni a base radiale su problemi complessi di mesh morphing per una varietà di mesh computazionali.

Mattheck e Burkhardt [25], presentando i risultati ottenuti per una piastra con un foro circolare e una maglia di catena, hanno calcolato una crescita volumetrica  $\dot{\epsilon}$  in funzione della sollecitazione di von Mises  $\sigma_{Mises}$  e di una sollecitazione di soglia di riferimento  $\sigma_{ref}$  come:

$$\dot{\epsilon} = k(\sigma_{Mises} - \sigma_{ref}) \quad (3.10)$$

Un modello più raffinato adatto per analizzare l'accrescimento dello strato in fase di ottimizzazione dei fori strutturali nei telai aeronautici che presentano picchi di sollecitazione multipli associati alla concentrazione degli stress, è stato proposto da Waldman e Heller [38], in cui gli autori hanno proposto l'**Eq. (3.11)** per determinare, in una distribuzione di sollecitazioni a più picchi, lo spostamento  $d_i^j$  dell' $i$ -esimo nodo limite nella  $j$ -esima regione di sollecitazione:

$$d_i^j = \left( \frac{\sigma_i^j - \sigma_{th}^j}{\sigma_{th}^j} \right)_{sc}, \quad \begin{cases} \sigma_{th}^j = \max(\sigma_i^j) \text{ if } \sigma_i^j > 0, \\ \sigma_{th}^j = \min(\sigma_i^j) \text{ if } \sigma_i^j < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

dove  $\sigma_i^j$  è il valore dello sforzo normale tangente ai confini nel nodo di confine  $i$ -esimo nella regione di sollecitazione  $j$ -esima,  $\sigma_{th}^j$  è il valore di soglia per la sollecitazione normale corrispondente

al picco di sollecitazione positivo o negativo che si verifica nella regione  $j$ -esima,  $c$  è una lunghezza caratteristica e  $s$  è un fattore di scala della dimensione del passo.

Una nuova formulazione per lo spostamento dei nodi della maglia secondo l'approccio BGM è data dall'**Eq. (3.12)**. Questa formulazione è un'evoluzione diretta delle equazioni (3.10) e (3.11) e può essere facilmente combinata con l'equazione (3.9). In questo modo l'azione di morphing si propaga non solo alla mesh di superficie e agli strati della mesh adiacenti, ma anche all'intera mesh di volume che circonda le superfici analizzate. In base a questa formulazione, per il nodo  $i$ -esimo, uno spostamento  $S_i$ , normale alla superficie, può essere calcolato come:

$$S_i = \frac{\sigma_i - \sigma_{th}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} d \quad (3.12)$$

in cui  $\sigma_i$  è la sollecitazione originale interpolata al nodo,  $\sigma_{th}$  è un valore di soglia che delimita il valore di sollecitazione al di sopra del quale viene aggiunto o rimosso il materiale, e  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$  sono i valori massimi e minimi di sollecitazione sull'intera porzione di confine considerata. Il parametro  $d$  è un fattore moltiplicativo che può essere regolato manualmente o adattato automaticamente mediante una routine di ottimizzazione definita dall'utente. Impiegando direttamente, come punti sorgente, un insieme di nodi da utilizzare durante il morphing con BGM, è possibile rimodellare automaticamente le superfici selezionate in modo evolutivo, rivalutando a ogni passo i valori di  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$  per l'insieme di nodi e applicando poi alla geometria gli spostamenti locali dei nodi, calcolati con (3.12). Un vantaggio dell'impiego di un metodo di morphing senza maglia, come quello offerto dalle RBF, è che consente di affrontare problemi 3D complessi senza costi aggiuntivi rispetto ai casi 2D planari più semplici.

### 3.5.2. Flusso lavoro numerico adottato

La Fig. 3.6 mostra il flusso di lavoro BGM utilizzato. La geometria di base è prima studiata mediante una valutazione FEM per calcolare ed estrarre il campo di sollecitazione presente nella struttura.

Impostando opportunamente il problema del mesh morphing, è possibile limitare il funzionamento del problema di deformazione a una specifica porzione del dominio. In questo modo, è possibile mantenere fisse alcune porzioni selezionate della geometria, applicando l'azione BGM solo a un determinato insieme di nodi di

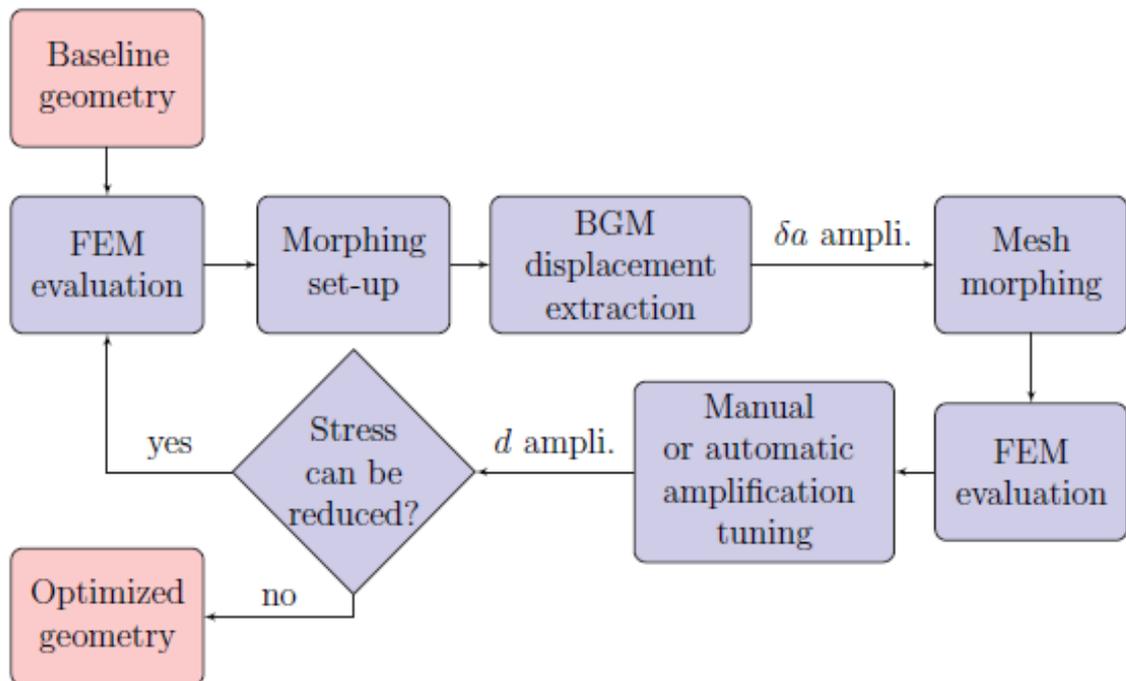


Figura 3.6 Flusso di lavoro proposto che consente di scolpire il modello FEM dalla geometria di base utilizzando gli spostamenti BGM e il morphing della mesh RBF per determinare una geometria ottimizzata.

superficie e lasciando le restanti regioni non selezionate libere di deformarsi per adattarsi all'azione del morphing. A questo punto, solo per i nodi che sono stati selezionati per essere spostati, viene calcolato il campo di spostamento BGM secondo l'**Eq. (3.12)**. Questo campo di deformazione viene poi applicato al problema del morphing scalando gli spostamenti con un fattore

di amplificazione,  $d$ , e la mesh trasformata viene quindi impiegata in una nuova valutazione FEM. Il valore del fattore di amplificazione può essere regolato manualmente o definito come risultato di un algoritmo di ottimizzazione scelto dall'utente. Viene quindi eseguito un nuovo ciclo di iterazione sulla mesh deformata, ottenendo un cambiamento di forma evolutivo se è possibile ottenere un ulteriore miglioramento funzionale; altrimenti, se è stato raggiunto un minimo locale e non è possibile ottenere ulteriori miglioramenti, il ciclo viene interrotto.

## 4. Discussione

La geometria oggetto di studio è rappresentata in (Fig. 4.1). Come è possibile notare, è costituita da due elementi cilindrici concentrici i quali sono separati da un terzo elemento caratterizzato da un ampio raggio di raccordo. Il cilindro inferiore è cavo mentre il corpo centrale presenta tre fori ciechi

ciechi con diametro di 4mm che hanno origine sulla base inferiore e che si sviluppano verso l'interno del componente fino ad una profondità di 20.4mm. Dal punto di vista dell'analisi statica un carico da cuscinetto è applicato sulla superficie esterna del cilindro cavo mentre (facendo riferimento al sistema di

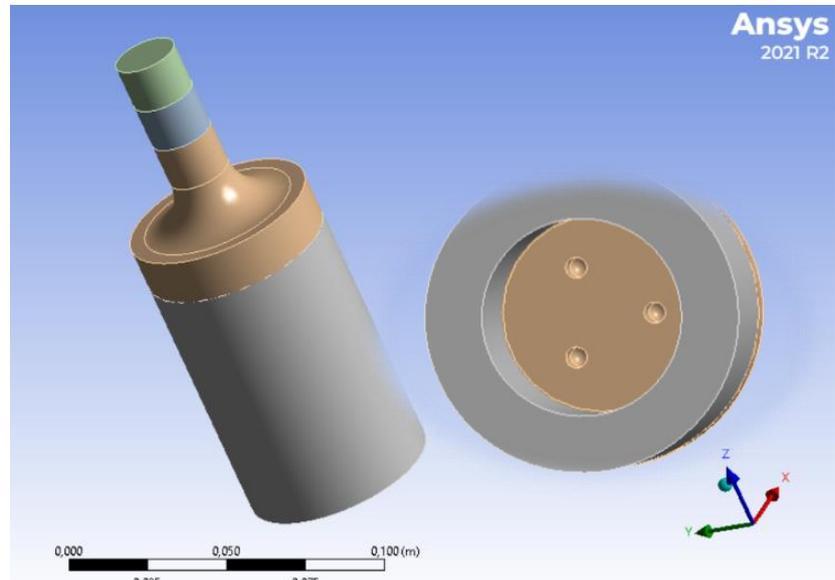


Figura 4. 2 Due viste 3D del componente oggetto di studio. Nella vista a destra è possibile vedere i tre fori ciechi.

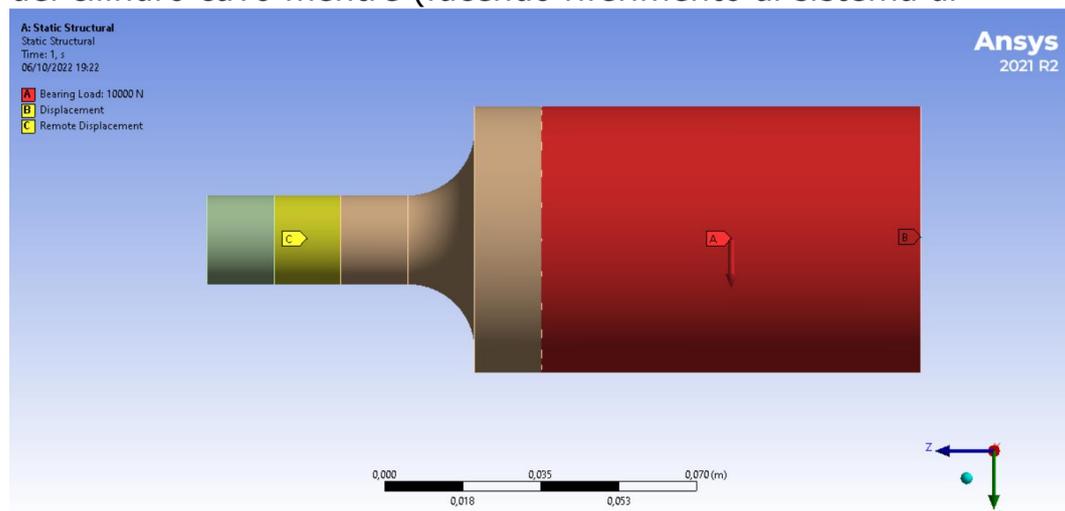


Figura 4. 1 Componenti di Static Structural: Bearing Load e Remote Displacement.

coordinate mostrate in Fig. 4.2), due componenti di spostamento, una lungo x e una lungo y sono applicate alla base inferiore di quest'ultimo. Inoltre, uno spostamento remoto che

consente traslazione solo lungo z e rotazioni rispettivamente attorno agli assi x e y, è assegnato nella zona centrale del cilindro di diametro minore (Fig. 4.3). Possiamo dunque ritenere il componente soggetto a sollecitazioni da momento flettente.

Come si può notare da una prima analisi *fem* effettuata sulla configurazione iniziale, la zona maggiormente sollecitata coincide con la superficie del raggio di raccordo dove si registra un valore della tensione massima pari a circa 368 MPa (Fig. 4.5); è per questo che la geometria è stata discretizzata in maniera tale da avere una elevata risoluzione nella zona più sollecitata (Fig. 4.4). In particolare, la griglia di discretizzazione conta in tutto 83617 nodi e 44614 elementi. Considerando che lo scopo del qui presente lavoro

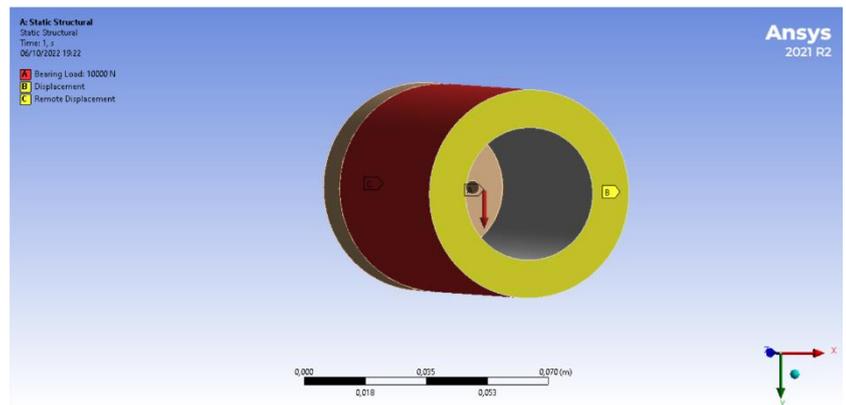


Figura 4. 3 Componenti di Static Structural: Displacement.

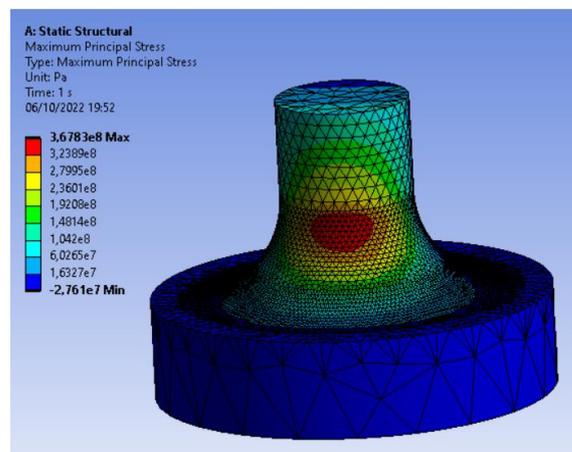


Figura 4. 4 Rappresentazione dell'andamento della tensione sulla configurazione iniziale.

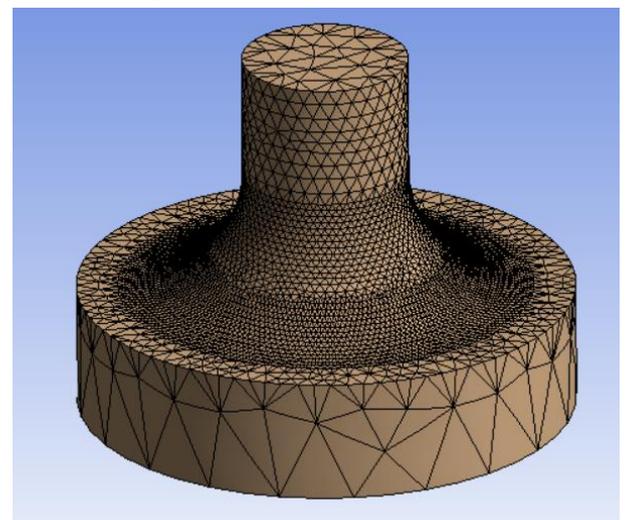


Figura 4. 5 Parte del componente maggiormente sollecitata su cui è stata utilizzata una discretizzazione più fine.

come riferimento la tensione principale massima.

di tesi concerne con l'ottimizzazione della vita a fatica e tenendo conto del ruolo chiave che le sollecitazioni di trazione rivestono in questo processo di rottura, è stata presa

## 4.1. Strategia adottata

Considerata la presenza della concentrazione locale dello stress in corrispondenza del raggio di raccordo, è questa la zona in cui si è concentrata principalmente l'attenzione durante l'ottimizzazione. Rilevante in questa fase è risultata essere la presenza dei tre fori interni, i quali tra l'altro occupano una posizione angolare caratterizzata ciascuna da angoli diversi dal picco. Ci si aspetta in questo problema di agire solo sul raccordo, cercando di tendere alla forma indicativa rappresentata in Fig. 4.6 e con un profilo tale da rispettare la condizione di assialsimmetria; in aggiunta i fori devono rimanere fissi in posizione. È evidente che dovendo seguire il profilo mostrato in Fig. 4.6 man mano che RBF Morph inizia ad agire asportando materiale, la superficie del raccordo si avvicina sempre più ai fori e questo non può che provocare l'insorgere di picchi di tensione in prossimità dei fori stessi. Se si facesse un'analogia con le linee di flusso si osserverebbe un maggiore addensamento delle linee tra la superficie del raccordo e quella dei fori man mano che ci si sposta verso l'interno. Idealmente, dunque, i fori dovrebbero essere accumulati da valori simili di tensione; tuttavia, ciò non accade trovandosi questi in posizioni angolari diverse rispetto al picco.

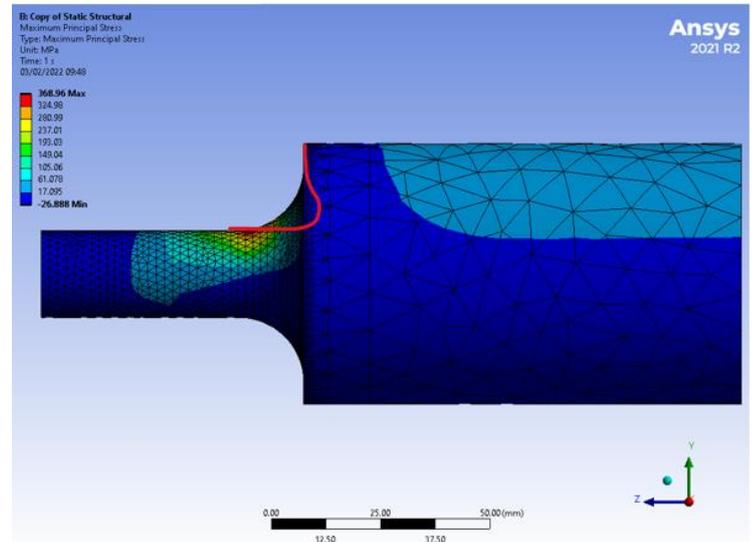


Figura 4. 6 La linea rossa indica il profilo ideale che dovrebbe assumere la geometria ottimizzata.

Prima di passare allo studio del problema vero e proprio sfruttando le potenzialità dell'analisi agli elementi finiti, può essere interessante studiare il componente in una configurazione semplificata in modo da poter essere ricondotto ad uno dei casi notevoli trattabili analiticamente.

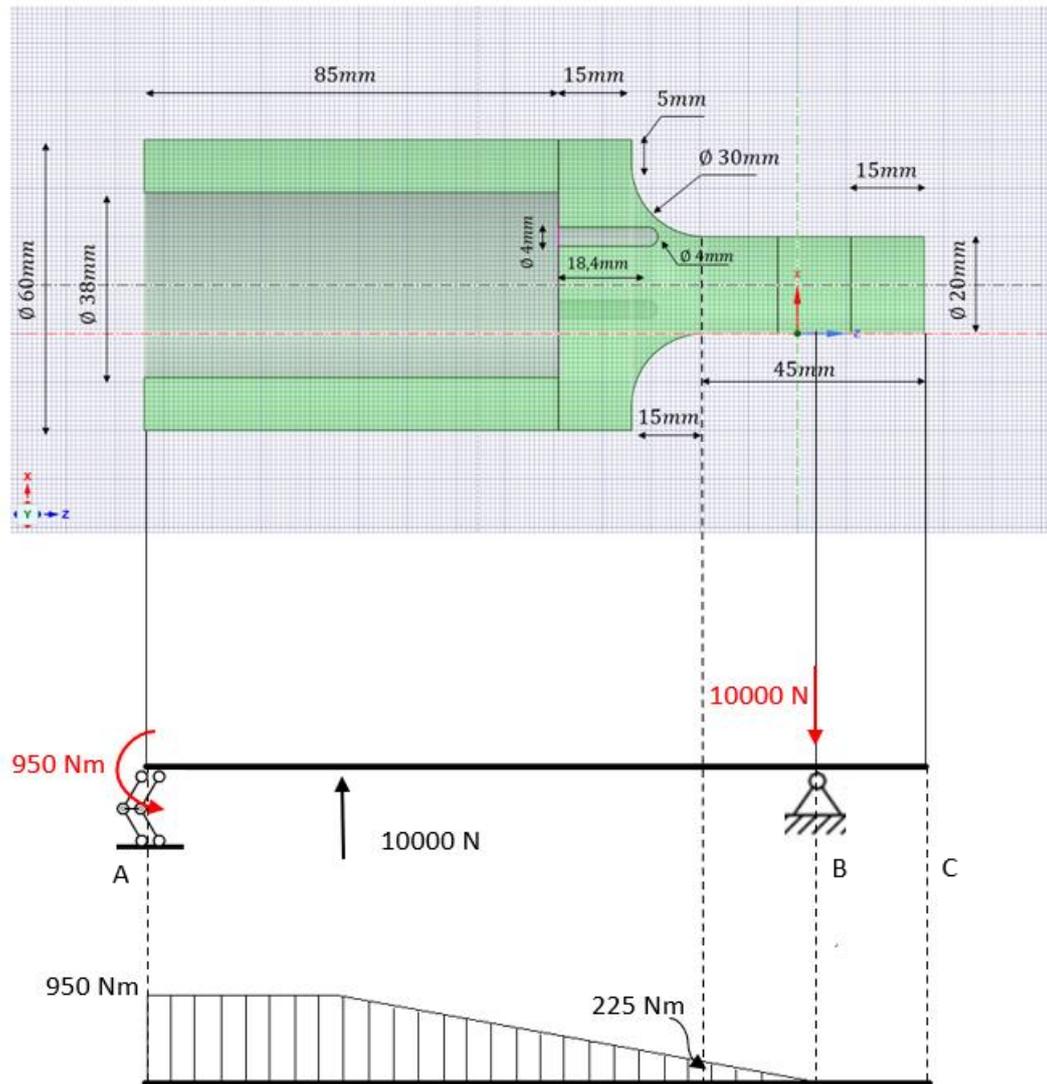


Figura 4. 7 Analisi statica del componente con diagramma del Momento flettente.

Per poter calcolare il valore di tensione sul raccordo è necessario conoscere il tipo di sollecitazione a cui il componente è sottoposto. In base alle condizioni di spostamento imposte a 'Displacement' e 'Remote Displacement', e considerando la componente di carico radiale diretta lungo  $y$ , una componente di reazione diretta lungo la stessa direzione e pari a 10000 N è applicata a 'Remote Displacement' mentre un momento diretto lungo  $x$  e pari a 950 Nm è applicato a 'Displacement'. In base a tale sistema reattivo è stato possibile studiare il componente come una trave caratterizzata dalla presenza di un doppio pendolo in A e una cerniera in B (Fig. 4.7). Sull'elemento agiscono dunque, momento flettente e taglio. Ai fini del nostro studio però, il taglio verrà trascurato. Il momento in corrispondenza del raggio di raccordo è pari a 225 Nm; il valore

di tensione nominale  $\sigma_{nom}$  nello stesso punto può essere calcolato con l'espressione  $\sigma_{nom} = \frac{32M}{\pi d^3}$ . Ipotizzando l'assenza di fori, l'effetto di concentrazione sulla nostra geometria può essere analizzato utilizzando il grafico del  $K_t$  per una barra a sezione circolare caricata a flessione.

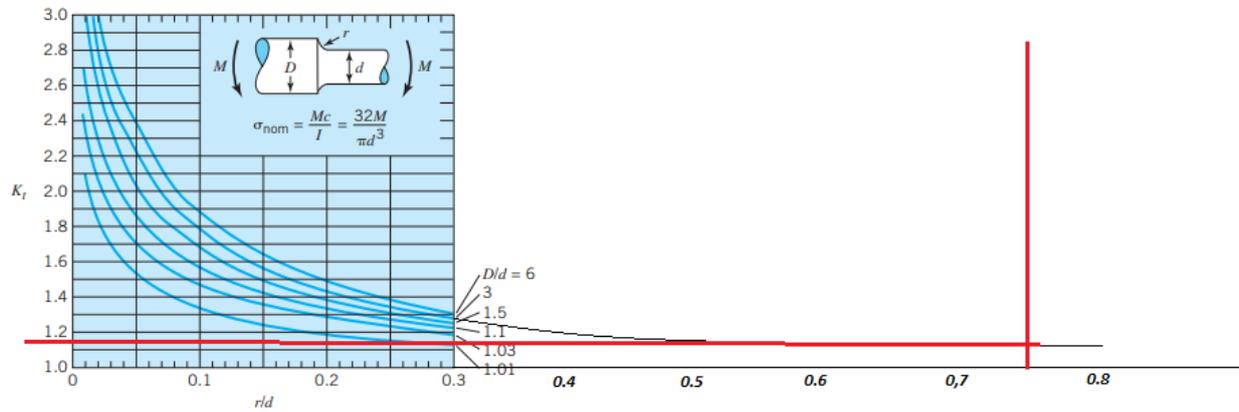


Figura 4. 8 Grafico utilizzato per la determinazione del  $K_t$  per il caso in esame.

Dalla tabella (Fig. 4.8) si ricava un  $K_t = 1,15$ . Considerando una  $\sigma_{nom} = 286,6 \text{ MPa}$  si ottiene che la  $\sigma_{max} = 329,6 \text{ MPa}$ .

## 4.2. Approcci utilizzati

Per raggiungere l'obiettivo sono stati utilizzati sia l'approccio parametrico, sia quello basato sul metodo dell'accrescimento biologico (BGM), entrambi guidati dal software RBF Morph integrato con il solutore FEM Ansys Mechanical, che ha permesso in tempi ristretti la valutazione di diverse soluzioni di ottimizzazione. L'utilizzo di questi due metodi ha permesso anche di mettere in risalto le potenzialità degli stessi circa la loro capacità di raggiungere il traguardo.

Tutte le soluzioni prevedono la definizione di una funzione RBF il cui scopo è quello di spostare i punti sulla superficie del raccordo nella posizione desiderata mantenendo allo stesso tempo fissi i punti al bordo del dominio di morphing e garantendo che sia rispettata la condizione di assialsimmetria; anche la mesh di volume deve potersi deformare in modo regolare.

### 4.3. Analisi parametrica

Per poter definire il set-up RBF usato successivamente per il calcolo, sono state dapprima eseguite alcune prove settando i valori manualmente, attraverso l'utilizzo dei comandi 'Generate' e 'Clear Generated Data'. Queste prove oltre che per testare il corretto funzionamento del morphing, sono risultate utili in quanto hanno permesso di definire i limiti (tali da non provocare un'eccessiva distorsione della mesh) da impostare nella successiva analisi guidata in modo automatico. Il set-up è stato quindi trasformato in parametrico riportando la geometria nella configurazione iniziale e marcando con una 'P' la check box della relativa grandezza da rendere parametro.

L'analisi parametrica è stata eseguita in modo completamente automatico utilizzando la funzione '*Response Surface Optimization*' presente nella cartella 'Design Exploration' in Ansys Workbench.

### 4.3.1. Soluzione proposta

In questa prima soluzione è stato utilizzato il set-up mostrato in (Fig. 4.9).

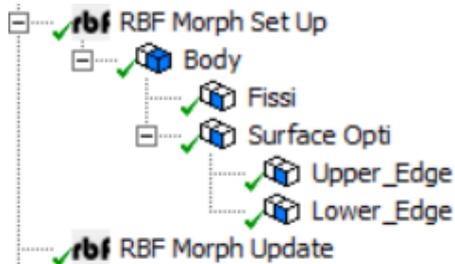


Figura 4.9 Set-Up utilizzato per guidare l'ottimizzazione parametrica

In Fig. 4.10 sono riportate le schede del set-up con i parametri mentre in Fig. 4.11 le curve utilizzate per controllare il raccordo.

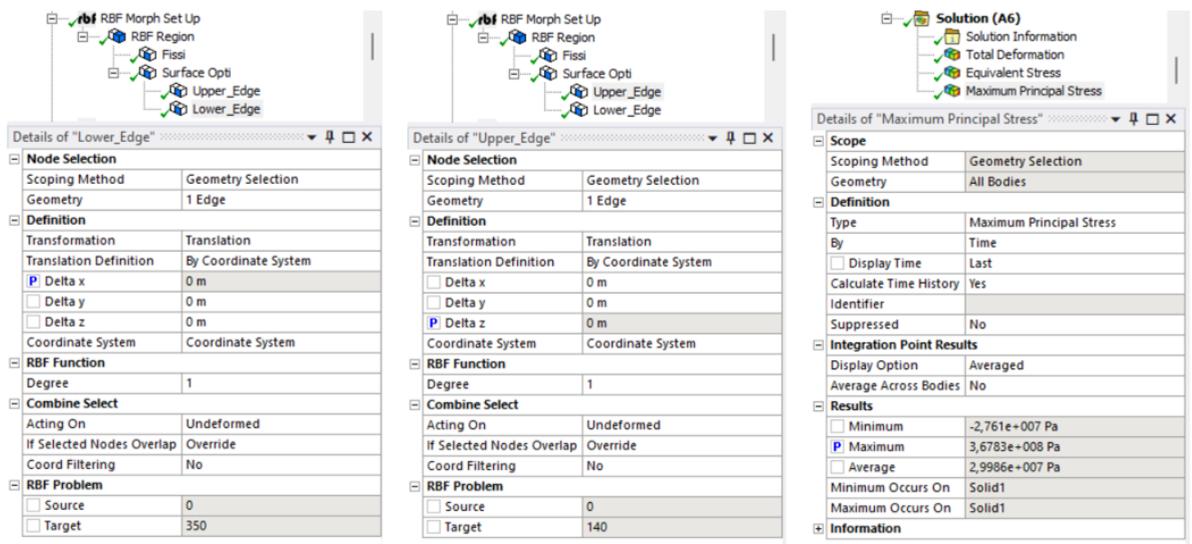


Figura 4.10 Definizione dei parametri di input e output per il processo di ottimizzazione parametrico.

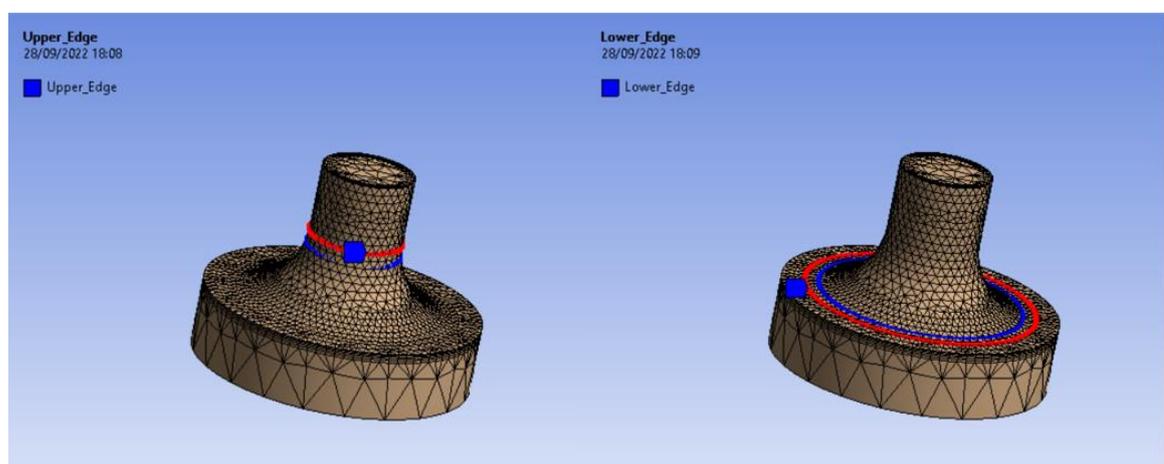


Figura 4.11 Punti utilizzati per controllare la geometria del raccordo. In rosso la posizioni iniziali dei punti, in blu quella seguita durante l'analisi.

Una volta selezionati i parametri richiesti per il calcolo, è stato messo a punto il processo di ottimizzazione automatico, tornando indietro nel Workbench e collegando alla tabella 'A', la tabella 'B', rappresentativa della funzione 'Response Surface Optimization'. L'ultimo passo ha riguardato il settaggio di 'Design of Experiments'; sono stati inseriti i seguenti valori:

- **Design of Experiments Type** = Latin Hypercube Sampling Design
- **Samples Type** = Users-Defined Samples
- **Random Generator Seed** = 0
- **Number of Samples** = 30

Una volta avviato il processo di calcolo, l'algoritmo genera casualmente dei Design Point (DP). L'interpolazione dei DP permette in seguito, di ottenere, anche se in modo approssimato, la valutazione continua della risposta del sistema nello spazio parametrico; il risultato di tale interpolazione è rappresentato da una superficie 3D (Fig. 4.12). Osservando i risultati ottenuti, questa prima soluzione ha permesso di ottenere una più equa distribuzione della tensione con conseguente riduzione del picco di stress ad un valore pari a  $3,3373 \times 10^8$  Pa. In termini percentuali si ottiene una riduzione del 9,3%. Tuttavia, è possibile notare l'insorgere della concentrazione sull'estremità del foro più vicino

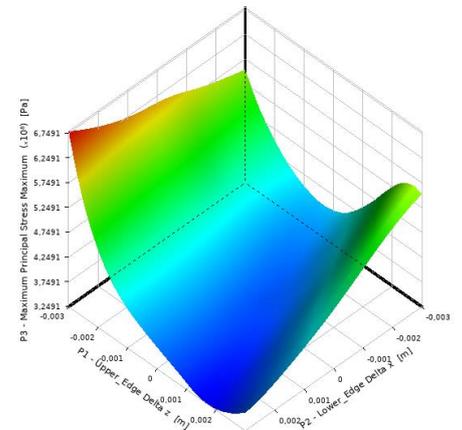


Figura 4. 12 Superficie di risposta ottenuta dall'interpolazione dei Design Point.

alla zona maggiormente sollecitata (Fig. 4.13)

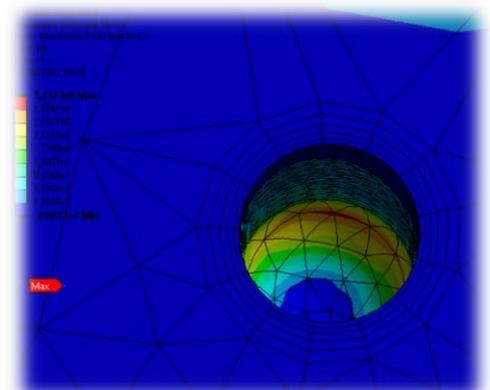
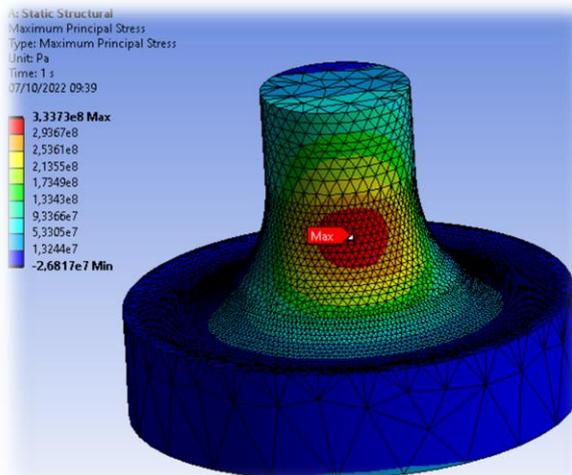
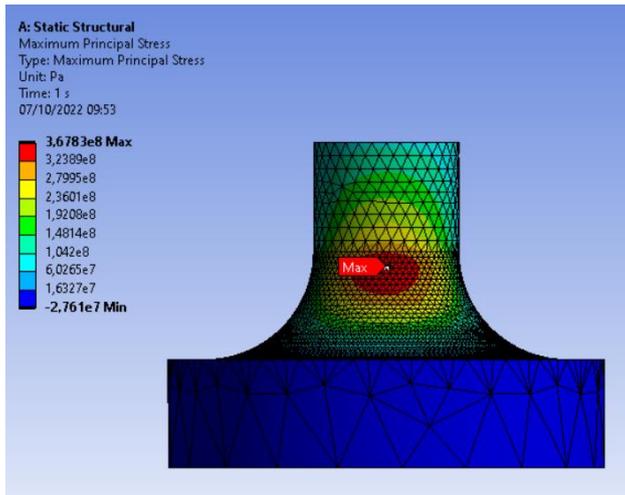
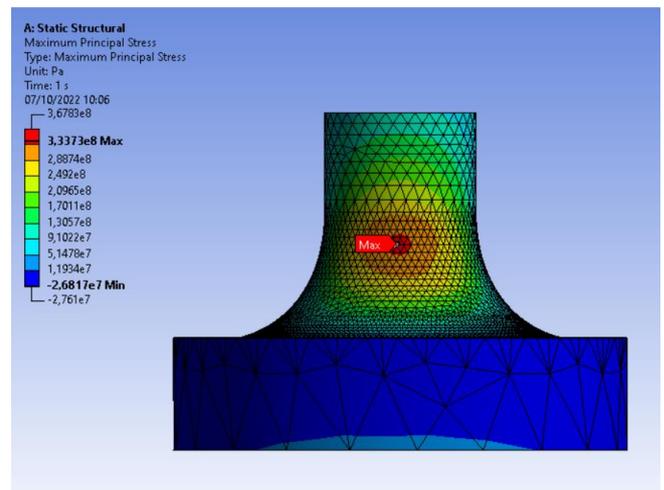


Figura 4. 13 A sinistra, componente con profilo ottimizzato mentre a destra dettaglio di uno dei tre fori.



È interessante, inoltre, poter osservare il risultato dell'ottimizzazione confrontando le due immagini a parità di scala (Fig. 4.14).

Figura 4. 14 In alto la configurazione iniziale, a destra quella ottimizzata. Entrambe sono confrontate a parità di scala.



Tuttavia, per meglio comprendere l'effetto associato alla riduzione della tensione è possibile analizzare la sezione delle due geometrie in corrispondenza della zona di concentrazione, come mostrato in (Fig. 4.15). Nell'immagine a destra, relativa

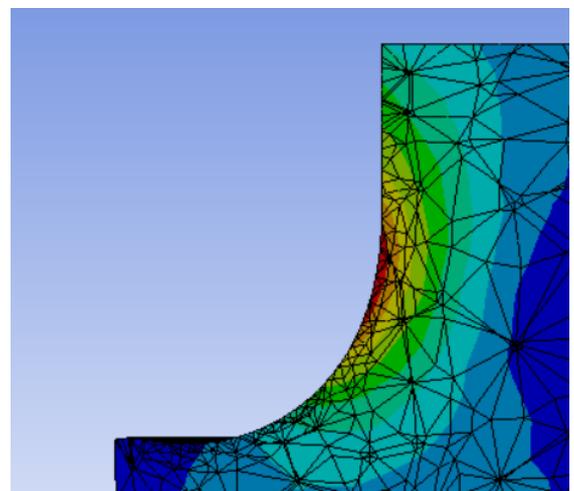
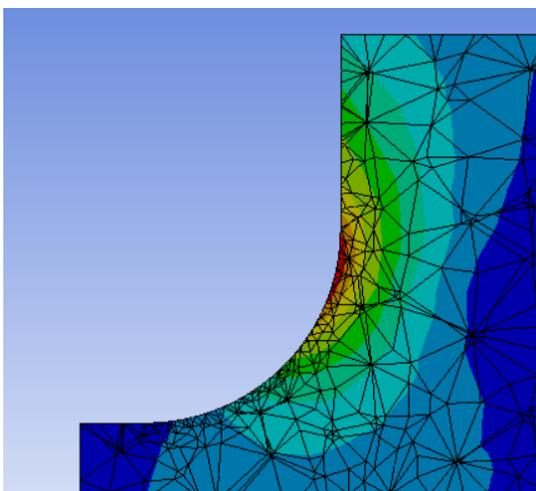


Figura 4. 15 Confronto fra la geometria iniziale e quella ottimizzata. Sezione con particolare della zona di raccordo.

alla configurazione ottimizzata, si può notare come la tensione si sia ridistribuita su un'area molto più ampia. Si nota, inoltre, un nuovo profilo del raggio di raccordo che tende ad entrare verso la base del cilindro di maggiore diametro; aspetto non da poco se si pensa ai benefici che se ne possono trarre rispetto ad eventuali problemi d'ingombro.

## 4.4. Analisi con algoritmo BGM

A differenza dell'approccio precedente, il BGM permette di eseguire l'ottimizzazione automatica del componente senza la necessità di definire parametri. Esso usa il metodo dell'accrescimento biologico per deformare le superfici.

Avendo dovuto utilizzare un set-up differente rispetto al caso precedente, anche in questo caso è stato necessario testare il corretto funzionamento del morphing facendo alcune prove manualmente. In particolare, per sfruttare la potenzialità del BGM, nell'impostazione di RBF Morph si è scelto di usare la funzione '*Surface Offset*'. Una volta stabilito il set-up definitivo è stata seguita la procedura necessaria per poter effettuare l'analisi tramite algoritmo BGM. La procedura consiste inizialmente nel settare in 'RBF Morph Set-up' la modalità BGM = On, dopo di che, una volta aggiornata l'analisi con questa impostazione, riportare di nuovo il settaggio su BGM = Off e marcare oltre alla check-box di 'Shape ID', anche quella della grandezza che si vuole calcolare; nel nostro caso 'Global'. Per poter quindi effettuare il calcolo delle soluzioni sfruttando questo algoritmo è necessario anche in questo caso spuntare delle caselle, in particolare 'Shape ID'; tuttavia, selezionare questa casella non serve a rendere tale grandezza parametro ma è necessario per poter eseguire l'analisi tramite meccanismo di calcolo BGM. Una volta raggiunto il Parameter-set, infatti, dopo avere selezionato nella corrispondente tabella delle proprietà, '*Design Point Initiation = From Previous Updated*', basterà inserire una sequenza progressiva di valori di 'Shape-ID'. A differenza del metodo parametrico, quello basato sull'accrescimento biologico calcola il valore della soluzione attuale basandosi sul valore di quella precedente.

#### 4.4.1. Soluzione proposta

Nell'approccio con BGM è stato utilizzato il set-up mostrato in (Fig. 4.16).

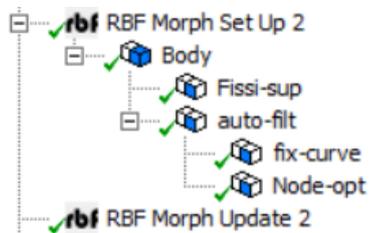
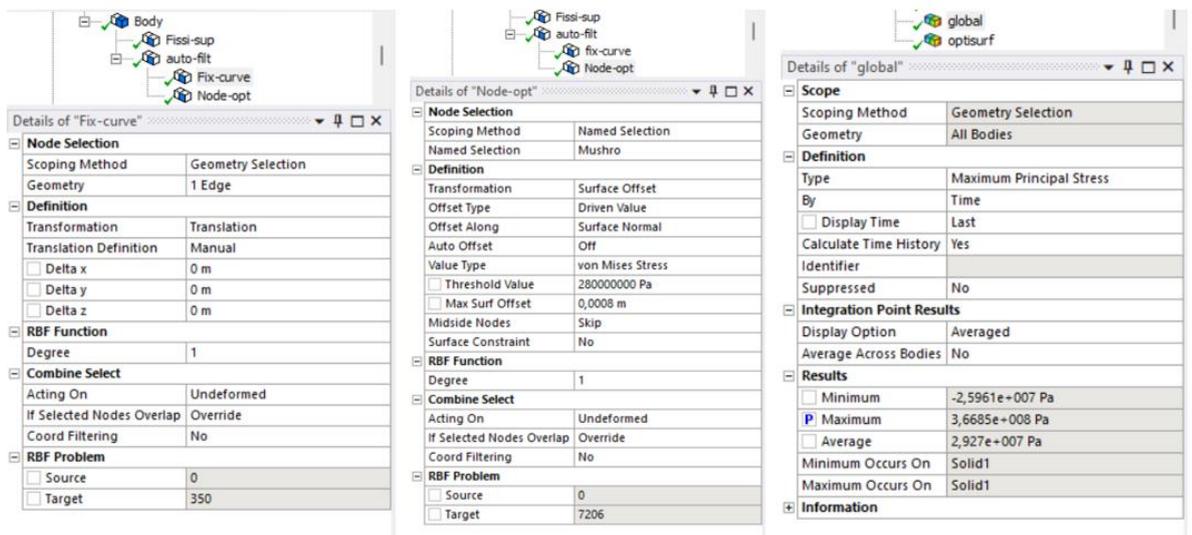


Figura 4. 16 Sopra il Set Up per l'ottimizzazione BGM, sotto le schede degli elementi usati per guidare la geometra del raccordo e del parametro di output.



Come si può notare dalle immagini (Fig. 4.17), diversamente a quanto fatto nello studio con approccio parametrico la circonferenza inferiore della superficie del raccordo è stata impostata fissa, mentre per controllare la zona superiore è stata creata una 'named selection' denominata 'Mushro'. Per poter poi assicurare che il BGM applicasse una trasformazione costante su tutta l'area del raggio di raccordo, rispettando così la simmetria cilindrica del componente, si è fatto uso del 'Coord Filtering' che è stato tra l'altro impostato su 'Auto'.

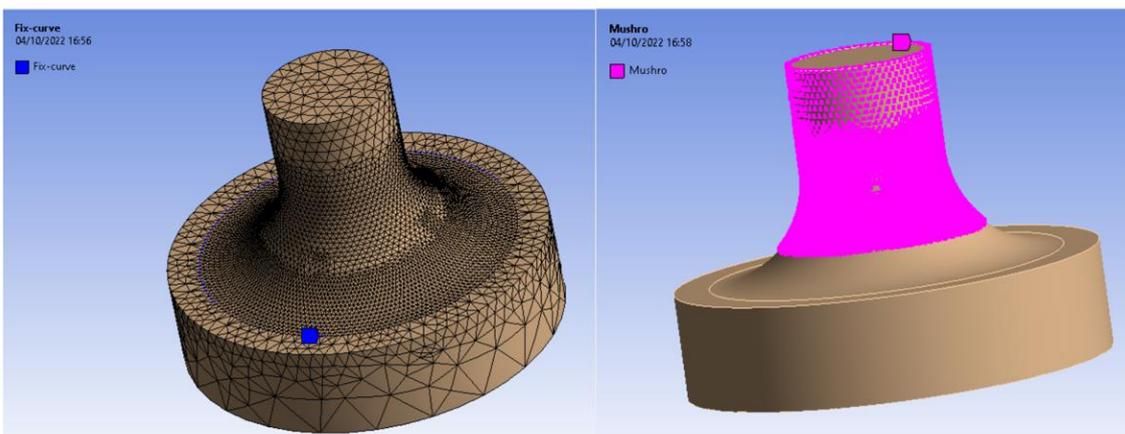


Figura 4. 17 Elementi utilizzati per controllare la geometria del raccordo nel processo di ottimizzazione BGM.

Avendo poi definito come trasformazione per Node-opt, 'Surface Offset', sono stati inseriti i seguenti valori per 'Threshold Value' e 'Max Surf Offset':

- **Threshold value** = 280MPa
- **Max Surf Offset** = 0,0008m

Una volta avviato l'algoritmo BGM e selezionato 'Shape ID' e 'Global', andando sul Parameter Set di Workbench sono stati inseriti in sequenza quaranta valori di DP.

Dall'analisi dei risultati, il DP 1 e DP 2 sono quelli a cui corrisponde un valore più basso della sollecitazione. In particolare, la soluzione per il DP 1 è leggermente migliore (Fig. 4.18). Ad esso, infatti, corrisponde un valore della Tensione Principale Massima pari a  $3,3604e8$  Pa. In termini percentuali, dunque, si riesce ad ottenere con questo metodo una riduzione pari a circa l'8,4%. Anche questa volta la redistribuzione della tensione sulla zona del componente più sollecitata è accompagnata da una progressiva intensificazione dello stress sull'estremità del foro più vicino alla zona stessa.

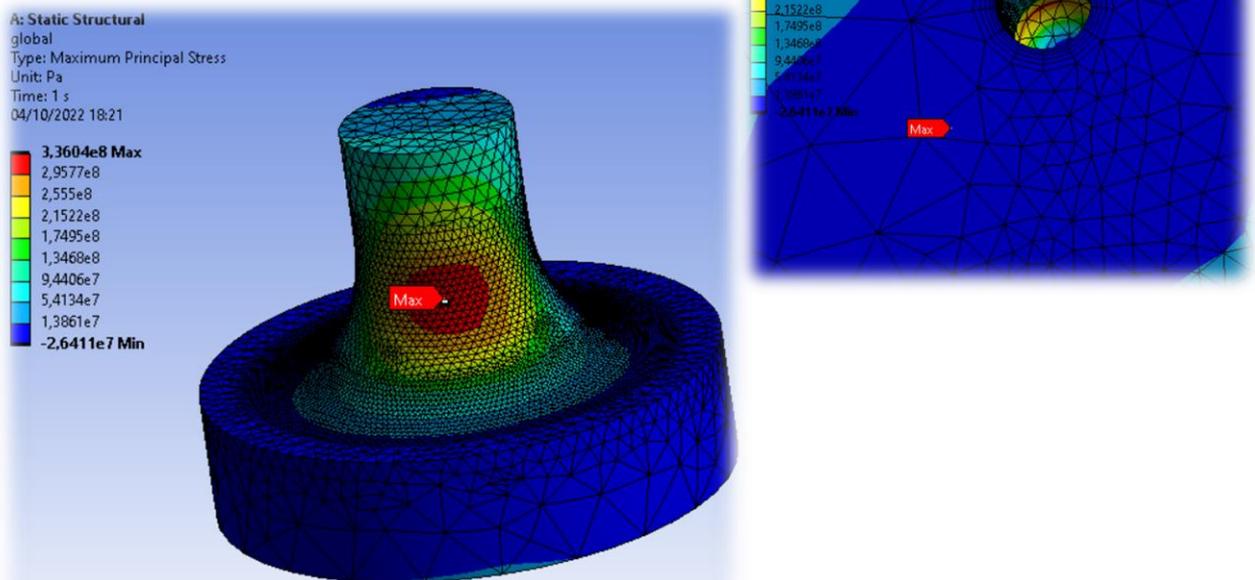


Figura 4. 18 Componente ottimizzato con particolare del foro in alto a destra.

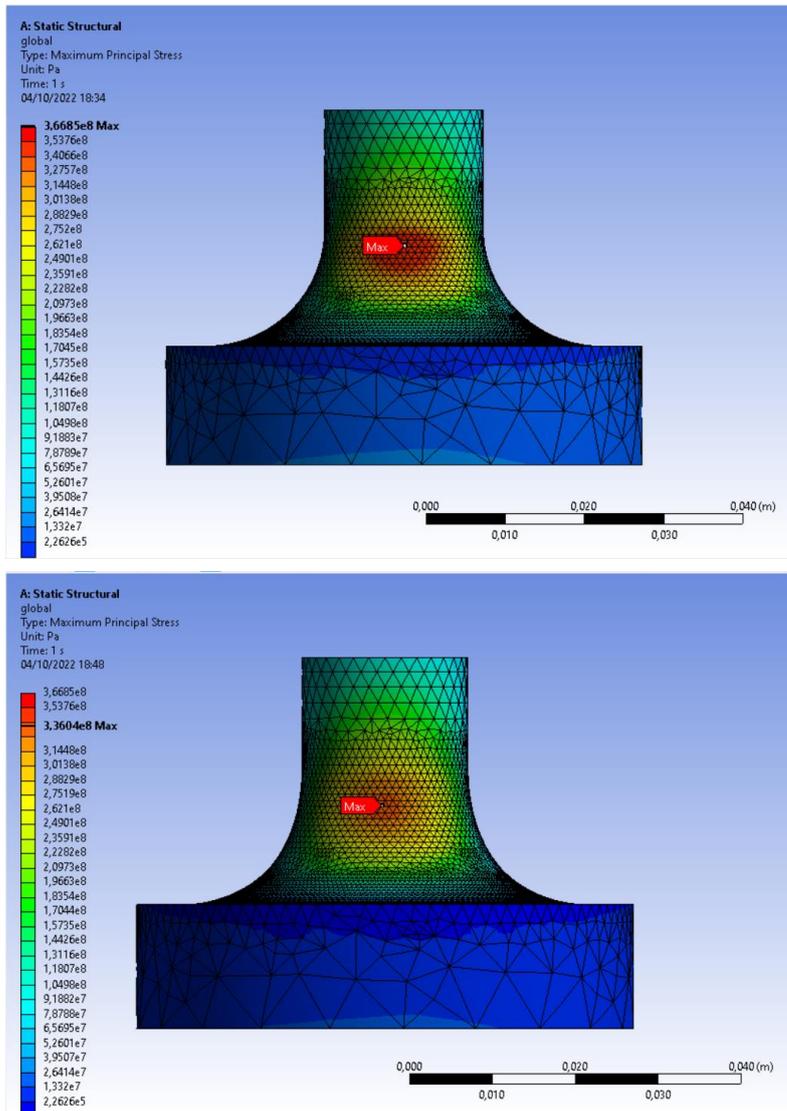


Figura 4. 19 Confronto fra la geometria iniziale (sopra) e quella ottimizzata (sotto). La scala dello stress è la stessa per i due componenti.

Da un confronto delle due configurazioni a parità di scala (Fig. 4.19), si nota come in quella ottimizzata il raggio di raccordo tenda ad appiattirsi sul fondo favorendo così la redistribuzione della tensione con la conseguente riduzione del picco di stress. Anche in questo caso un altro confronto utile è quello in cui vengono analizzate le sezioni delle due

configurazioni, in corrispondenza del picco, come viene mostrato in (Fig. 4.20). Come è possibile osservare, la sezione a destra corrispondente alla geometria ottimizzata mostra in maniera marcata come la tensione si redistribuisca sulla superficie del raggio di raccordo. Non si nota inoltre l'incavo sulla base del raccordo presente invece nel primo caso di studio.

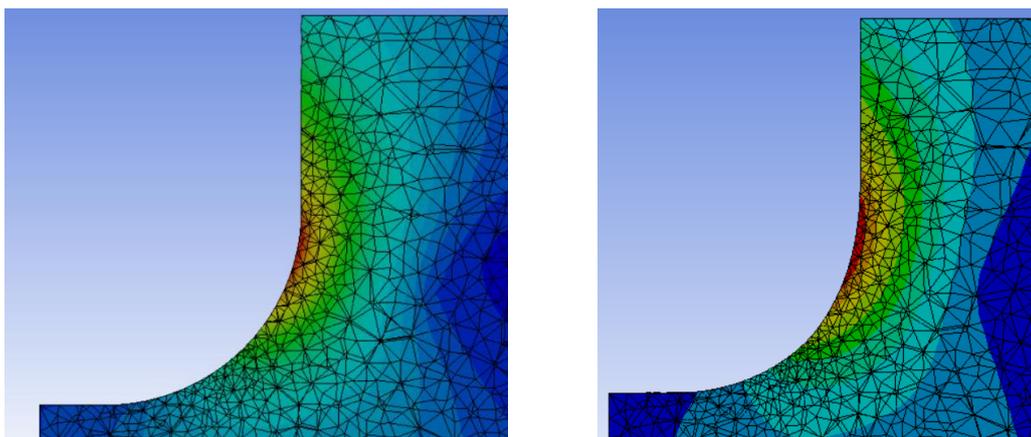


Figura 4. 20 Confronto fra la geometria iniziale e quella ottimizzata. Sezione con particolare del raggio di raccordo.

## 5. Conclusioni e Risultati

Abbiamo visto quanto il fenomeno della fatica sia importante nelle varie applicazioni industriali. La fatica è causata dalla propagazione di una cricca che ha origine in quelle zone del componente in cui si registrano concentrazioni locali di tensione e costituisce la maggior causa di rotture in campo industriale. Fino a qualche decennio fa erano poche le soluzioni a vantaggio del progettista per migliorare quest'aspetto, tanto è vero che spesso per risolvere il problema gli ingegneri erano soliti utilizzare per queste applicazioni coefficienti di sicurezza 3 o 4 volte superiori rispetto a quelli utilizzati in applicazioni statiche. Tuttavia, l'avvento della tecnologia ha permesso soprattutto negli ultimi anni, la possibilità di fare affidamento a software che facendo uso dell'analisi agli elementi finiti, consentono di risolvere questo tipo di problemi attraverso l'ottimizzazione di forma degli elementi stessi.

L'obiettivo dello studio è finalizzato proprio a questo; l'ottimizzazione a fatica di componenti meccanici di forma complessa. Sfruttando, le potenzialità offerte dal software RBF Morph, guidato dalla piattaforma Ansys, è stato possibile analizzare il problema seguendo due approcci diversi ma entrambi aventi lo stesso obiettivo e cioè migliorare la durata a fatica di tali componenti. Il primo approccio basato sull'algoritmo parametrico ha consentito di ottenere una riduzione del picco di stress pari circa al 9,3% mentre nel secondo è stato possibile arrivare fino all'8,4%. L'algoritmo parametrico si è mostrato dunque, più generoso consentendo di ottenere una riduzione del

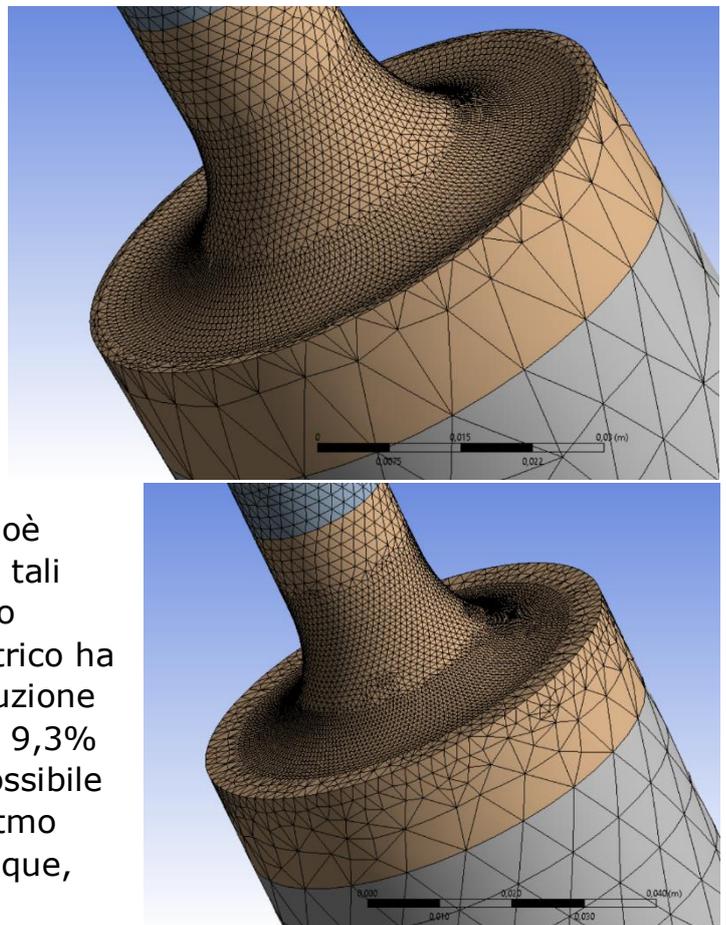


Figura 5. 1 Confronto fra geometrie ottimizzate. In alto è rappresentata la geometria ottenuta con algoritmo parametrico mentre in basso quella ottenuta utilizzando l'algoritmo BGM. Si può notare come in quella in alto sia presente una depressione alla base, assente invece nell'altra.

massimo valore dello stress pari allo 0,9% in più. L'approccio parametrico inoltre ha consentito di ottenere una geometria più vicino a quella richiesta che permette di contenere meglio gli ingombri (fig. 5.1). Probabilmente si sarebbero potuti ottenere ulteriori benefici se le geometrie avessero potuto assumere forme meno convenzionali; tuttavia, questo non è stato possibile vista la presenza dei fori che dovevano rimanere fissi per consentire l'accoppiamento e la necessità di realizzare il componente facendo uso di tecniche tradizionali.

## 6. Bibliografia

- [1] L.P. POOK, Metal Fatigue. What It Is, Why It Matters, Springer (2007)
- [2] W. A. J. ALBERT, Über Treibseile am Harz, Archive für Mineralogie Geognosie Bergbau und Hüttenkunde, 10 (1838) 215.
- [3] R.W. HERTZBERG, Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials, John Wiley & Sons, (1976).
- [4] J.-V. PONCELET, Introduction à la mécanique industrielle, physique ou expérimentale, Mme. Thiel Éditeur, Paris, seconda edizione (1841).
- [5] R.A. SMITH, In: Proceeding of 13th European Conference on Fracture, M. Fuentes, M. Elices Eds., San Sebastián, Spain (2000).
- [6] W. FAIRBAIRN, Phil. Trans. R. Soc., 54 (1864) 311
- [7] A. WÖHLER, Zeitschrift für Bauwesen, 20 (1870) 73.
- [8] L. SPANGENBERG, Fatigue of metals under repeated strains. With various Tables of Results of Experiments, D. Van Nostrand Publisher, New York (1876).
- [9] J.BAUSCHINGER, Mitteilung XV aus dem Mechanisch-technischen Laboratorium der Königlichen Technischen Hochschule, 13 (1886) 1.
- [10] Davis PJ. Interpolation and approximation. New York: Blaisdell Publishing Company; 1963.
- [11] Hardy RL. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. J Geo- phys Res 1971;76(8):1905–15. doi: 10.1029/JB076i008p01905.

- [12] Martin B, Fornberg B, St-Cyr A. Seismic modeling with radial-basis-function-generated finite differences. *Geophysics* 2015;80.
- [13] Broomhead DS, Lowe D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks. *Complex Syst* 1988;2:321–55.
- [14] Reuter P, Tobor I, Schlick C, Dedieu S. Point-based modelling and rendering using radial basis functions. In: *Proceedings of the 1st international conference on computer graphics and interactive techniques in Australasia and South East Asia –GRAPHITE '03*; 2003. p. 111. doi: 10.1145/604471.604494.
- [15] Sederberg TW, Parry SR. Free-form deformation of solid geometric models. *Comput Graph (ACM)* 1986;20:151–60.
- [16] Masud A, Bhanabhagvanwala M, Khurram RA . An adaptive mesh rezoning scheme for moving boundary flows and fluid–structure interaction. *Comput Fluids* 2007;36(1):77–91.
- [17] Turk G, O'Brien JF. Modelling with implicit surfaces that interpolate. *ACM Trans Graph* 2002;21(4):855–73. doi: 10.1145/571647.571650.
- [18] Botsch M, Kobbelt L. Real-time shape editing using radial basis functions. *Comput Graph Forum* 2005;24(3):611–21. doi: 10.1111/j.1467-8659.2005.00886.x.
- [19] Valentini PP, Biancolini ME. Interactive sculpting for engineering purposes using augmented-reality, mesh morphing and force-feedback. *IEEE Consum Electron Mag* 2018;7(2). doi: 10.1109/MCE.2017.2709598.
- [20] Buhmann MD. Radial basis functions. *Acta Numerica* 2000;9(247). doi: 10.1017/S0962492900000015. S0962492900000015
- [21] Fasshauer GE. Meshfree approximation method with MATLAB. World Scientific Pub Co Inc; 2009. ISBN 9789812706348. doi: 10.1142/6437.

- [22] Wendland H. Konstruktion und untersuchung radialer basisfunktionen mit kompaktem trager. Göttingen, Georg-August-Universität zu Göttingen, Dissertation 1996;.
- [23] Design Xplorer User's Guide. (Ansys.com)
- [24] Mattheck C. Design in nature: learning from trees. Springer Science & Business Media; 1998.
- [25] Mattheck C, Burkhardt S. A new method of structural shape optimization based on biological growth. *Int J Fatigue* 1990;12(3):185–90.
- [26] Heywood RB. Photoelasticity for designers. Pergamon Press; 1969.
- [27] Durelli AJ, Brown K, Yee P. Optimization of geometric discontinuities in stress fields. *Exp Mech* 1978;18:303–8.
- [28] Durelli AJ, Rajaiah K. Optimum hole shapes in finite plates under uniaxial load. *J Appl Mech* 1979;46:691–5. doi: 10.1115/1.3424628.
- [29] Durelli AJ, Rajaiah K. Optimum hole shapes in finite plates under uniaxial load. Tech. Rep. 50. School of Engineering, Oakland University, Rochester, Michigan; 1979.
- [30] Durelli AJ, Rajaiah K. Lighter and stronger. *Exp Mech* 1980;20:369–80. doi: 10.1007/BF02321012.
- [31] Durelli AJ, Rajaiah K. Lighter and Stronger. Tech. Rep. 53. School of engineering, Oakland University, Rochester, Michigan; 1980.
- [32] Vigdergauz SB, Cherkayev AV. A hole in a plate, optimal for its biaxial extension–compression. *J Appl Math Mech* 1986;50:401–4.
- [33] Baud R. Fillet profiles for constant stress. *Prod Eng* 1934;5(April):133–4.

- [34] Wu Z. An efficient approach for shape optimization of components. *Int J Mech Sci* 2005;47(10):1595–610. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2005.06.012.
- [35] Xie YM, Steven GP. A simple approach to structural optimization. *Comput Struct* 1993;49(5):885–96.
- [36] Wessel C, Cisilino A, Sensale B . Structural shape optimisation using bound- ary elements and the biological growth method. *Struct Multidiscip Optim* 2004;28(2–3):221–7.
- [37] Biancolini ME. *Fast radial basis functions for engineering applications*. Springer; 2018.
- [38] Waldman W, Heller M . Shape optimisation of holes in loaded plates by minimisation of multiple stress peaks. *Tech. Rep. DSTO-RR-0412*. Aerospace Division, Defence Science And Technology Organisation, Melbourne, Australia; 2015.

## Ringraziamenti

Questa laurea per me rappresenta il coronamento di un duro percorso fatto di sacrifici, sconfitte ma anche vittorie. Se ora mi chiedessero se ne è valsa la pena, risponderei: "Sicuramente". Chi mi conosce sa quanto sia grande la mia passione per il motorsport. Ho scelto di intraprendere questa strada spinto proprio da questo motivo, tuttavia, questo percorso mi ha dato modo di scoprire tanti altri aspetti interessanti che hanno contribuito a far maturare in me l'interesse per la tecnica in generale.

A volte però solo la passione non basta. È per questo che sento di dedicare parte di quest'elaborato a tutte le persone senza le quali questo lavoro di tesi non esisterebbe nemmeno.

Un ringraziamento particolare va al mio relatore, **Prof. Marco Evangelos Biancolini**, per avermi dato l'opportunità di svolgere questo lavoro presso il suo insegnamento mettendomi a disposizione tutti gli strumenti e risorse necessarie e per avermi guidato con grande disponibilità nella realizzazione dell'elaborato.

Grazie anche al mio correlatore **Ing. Stefano Porziani** per avermi seguito con dedizione e massima disponibilità.

Ringrazio infinitamente **mia madre e mio padre** che hanno sempre creduto in me sostenendomi costantemente in questi anni; senza il loro aiuto questo traguardo sarebbe stato impossibile da raggiungere.

Grazie ai miei fratelli **Luca, Lorenzo, Andrea** per avermi sempre incoraggiato e aver condiviso con me i momenti di difficoltà.

Voglio ringraziare anche i miei **amici, i parenti tutti** e in particolare i miei **nonni** per la loro fiducia e per il loro prezioso incoraggiamento.

Infine, ringrazio i miei **colleghi di università** con cui ho condiviso ansie ma anche soddisfazioni.

